

**Mariusz Korkosz, Bartłomiej Pakła**  
Politechnika Rzeszowska

## **ZASTOSOWANIE NIELINIOWYCH MODELI SYMULACYJNYCH DO ANALIZY SILNIKA RELUKTANCYJNEGO PRZELĄCZALNEGO**

### **THE APPLICATION OF NONLINEAR SIMULATION MODELS IN THE ANALYSIS OF A SWITCHED RELUCTANCE MOTOR**

**Streszczenie:** Silniki reluktancyjne przelączalne są niewątpliwie najprostszymi maszynami pod względem konstrukcyjnym. Jednocześnie ich modelowanie nie może zostać zaliczone do najprostszych. Jest to głównie spowodowane jawnobiegunową budową stojana i wirnika. Wprowadza to zależność parametrów silnika od położenia kąтового wirnika czy też wartości prądu płynącego w poszczególnych uzwojeniach silnika. Na potrzeby oszacowania przewidywanych parametrów użytkowych silnika jak moment na wale silnika przy określonej prędkości obrotowej można stosować różne modele symulacyjne na etapie ich projektowania. Na bazie wybranej konstrukcji silnika reluktancyjnego przelączalnego dokonano porównania różnych modeli symulacyjnych pod kątem wyznaczenia przykładowych charakterystyk analizowanej maszyny. Dla porównania zamieszczono wyniki badań laboratoryjnych analizowanej konstrukcji.

**Abstract:** Switched reluctance motors have the simplest structure among electric machines. On the other hand, modelling of SRM is complex due to the doubly salient structure. Therefore, motor parameters are a nonlinear function of phase current and rotor position. In design process of a motor, different simulation models can be used to estimate predicted motor parameters like electromagnetic torque. The comparison of various simulation models was made based on the chosen structure of switched reluctance motor. Results of simulation tests were compared with laboratory tests.

**Słowa kluczowe:** maszyna reluktancyjna przelączalna, model symulacyjny

**Keywords:** switched reluctance machine, simulation model

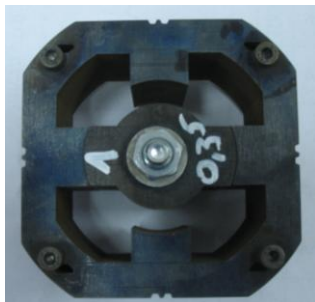
#### **1. Wstęp**

Rozwój energoelektroniki i techniki mikroprocesorowej przyczynił się do wzrostu zainteresowania rozwiązaniami bezszczotkowych maszyn elektrycznych. W chwili obecnej największym zainteresowaniem cieszą się bezszczotkowe maszyny z magnesami trwałymi [1]. Oferują one bardzo dobre parametry elektryczne których uzyskanie jest możliwe przy zastosowaniu bardzo drogich magnesów trwałych np. neodymowych. Wysoka cena i skoncentrowane źródło pochodzenia tych magnesów stanowi potencjalne zagrożenie dla każdego producenta bezszczotkowych maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi[2]. Z tego też względu należy poszukiwać alternatywnych rozwiązań, które są w stanie zastąpić bezszczotkowe maszyny z magnesami trwałymi. Jedną z takich maszyn jest silnik reluktancyjny przelączalny. Są to konstrukcje pozbawione magnesów trwałych a ich parametry mogą w określonych sytuacjach być porównywalne z bezszczotkowymi silnikami z magnesami trwałymi [3,4].

Nowe obszary zastosowań wymagają poszukiwania nowych rozwiązań konstrukcyjnych do których należy zaliczyć maszyny reluktancyjne przelączalne. Są to maszyny bardzo proste pod względem konstrukcyjnym. Jednocześnie obustronna jawnobiegunowość powoduje, że procesu ich projektowania nie można zaliczyć do najprostszych. W procesie projektowania maszyn reluktancyjnych przelączalnych modele symulacyjne pozwalają na oszacowanie parametrów użytkowych konstrukcji silnika [5]. Celem niniejszej pracy jest porównanie różnych modeli symulacyjnych pod kątem wyznaczenia przykładowych charakterystyk analizowanej maszyny. Wyniki badań symulacyjnych zostały poddane weryfikacji eksperymentalnej. Zamieszczono wnioski dotyczące przydatności poszczególnych modeli symulacyjnych w procesie projektowania maszyn reluktancyjnych przelączalnych.

## 2. Konstrukcja badanego silnika

Przedmiotem badań jest silnik reluktancyjny przełączalny o konstrukcji 4/2 (rys.1).



Rys.1. Geometria silnika reluktancyjnego przełączalnego 4/2

Silnik został zaprojektowany do testowania rozwiązania przeznaczonego do napędu wysokoobrotowego. Wybrane parametry i wymiary geometryczne badanej maszyny przedstawione są w tabeli 1.

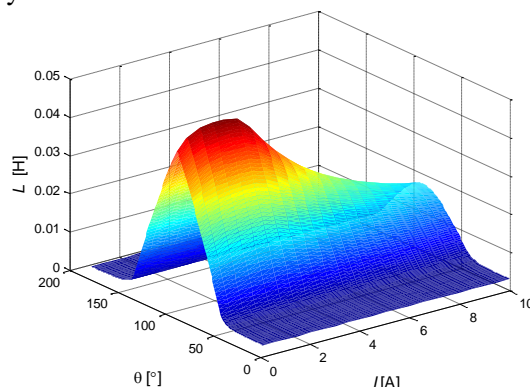
Tabela 1. Wybrane parametry i wymiary geometryczne analizowanej konstrukcji.

Parametr	Jednostka	Wartość
Napięcie znamionowe	V	300
Moc znamionowa	W	700
Prędkość znamionowa	obr/min	45000
Srednica zewnętrzna stojana	mm	94
Srednica zewnętrzna wirnika	mm	42
Długość pakietu żelaza	mm	20
Szczelina powietrzna	mm	0.3
Rozpiętość kątowa bieguna stojana	°	45
Rozpiętość kątowa bieguna wirnika	°	45
Materiał magnetyczny	-	M470-50A

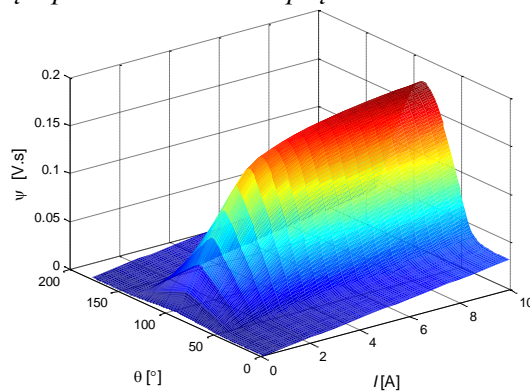
## 3. Wyznaczanie charakterystyk statycznych badanej konstrukcji

W programie do obliczeń numerycznych metodą elementów skończonych zostały wyznaczone charakterystyki statyczne badanej konstrukcji [6]. W tym celu utworzony został model 2D silnika o konfiguracji 4/2 pokazanej na rysunku 1. Obliczenia przeprowadzono przy założeniu zasilania jednego pasma silnika stałą wartością prądu wybieraną z zakresu od 0,5A do 10 A ze skokiem co 0,5 A dla jednego okresu elektrycznego. Dla konstrukcji 4/2 jeden okres elektryczny odpowiada 180° mechanicznym. Położenie wirnika zmieniano w trakcie obliczeń, co jeden stopień mechaniczny. Na podstawie wyznaczonego rozkładu pola zostały wyznaczone zależności indukcyjności własnej  $L_{ph}$ , strumienia sprzężonego  $\psi_{ph}$  oraz momentu elektromagnetycznego  $T_e$  w funkcji

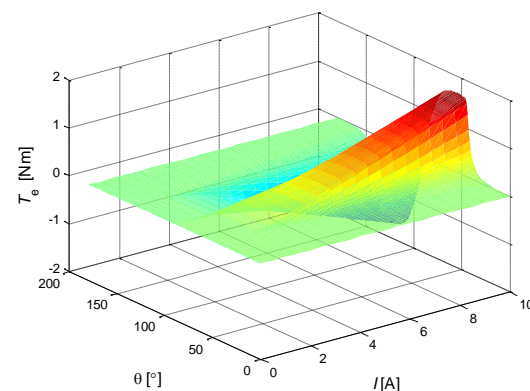
położenia wirnika oraz prądu  $I$ . Wyznaczone charakterystyki statyczne 3D pokazano na rysunkach 2-4.



Rys. 2 Charakterystyka indukcyjności w funkcji kąta położenia wirnika i prądu



Rys. 3 Charakterystyka  $\psi - i - \theta$



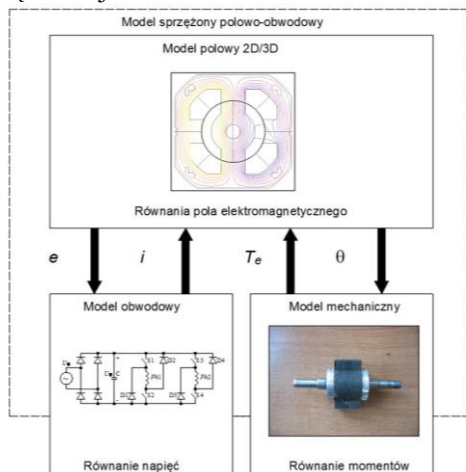
Rys. 4 Charakterystyka  $T_e - i - \theta$

Wyznaczone charakterystyki statyczne mogą stanowić podstawę do budowania modeli symulacyjnych maszyn reluktancyjnych przełączalnych. Na etapie projektowania znajomość tych charakterystyk jest bardzo istotna, ponieważ większość dotychczas znanych metod bazuje właśnie na takim podejściu.

## 4. Model polowo-obwodowy

Naturalną konsekwencją rozbudowy modelu polowego służącego do wyznaczania rozkładu

poła elektromagnetycznego jest zastosowanie modelu polowo-obwodowego. W takim przypadku wybrane elementy schematu obwodowego mają bezpośrednie sprzężenie z modelem polowym. Jest to sprzężenie obustronne. Dzięki temu wymiana informacji jest przekazywana w obie strony. Na rysunku 5 pokazano schemat blokowy modelu polowo-obwodowego maszyny reluktancyjnej przełączalnej.



Rys.5. Schemat blokowy modelu polowo-obwodowego silnika reluktancyjnego przełączalnego

### 5. Model obwodowy strumieniowy

Nieliniowy model obwodowy został wykonany w pakiecie Matlab-Simulink na podstawie układu równań [7]:

$$u_k = R_k \cdot i_k + \frac{\partial \Psi_k(i_k, \theta)}{\partial \theta} \omega + \frac{\partial \Psi_k(i_k, \theta)}{\partial i} \frac{\partial i_k}{\partial t} \quad (1)$$

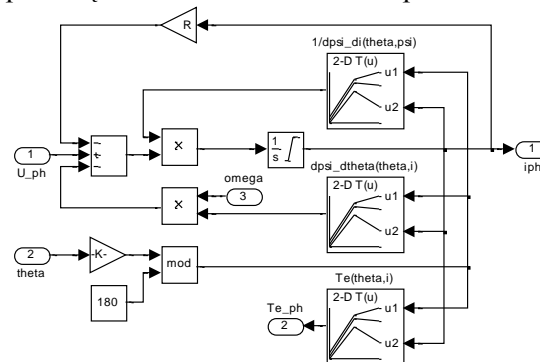
$$T_e = \sum_{k=1}^2 T_k(i_k, \theta) \quad (2)$$

gdzie:  $u_k$  - napięcie zasilania pasma,  $R_k$  - rezystancja uzwojenia pasma,  $\Psi(i_k, \theta)$  - wartość strumienia uzyskana z obliczeń polowych,  $T_k(i_k, \theta)$  - wartość momentu elektromagnetycznego uzyskana z obliczeń polowych.

W modelu przyjęto następujące uproszczenia:

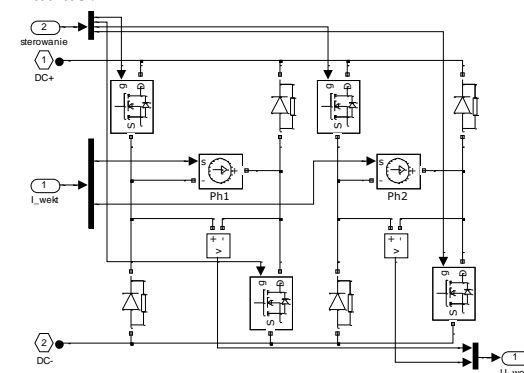
- indukcyjność wzajemna pasm jest pomijalnie mała
- straty w żelazie wirnika oraz stojana nie są uwzględnione.

Charakterystyki strumieniowe oraz momentowe maszyny zostały wyznaczone w wyniku obliczeń polowych FEM 2D. Schemat blokowy modelu jednego pasma silnika został przedstawiony na rysunku 6. Charakterystyki maszyny zostały odwzorowane w modelu za pomocą tablic Lookup Table.



Rys. 6 Schemat blokowy modelu pasma silnika SRM

Poszczególne pasma maszyny zasilane są z półmostka typu H przedstawionego na rysunku 7. Model przekształtnika został wykonany przy użyciu biblioteki SimPowerSystems pakietu Matlab.



Rys. 7 Schemat blokowy przekształtnika zasilającego

### 5. Model obwodowy indukcyjnościowy

Model nieliniowy indukcyjnościowy maszyny został wykonany na podstawie opisu matematycznego przedstawionego w [8]. W przypadku, gdy pomija się sprzężenia pomiędzy pasmami układ równań przyjmuje następującą postać:

$$u_k = R_k \cdot i_k + L_{dk}(i_k, \theta) \frac{di_k}{dt} + e_k \quad (3)$$

$$e_k = \omega G_{nk}(i_k, \theta) i_k \quad (4)$$

$$T_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 N_{nk}(i_k, \theta) G_{nk}(i_k, \theta) i_k^2 \quad (5)$$

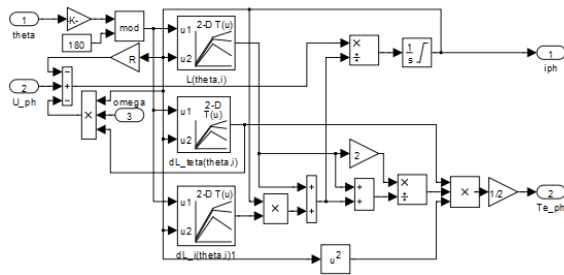
$$L_{dk}(i_k, \theta) = L_{nk}(i_k, \theta) + L_{ndk}(i_k, \theta) \quad (6)$$

$$L_{ndk}(i_k, \theta) = \frac{\partial L_{nk}(i_k, \theta)}{\partial i_k} i_k \quad (7)$$

$$G_{nk}(i_k, \theta) = \frac{\partial L_{nk}(i_k, \theta)}{\partial \theta} \quad (8)$$

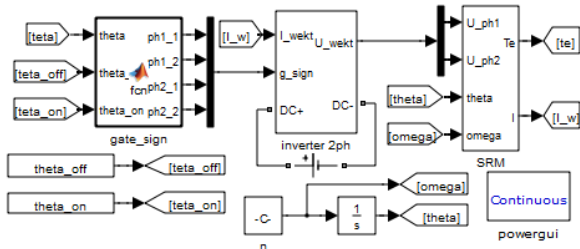
$$N_{nk}(i_k, \theta) = \frac{2L_{nk}(i_k, \theta)}{L_{nk}(i_k, \theta) + L_{dk}(i_k, \theta)} \quad (9)$$

gdzie:  $k = 1, 2$ ,  $L_{nk}(i_k, \theta)$  - indukcyjność własna pasma, uzyskana z obliczeń metodą FEM,  $L_{ndk}(i_k, \theta)$  - indukcyjność dynamiczna pasma,  $N_{nk}(i_k, \theta)$  - współczynnik nieliniowy. Na rysunku 8 został przedstawiony schemat blokowy pasma modelu indukcyjnościowego.



Rys. 8 Model indukcyjnościowy pasma maszyny

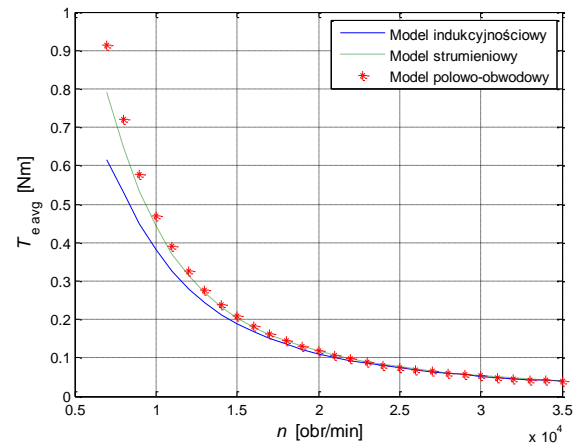
Układ zasilania maszyny został zamodelowany w sposób pokazany na rysunku 7. Sterowanie łącznikami realizowane jest za pomocą funkcji umieszczonej w bloku *gate\_sign*. W przedstawionych powyżej modelach obwodowych symulacje wykonywane są dla stałych wartości kąta załączenia i wyłączenia oraz prędkości obrotowej. Struktura bloków w obydwu przypadkach pozostaje niezmienna i jest zaprezentowana na rysunku 9. Różnicę stanowi jedynie zawartość podsystemu *SRM*.



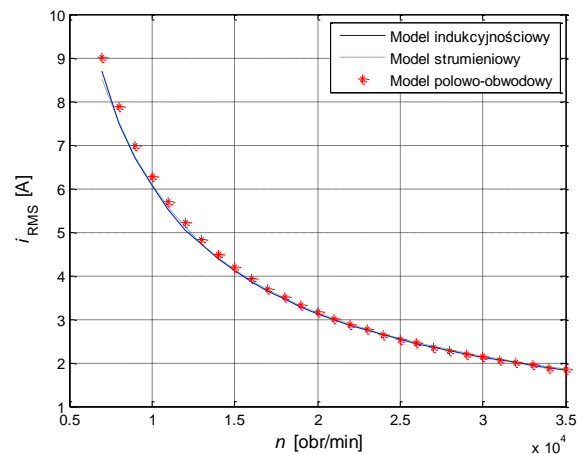
Rys. 9 Struktura modelu obwodowego maszyny reluktancyjnej przelączalnej

## 6. Wyniki obliczeń symulacyjnych

W oparciu o wykonane modele przeprowadzono symulacje pracy silnika dla różnych wartości napięcia zasilającego. We wszystkich modelach zastosowano algorytm sterowania jednopulsowego z zachowaniem stałych wartości kąta załączenia i wyłączenia. Na rysunkach 10 oraz 11 przedstawione są zależności wartości średniej generowanego momentu oraz wartości skutecznej prądu pasma w funkcji prędkości obrotowej.



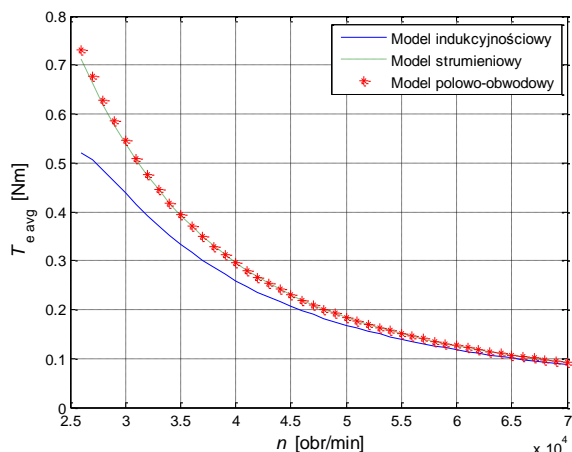
Rys. 10 Zależność wartości średniej momentu  $T_e$  od prędkości obrotowej dla napięcia  $U_{dc}=100$  V



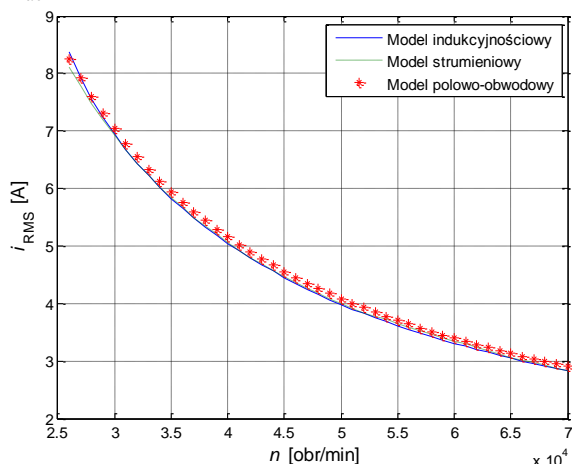
Rys. 11 Zależność wartości skutecznej prądu pasma od prędkości obrotowej dla napięcia  $U_{dc}=100$  V

Jak wynika z wykresów przedstawionych na rysunkach 10 oraz 11 największe różnice obliczonych wielkości występują dla niskich prędkości obrotowych, dotyczy to zarówno wartości prądu jak i momentu. W modelach obwodowych wyraźnie można zauważyć problem niedostatecznego odwzorowania zjawisk związanych z nasyceniem obwodu magne-

tycznego silnika. Dotyczy to zwłaszcza modelu indukcyjnościowego, dla którego względny błąd estymacji wartości średniej momentu sięga kilkudziesięciu procent. Trend ten potwierdzają również wyniki symulacji przeprowadzonych dla innych wartości napięcia zasilającego (rys. 12, 13).



Rys. 12 Zależność wartości średniej momentu  $T_e$  od prędkości obrotowej dla napięcia  $U_{dc}=300\text{ V}$

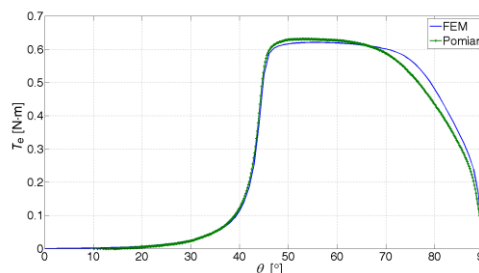


Rys. 13 Zależność wartości skutecznej prądu pasma od prędkości obrotowej dla napięcia  $U_{dc}=300\text{ V}$

### 7. Przykładowe wyniki badań laboratoryjnych

Pokazana na rysunku 1 konstrukcja silnika została przebadana w warunkach laboratoryjnych zarówno w zakresie charakterystyk statycznych jak i parametrów ruchowych. Momentowe charakterystyki statyczne wyznaczano przy zasilaniu jednego z pasm stałą wartością prądu  $I$ . Wirnik silnika obracano w zakresie połowy okresu elektrycznego z uwagi na symetryczną budowę wirnika. Na rysunku 14 pokazano zależność

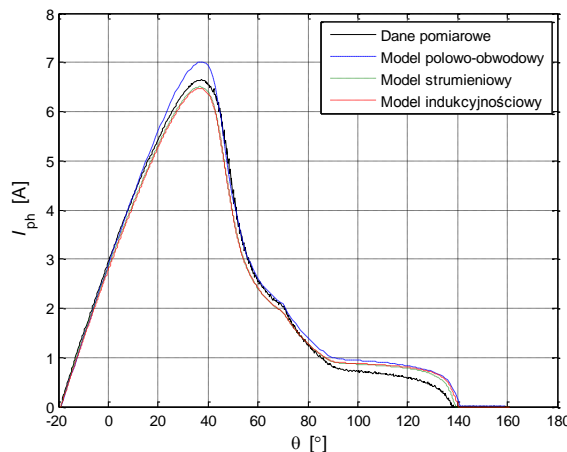
momentu elektromagnetycznego  $T_e$  w funkcji położenia wirnika  $\theta$  wyznaczoną przy  $I=5\text{ A}$ .



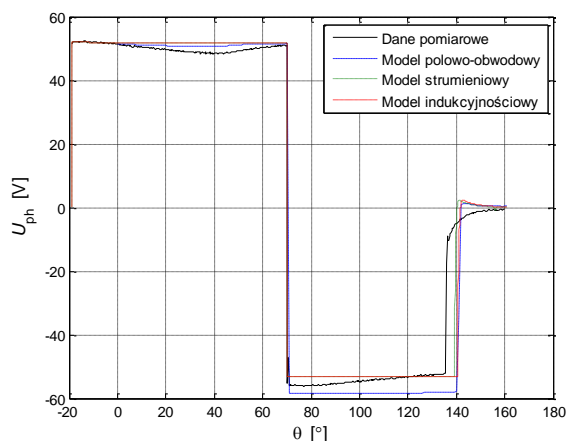
Rys. 14 Zależność momentu elektromagnetycznego  $T_e$  w funkcji położenia wirnika przy  $I=5\text{ A}$

Wyniki badań laboratoryjnych zostały odniesione do obliczeń uzyskanych metodą elementów skończonych. Zbieżność wyników można uznać za zadawalającą. Jest to istotne w przypadku modelu polowo-obwodowego i strumieniowego, które wykorzystują wyznaczony moment elektromagnetyczny metodą polową. W przypadku modelu strumieniowego istnieje możliwość zaimplementowania statycznych charakterystyk momentowych wyznaczonych eksperymentalnie chociaż nie jest to możliwe na etapie projektowania konstrukcji.

W warunkach laboratoryjnych została wyznaczona przykładowa charakterystyka mechaniczna badanego silnika. Silnik w warunkach laboratoryjnych zasilano z układu typu H. Na rysunku 15 pokazano zarejestrowaną wartość jednego z prądów pasmowych silnika przy prędkości 10000 obr/min i momencie obciążenia 0.1 N·m. Wyniki badań laboratoryjnych odniesiono do wyników badań symulacyjnych.



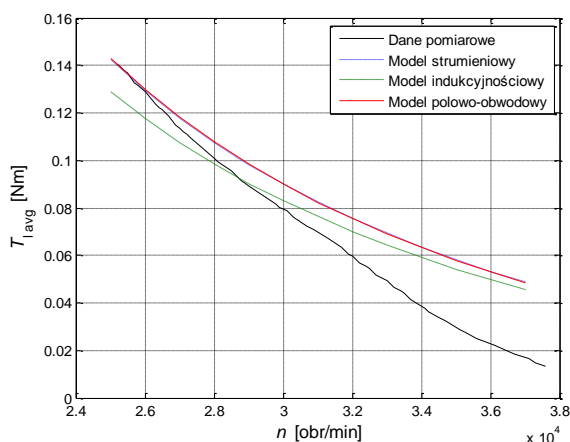
Rys. 15 Zależność prądów pasmowych w funkcji położenia wirnika



Rys. 16 Zależność napięcia zasilającego pasmo w funkcji położenia wirnika

W przypadku modelu polowo-obwodowego uzyskiwano nieco większą wartość maksymalną prądu pasmowego niż wynika to z badań laboratoryjnych. Modele strumieniowy i indukcyjnościowy dają praktycznie identyczne przebiegi czasowe prądów pasmowych. Ogólnie zgodność pomiędzy badaniami laboratoryjnymi a przebiegami czasowymi prądów należy uznać za zadawalającą niezależnie od zastosowanego modelu numerycznego.

W warunkach z uwagi na ograniczenia zastosowanej hamownicy wiropędowej co do jej prędkości maksymalnej przykładową charakterystykę mechaniczną wyznaczono przy napięciu wynoszącym połowę wartości znamionowej tj. przy 150 V. Na rysunku 17 pokazano zależność wartości średniej momentu  $T_{\text{eav}}$  w funkcji prędkości obrotowej  $n$ . Wyniki badań laboratoryjnych odniesiono do wyników badań symulacyjnych.



Rys. 17 Zależność wartości średniej momentu  $T_e$  od prędkości obrotowej dla napięcia  $U_{dc}=150$  V

Porównanie uzyskanych charakterystyk mechanicznych przy zastosowaniu różnych modeli symulacyjnych w wynikami laboratoryjnymi pokazuje, że stosunkowo dobrą zbieżność uzyskano przy relatywnie dużym momencie obciążenia i małej prędkości obrotowej. Wraz ze wzrostem prędkości obrotowej wzrasta różnica pomiędzy wynikami uzyskanymi w warunkach laboratoryjnych i na bazie analizowanych modeli symulacyjnych. Głównym powodem różnicy jest niedoszacowanie strat mechanicznych i w żelazie analizowanego silnika.

## 8. Wnioski

W artykule zaprezentowano trzy różne modele symulacyjne silnika reluktancyjnego przełączalnego tj. polowo-obwodowy, strumieniowy i indukcyjnościowy. Wyniki badań symulacyjnych zostały zweryfikowane laboratoryjnie. Wszystkie modele pozwalają uzyskać przebiegi czasowe prądów, które są zbliżone do przebiegów uzyskiwanych w warunkach praktycznych. Oznacza to, że poprawnie można określić np. wartość maksymalną prądu czy też jego wartość skuteczną. Różnice pojawiają się w przypadku obliczania momentu elektromagnetycznego. Model polowo-obwodowy i strumieniowy pozwalają uzyskać zbliżone wartości średnie momentu elektromagnetycznego. Model indukcyjnościowy wypada tutaj nieco gorzej. Na jego podstawie uzyskuje się mniejsze wartości momentu elektromagnetycznego. Staje się to szczególnie widoczne przy wzroście momentu obciążenia. Największą zaletą modelu indukcyjnościowego jest możliwość zastosowania podejścia analitycznego bez konieczności implementowania wyznaczanych numerycznie charakterystyk zależności indukcyjności własnej w funkcji położenia wirnika i prądu. Niewątpliwie najdokładniejszy jest model polowo-obwodowy. Jego przewaga nad modelem strumieniowym będzie zauważalna przy maszynach reluktancyjnych przełączalnych w których sprzężenia magnetyczne międzypasmowe są znacznie większe niż w analizowanej konstrukcji. Modele polowo-obwodowe nadają się do weryfikacji wybranych punktów pracy czy też analizy różnych koncepcji zasilania. Niestety czas obliczeń w modelu polowo-obwodowym jest bardzo długi w stosunku do modeli strumieniowych czy też indukcyjnościowych.

## 9. Literatura

- [1]. Torsten W.: *Design and construction modifications od Switched Reluctance Machines*, Ph.D. Thesis, Warszawa 2008.
- [2]. Dorrell D., Parsa L., Boldea I.: *Automotive Electric Motors, Generators, and Actuator Drive Systems With Reduced or No Permanent Magnets and Innovative Design Concepts*, IEEE Transactions on industrial Electronics, vol. 61, no. 10, October 2014.
- [3]. Krishnan R.: *Switched reluctance motor drive: modeling, simulation, analysis, desing, and applications*, CRC Press LLC, 2001.
- [4]. Miller T. J. E.: *Brushless premanent-magnet and reluctance motor drives*, Clarendon Press, Clarendon 1989.
- [5]. Prokop J.: *Kompleksowe modelowanie silników reluktancyjnych przełączalnych w systemie Matlab*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Studia i Materiały, t. 50, nr 22, 2000.
- [6]. Wu W. Dunlop J. B., Collocoott S. J. Kalan B.: *Design optimization of a switched reluctance motor by electromagnetic and thermal finite element analysis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 39, No. 5, September 2003.
- [7]. Mana M.: *Mathematical model switched reluctance motor*, Proceedings of the International Conference and Competition STUDENT EEICT, Brno, 2004.
- [8]. Prokop J.: *Modelowanie matematyczne maszyn elektrycznych przełączalnych*, Monografia, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2013.

### Autorzy

dr hab. inż. Mariusz Korkosz, prof. PRZ,  
[mkosz@prz.edu.pl](mailto:mkosz@prz.edu.pl)  
mgr inż. Bartłomiej Pakła,  
[b.pakla@prz.edu.pl](mailto:b.pakla@prz.edu.pl)

Politechnika Rzeszowska  
Wydział Elektrotechniki i Informatyki  
ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów