

ANDRZEJ BURGHARDT

KAPILARNY MODEL PROCESU BIOCHEMICZNEGO W REAKTORZE TRÓJFAZOWYM

Instytut Inżynierii Chemicznej PAN Gliwice, ul. Bałtycka 5, 44-100 Gliwice

W modelu kapilarnym losowo upakowane wypełnienie złoża modelowane jest jako zbiór równoległych, prostych rurek o wymiarach w zakresie milimetrów. Dla takiej geometrii złoża wyprowadzono bilanse pędu faz płynnych (gaz, ciecz) uzyskując w wyniku ich rozwiązania profile prędkości, a na ich podstawie zależność określającą grubość filmu grawitacyjnie spływającej cieczy jako funkcję zmiennych procesu i w konsekwencji efektywną porowatość i specyficzną powierzchnię właściwą złoża. Wielkości te są nieodzowne w bilansach masy reagentów. Zbiór cząstkowych równań różniczkowych stanowiący bilanse reagentów w fazach określa stężenia tych składników i w rezultacie efektywność biodegradacji zanieczyszczenia gazu. W równaniach tych transport masy reagentów między fazami realizowany jest jedynie na drodze dyfuzji, co jest uzasadnione założonym laminarnym przepływem faz.

Słowa kluczowe: proces biochemiczny, reaktor trójfazowy, dyfuzyjny transport masy, przepływ laminarny

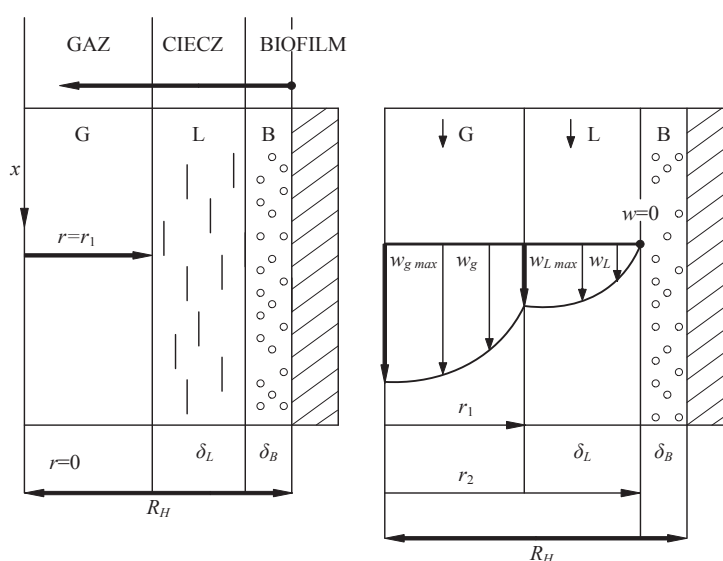
In the capillary model randomly packed bed of the reactor is modeled as a set of parallel, straight capillary tubes, with dimensions in the range of millimeters. For such a geometry of the bed momentum balances of the fluid phases (gas and liquid) have been derived forming the basis for the estimation of velocity profiles and in consequence to determine the relationship between the film thickness of the gravitationally drained downward liquid and the process variables. This quantity was subsequently used in the evaluation of the effective porosity and specific surface area of the packing, parameters necessary in the balances of reagents. The set of partial differential equations constituting the mass balances of reagents in the phases determines the concentration profiles of these components and as a final result the biodegradation efficiency of the pollutant. The mass transport between the phases is realized only as a diffusional flux which is justified by the assumption of a laminar flow of the phases.

Keywords: biochemical process, three-phase reactor, diffusional flux, laminar flow

1. WPROWADZENIE

Przegląd literatury przedstawiającej modele matematyczne reaktorów biochemicznych pozwala na wyodrębnienie dwóch grup, które stosują różne metody sformułowania modelu.

Są to: grupa reaktorów o uśrednionych makroskopowo fazach i tłokowym przepływie faz płynnych [1-10] oraz mniej liczna grupa reaktorów mikroskopowych [11-15] zwana również kapilarnymi. W grupie modeli kapilarnych losowo upakowane wypełnienie złoża przedstawione jest jako zbiór prostych, równoległych rurek kapilarnych o wymiarach w zakresie milimetrów i o powierzchni wewnętrznej pokrytej biofilmem, po którym sphywa grawitacyjnie płyn kontaktując się z fazą gazową. Rys. 1. ilustruje rozkład faz w kapilarze z zaznaczeniem grubości biofilmu δ_B i grubości spływającej cieczy δ_L jak i stosowany w obliczeniach układ współrzędnych.



Rys. 1. Rozkład faz oraz profile prędkości faz płynnych w kapilarze
Fig. 1. Distribution of phases and velocity profiles of fluid phases in the capillary

Założono laminarny przepływ obydwu faz, natomiast transport masy składników między fazami realizowany jest na drodze dyfuzji. Założenia te są uzasadnione małymi wymiarami średnic kapilar i stosunkowo niskimi natężeniami przepływu płynów stosowanymi w bioreaktorach. W immobilizowanym biofilmie, traktowanym jako płyta płaska, ma miejsce dyfuzja oraz reakcja biochemiczna.

Opracowany model matematyczny składa się z dwóch części: części hydrodynamicznej, w ramach której w oparciu o wyprowadzone profile prędkości płynów wyznaczane są parametry konieczne dla rozwiązania bilansów masy składników reakcji biochemicznej oraz układu równań definiujących zmiany stężeń reagentów w reaktorze.

2. HYDRODYNAMIKA PROCESU

Promień hydrauliczny kapilary wyznaczany jest w oparciu o parametry charakteryzujące złożę, to jest porowatość złoża ε_0 i jego powierzchnię właściwą a_0 .

$$R_H = \frac{2\varepsilon_0}{a_0} \quad (1)$$

Bilans pędu dla obszaru zajmowanego przez gaz ($0 \leq r \leq r_1$) przedstawia się następująco:

$$\mu_g \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw_g}{dr} \right) \right] = \frac{dP_g}{dx} \quad (2)$$

o warunkach brzegowych:

$$r = 0 \quad \frac{dw_g}{dr} = 0 \quad (3)$$

$$r = r_1 \quad \mu_g \frac{dw_g}{dr} = \mu_L \frac{dw_L}{dr} \quad (4)$$

$$\text{oraz} \quad w_g = w_L \quad (5)$$

Bilans pędu dla cieczy ($r_1 \leq r \leq r_2$) jest:

$$\mu_L \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw_L}{dr} \right) \right] = -\rho_L \tilde{g} + \frac{dP_L}{dx} \quad (6)$$

i warunkach brzegowych:

$$r = r_1 \quad \mu_g \frac{dw_g}{dr} = \mu_L \frac{dw_L}{dr} \quad (7)$$

$$w_g = w_L \quad (8)$$

$$r = r_2 \quad w_L = 0 \quad (9)$$

Rozwiązanie obydwu równań różniczkowych (2) i (6) przy wykorzystaniu warunków brzegowych (3) - (5) i (7) - (9) prowadzi do następujących profili prędkości:

$$w_g = \frac{1}{4\mu_g} \frac{dP_g}{dx} (r^2 - r_1^2) + \frac{1}{4\mu_L} \left(\frac{dP_L}{dx} - \rho_L \tilde{g} \right) (r_1^2 - r_2^2) + \frac{r_1^2}{2\mu_L} \left(\frac{dP_g}{dx} - \frac{dP_L}{dx} + \rho_L \tilde{g} \right) \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (10)$$

$$w_L = \frac{1}{4\mu_L} \left(\frac{dP_L}{dx} - \rho_L \tilde{g} \right) (r^2 - r_2^2) + \frac{r_1^2}{2\mu_L} \left(\frac{dP_g}{dx} - \frac{dP_L}{dx} + \rho_L \tilde{g} \right) \ln \frac{r}{r_2} \quad (11)$$

Gradient ciśnienia cieczy odnoszony jest do gradientu ciśnienia gazu za pomocą równania Younga-Laplace'a:

$$\frac{dP_L}{dx} = \frac{dP_g}{dx} - \frac{dP_c}{dx} \quad (12)$$

przy czym

$$P_c = \frac{\sigma_L}{R} = \frac{\sigma_L}{r_1} \quad (13)$$

gdzie σ_L to napięcie powierzchniowe, a R to promień krzywizny powierzchni kontaktu gaz ciecz.

Gradient ciśnienia kapilarnego wynosi więc:

$$\frac{dP_c}{dx} = - \frac{\sigma_L}{r_1^2} \frac{dr_1}{dx} \quad (14)$$

Zakładane jest zazwyczaj, że promień krzywizny r_1 nie zmienia się wzdłuż długości wypełnienia, a zatem:

$$\frac{dP_c}{dx} = 0 \quad (15)$$

czyli

$$\frac{dP_L}{dx} = \frac{dP_g}{dx} \quad (16)$$

Po wstawieniu powyższych zależności do równań (10) i (11) otrzymujemy ostatecznie:

$$w_g = \frac{1}{4\mu_g} \frac{dP_g}{dx} (r^2 - r_1^2) + \frac{1}{4\mu_L} \left(\frac{dP_g}{dx} - \rho_L \tilde{g} \right) (r^2 - r_2^2) + \frac{r_1^2}{2\mu_L} (\rho_L \tilde{g}) \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (17)$$

$$w_L = \frac{1}{4\mu_L} \left(\frac{dP_g}{dx} - \rho_L \tilde{g} \right) (r^2 - r_2^2) + \frac{r_1^2}{2\mu_L} (\rho_L \tilde{g}) \ln \frac{r}{r_2} \quad (18)$$

Konieczna w obliczeniach bilansów masowych składników grubość filmu cieczy dana jest zależnością:

$$\delta_L = r_2 - r_1 \quad (19)$$

gdzie

$$r_2 = R_H - \delta_B \quad (20)$$

a δ_B to grubość biofilmu wyznaczana zazwyczaj eksperymentalnie lub w trakcie obliczeń bilansów masy. Natomiast promień r_1 należy wyznaczyć z zależności (17) i (18) w wyniku porównania ze stosowanymi w eksperymentach natężeniami przepływu gazu i cieczy V_g^* i V_L^* odnosząc je do pojedynczej kapilary:

$$V_g^k = \frac{V_g^*}{n_K}; \quad V_L^k = \frac{V_L^*}{n_K} \quad (21)$$

gdzie n_K – to liczba kapilar w złożu:

$$n_K = \frac{\varepsilon R_R^2}{R_H^2} \quad (22)$$

a R_R – to promień reaktora, R_H – promień kapilary. W celu porównania wymienionych wielkości konieczne jest obliczenie objętościowego natężenia przepływu gazu i cieczy w wyniku scałkowania równań (17) i (18) po przekroju kapilary:

$$V_g^k = 2\pi \int_0^{r_1} w_g r dr \quad (23)$$

$$V_L^k = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} w_L r dr \quad (24)$$

Przedstawiona powyżej procedura wyznaczania promienia r_2 , a w konsekwencji grubości filmu δ_L , jest nieco skomplikowana i uciążliwa, a przede wszystkim nie prowadzi do bezpośredniej zależności grubości filmu cieczy od zmiennych i parametrów procesu. Dlatego też zdecydowano wprowadzić do równań bilansów pędu faz pewne uproszczenia, które zmieniając minimalnie ich dokładność obliczeń oferują bezpośrednią zależność definiującą grubość filmu cieczy.

Przekształćmy zatem warunek brzegowy (4) do postaci:

$$\frac{dw_L}{dr} = \frac{\mu_g}{\mu_L} \frac{dw_g}{dr} \quad (25)$$

Ponieważ lepkość cieczy jest 10^2 razy większa od lepkości gazu, z równania (25) wynika, że $\frac{dw_L}{dr} \cong 0$ czyli $w_L = w_{Lmax}$ profilu prędkości cieczy. Oznacza to, że ciecz wywiera znaczną siłę ciągnienia (napięcie ścinające) na gaz. Warunek brzegowy (4) uproszczono zatem do postaci:

$$r = r_1 \quad w_g = w_{Lmax} \quad (26)$$

uzyskując w wyniku rozwiązania równania bilansu pędu gazu (2) następujący profil prędkości gazu w kapilarze:

$$w_g = \frac{1}{4\mu_g} \frac{dP_g}{dx} (r^2 - r_1^2) + w_{L,max} \quad (27)$$

Stąd maksymalna prędkość gazu w osi kapilary wynosi:

$$r = 0 \quad w_g = \frac{1}{4\mu_g} \left(-\frac{dP_g}{dx} \right) r_1^2 + w_{L,max} \quad (28)$$

a prędkość średnia płynu:

$$\bar{w}_g = \frac{1}{\mu_g} \left(-\frac{dP_g}{dx} \right) r_1^2 + w_{L,max} \quad (29)$$

Ze wzorów tych jak również z zależności (17) i (18) wynika, że gaz jest ciągniony przez ciecz.

Wstępne oszacowania grubości filmu δ_L wykazały, iż powoduje ona nieznaczną różnicę między promieniami r_1 i r_2 , co pozwala na uproszczenie przez r w równaniu (6), otrzymując w ten sposób równanie dla płyty płaskiej.

Ponadto, z badań eksperymentalnych wynika, iż:

$$\rho_L \tilde{g} \left\langle -\frac{dP_L}{dx} \right\rangle \quad (30)$$

co w efekcie prowadzi do następującego bilansu pędu dla cieczy:

$$\mu_L \frac{d^2 w_L}{dr^2} = -\rho_L \tilde{g} \quad (31)$$

o warunkach brzegowych:

$$r = r_1 \quad \frac{dw_L}{dr} = 0 \quad (32)$$

$$r = r_2 \quad w_L = 0 \quad (33)$$

Aby ułatwić całkowanie równania (31) przesunięto układ współrzędnych tak, aby w punkcie $r = r_1$ nowa współrzędna $\zeta = 0$

$$\zeta = r - (R_H - \delta_L - \delta_B) \quad (34)$$

otrzymując równanie (31) dla nowej współrzędnej:

$$\frac{d^2 w_L}{d\zeta^2} = -\frac{\rho_L \tilde{g}}{\mu_L} \quad (35)$$

o warunkach brzegowych:

$$\zeta = 0 \quad \frac{dw_L}{dr} = 0 \quad (36)$$

$$\zeta = \delta_L \quad w_L = 0 \quad (37)$$

otrzymując po scałkowaniu profil prędkości fazy ciekłej:

$$w_L = \frac{\rho_L \tilde{g}}{2\mu_L} \delta_L^2 \left[1 - \left(\frac{\zeta}{\delta_L} \right)^2 \right] \quad (38)$$

Maksymalna prędkość dla $\zeta = 0$ jest:

$$w_{Lmax} = \frac{\rho_L \tilde{g}}{2\mu_L} \delta_L^2 \quad (39)$$

a średnia prędkość fazy ciekłej:

$$\bar{w}_L = \frac{\rho_L \tilde{g}}{3\mu_L} \delta_L^2 \quad (40)$$

Z porównania obliczonej wartości prędkości średniej (40) z wartością prędkości średniej stosowaną w eksperymentach można wyznaczyć grubość filmu δ_L .

Średnia prędkość eksperymentalna wynosi:

$$\bar{w}_{Lex} = \frac{V_L^*}{f a_0 \delta_L} \quad (41)$$

gdzie f – to przekrój kolumny, a_0 – powierzchnia właściwa wypełnienia, a V_L^* natężenie przepływu cieczy stosowane w eksperymentach, czyli:

$$\frac{V_L^*}{f a_0 \delta_L} = \frac{\rho_L \tilde{g}}{3\mu_L} \delta_L^2 \quad (42)$$

stąd

$$\delta_L = \left[\frac{3V_L^* \mu_L}{f a_0 \rho_L \tilde{g}} \right]^{1/3} \quad (43)$$

3. BILANSE MASY SKŁADNIKÓW REAKCJI BIOCHEMICZNEJ

Faza gazowa ($0 \leq r \leq r_1$)

$$w_g \frac{\partial C_{ig}}{\partial x} = D_{ig} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C_{ig}}{\partial r} \right) \quad i = \text{VOC/O}_2 \quad (44)$$

o warunkach brzegowych:

$$x = 0 \quad C_{ig}(r, 0) = C_{ig}^0 \quad (45)$$

$$r = 0 \quad \frac{\partial C_{ig}}{\partial r} = 0 \quad (46)$$

$$r = r_1 \quad C_{ig} = m_i C_{iL} \quad (47)$$

$$D_{ig} \frac{\partial C_{ig}}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = D_{iL} \frac{\partial C_{iL}}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \quad (48)$$

Faza ciekła ($r_1 \leq r \leq r_2$)

$$w_L \frac{\partial C_{iL}}{\partial x} = D_{iL} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C_{iL}}{\partial r} \right) \quad (49)$$

o warunkach brzegowych:

$$x = 0 \quad C_{iL}(r, 0) = C_{iL}(r, H) \quad (50)$$

$$r = r_2 \quad C_{iL} = C_{iB} \quad (51)$$

$$D_{iL} \frac{\partial C_{iL}}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = D_{iB} \frac{\partial C_{iB}}{\partial r} \Big|_{r=r_2} \quad (52)$$

Biofilm ($r_2 \leq r \leq R_H$)

$$D_{iB} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C_{iB}}{\partial r} \right) = \frac{X_B \mu_m}{Y_{Bi}} \frac{C_{vB}}{K_v + C_{vB}} \frac{C_{OB}}{K_O + C_{OB}} \quad (53)$$

Ponieważ grubość biofilmu stanowi mniej niż 1% promienia hydraulicznego R_H , proces w biofilmie można traktować jak w płycie płaskiej. Zatem:

$$D_{iB} \frac{\partial^2 C_{iB}}{\partial r^2} = \frac{X_B \mu_m}{Y_{Bi}} \frac{C_{vB}}{K_v + C_{vB}} \frac{C_{OB}}{K_O + C_{OB}} \quad (54)$$

o warunkach brzegowych:

$$r = r_2 \quad C_{iL} = C_{iB} \quad (55)$$

$$D_{iL} \frac{\partial C_{iL}}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = D_{iB} \frac{\partial C_{iB}}{\partial r} \Big|_{r=r_2} \quad (56)$$

$$r = R_H \quad \frac{\partial C_{iB}}{\partial r} = 0 \quad (57)$$

Wprowadzono następujące zmienne bezwymiarowe:

$$\bar{C}_{ig} = \frac{C_{ig}}{C_{ig}^0}; \quad \bar{C}_{iL} = \frac{C_{iL} m_i}{C_{ig}^0}; \quad \bar{C}_{iB} = \frac{C_{iB} m_i}{C_{ig}^0} \quad (58)$$

oraz

$$z = \frac{x}{H}; \quad r^* = \frac{r}{R_H}; \quad r_1^* = \frac{r_1}{R_H}; \quad r_2^* = \frac{r_2}{R_H} \quad (59)$$

a dla biofilmu:

$$\Theta = \frac{r - r_2}{R_H - r_2} = \frac{r^* - r_2^*}{1 - r_2^*} = \frac{r - r_2}{\delta_B} \quad (60)$$

otrzymując równania bilansowe w następującej postaci:

Faza gazowa ($0 \leq r^* \leq r_1^*$)

$$\frac{\partial \bar{C}_{ig}}{\partial z} = \frac{1}{Pe_g} \left(\frac{H}{R_H} \right) \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \bar{C}_{ig}}{\partial r^*} \right) \quad (61)$$

gdzie $Pe_g = \frac{w_g R_H}{D_{ig}}$ liczba Pecleta gazu (62)

o warunkach brzegowych:

$$z = 0 \quad \bar{C}_{ig} = 1 \quad (63)$$

$$r^* = 0 \quad \frac{\partial \bar{C}_{ig}}{\partial r^*} = 0 \quad (64)$$

$$r^* = r_1^* \quad \bar{C}_{ig} = \bar{C}_{iL} \quad (65)$$

$$D_{ig} \frac{\partial \bar{C}_{ig}}{\partial r^*} \Big/_{r^*=r_1^*} = \frac{D_{iL}}{m_i} \frac{\partial \bar{C}_{iL}}{\partial r^*} \Big/_{r^*=r_1^*} \quad (66)$$

Faza ciekła ($r_1^* \leq r \leq r_2^*$)

$$\frac{\partial \bar{C}_{iL}}{\partial z} = \frac{1}{Pe_L} \left(\frac{H}{R_H} \right) \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \bar{C}_{iL}}{\partial r^*} \right) \quad (67)$$

gdzie $Pe_L = \frac{w_L R_H}{D_{iL}}$ liczba Pecleta cieczy (68)

o warunkach brzegowych:

$$z = 0 \quad \bar{C}_{iL}(r, 0) = \bar{C}_{iL}(r, H) \quad (69)$$

$$r = r_2^* \quad \bar{C}_{iL} = \bar{C}_{iB} \quad (70)$$

$$D_{iL} \frac{\partial \bar{C}_{iL}}{\partial r^*} \Big/_{r=r_2^*} = D_{iB} \frac{\partial \bar{C}_{iB}}{\partial r^*} \Big/_{r=r_2^*} \quad (71)$$

Biofilm ($r_2^* \leq r^* \leq 1$)

$$\frac{\partial \bar{C}_{iB}}{\partial \Theta^2} = \Phi_i^2 \frac{\bar{C}_{vB}}{K_v^* + \bar{C}_{vB}} \frac{\bar{C}_{OB}}{K_O^* + \bar{C}_{OB}} \quad i = v, O \quad (72)$$

o warunkach brzegowych:

$$\Theta = 0 \quad \bar{C}_{iL} = \bar{C}_{iB} \quad (73)$$

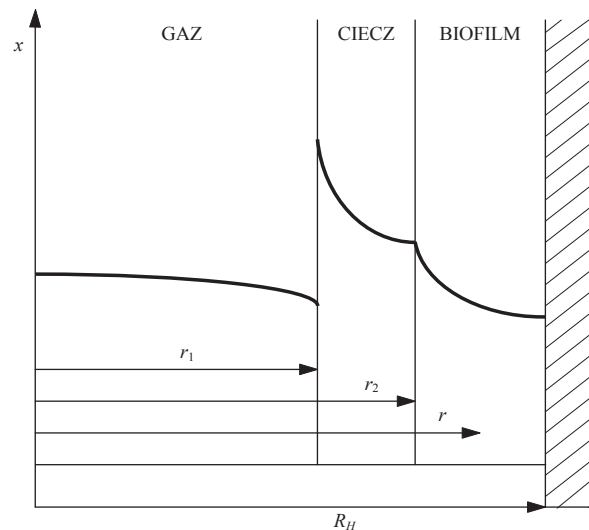
$$\Theta = 1 \quad \frac{d\bar{C}_{iB}}{d\Theta} = 0 \quad (74)$$

gdzie $\Phi_i^2 = \delta_B^2 \frac{X_B \mu_m m_i}{Y_{Bi} C_{ig}^0}$ (75)

$$K_v^* = \frac{K_v m_v}{C_{vg}^0}; \quad K_O^* = \frac{K_O m_O}{C_{Og}^0} \quad (76)$$

Wprowadzenie zmiennej niezależnej Θ do równania różniczkowego (54) opisującego proces dyfuzji i reakcji chemicznej w biofilmie spowodowało przekształcenie warunku brzegowego (56) do postaci:

$$D_{iL} \frac{\partial \bar{C}_{iL}}{\partial r^*} \Big|_{r=r_2^*} = D_{iB} \frac{1}{1-r_2^*} \frac{\partial C_{iB}}{\partial \Theta} \Big|_{\Theta=0} \quad (77)$$



Rys. 2. Profile stężeń reagentów w fazach
Fig. 2. Concentration profiles of reagents in the phases

WNIOSKI

Zasadnicza różnica między modelem makroskopowym a kapilarnym trójfazowego reaktora biochemicznego polega na różnym ilościowym opisie zjawisk transportu masy między fazami gazową, ciekłą i biofilmem.

W modelu makroskopowym transport masy między fazami definiowany jest jako strumień masy, wyrażony przez współczynnik przenikania masy i koncentracyjną siłę napędową między fazami. Współczynniki przenikania masy muszą być wyznaczone eksperymentalnie dla różnych geometrii złoża i właściwości fizykochemicznych badanego układu. Uzyskane eksperymentalnie korelacje opisują zazwyczaj proces transportu masy globalnie z włączoną do nich zmiennością zawieszenia cieczy w złożu, które wpływa na wartość efektywnej porowatości i specyficznej powierzchni złoża. Stąd wyniki eksperymentów charakteryzują się dość dużym rozrzutem tych wartości ($\pm 20\%$), co niekorzystnie wpływa na dokładność całego modelu biodegradacji w reaktorze.

W modelu kapilarnym założono, iż transport masy między fazami odbywa się jedynie na drodze dyfuzji reagentów prostopadle do osi kapilary, eliminując w ten sposób konieczność eksperymentalnego wyznaczania korelacji współczynników przenikania masy. Założenia te są uzasadnione małymi wymiarami promieni kapilar (10^{-3} m) oraz niezmiernie cienkim filmem cieczy i biofilmem (10^{-5} m), jak i porównywalnie niskimi natężeniami przepływu faz płynnych. Prowadzi to do prostszego ujęcia zjawisk transportu między fazami, a w oparciu o obliczenia hydrodynamiczne do wyprowadzenia zależności określającej grubość filmu cieczy jako funkcję zmiennych procesu, a stąd efektywnej porowatości złoża i efektywnej specyficznej powierzchni złoża.

Uproszczenie ujęcia transportu masy w modelu kapilarnym wymaga jednak bardziej złożonej procedury numerycznego całkowania równań modelowych, jako układu równań różniczkowych cząstkowych o dwu wymiarach.

OZNACZENIA – SYMBOLS

a_0	– powierzchnia właściwa wypełnienia, m^{-1} specific surface area of packing
C_{ik}	– koncentracja składnika i w fazie k , $g\ m^{-3}$ concentration of i component in k phase
D_{ik}	– współczynnik dyfuzji składnika i w fazie k , $m^2\ s^{-1}$ diffusivity of i component in k phase
\tilde{g}	– przyspieszenie grawitacyjne, $m\ s^{-2}$ gravitational acceleration
H	– wysokość złoża, m height of the bed
K_i	– stała półnasylenia, $g\ m^{-3}$ half saturation constant
m_i	– współczynnik podziału partition coefficient
n_K	– liczba kapilar w złożu capillary number in the bed
P_C	– ciśnienie kapilarne, Pa capillary pressure
Pe_k	– liczba Pecleta fazy k (g, L) Peclet number of phase k (g, L)
P_k	– ciśnienie fazy k (g, L), Pa pressure of k (g, L) phase
r	– współrzędna radialna prostopadła do osi złoża, m radial coordinate perpendicular to bed axis
R	– promień powierzchni kontaktu gaz-ciecz w rurce kapilarnej, m radius at the interface of gas-liquid in the capillary tube,
R_H	– promień hydrauliczny kapilary, m hydraulic radius of capillary
R_R	– promień reaktora, m reactor radius

V_k^*	– natężenie przepływu fazy k (g, L), $m^3 s^{-1}$ flow rate of k (g, L) phase
w_k	– prędkość fazy k (g, L), $m s^{-1}$ velocity of phase k (g, L)
X_B	– gęstość biomasy, $g dm^{-3}$ biomass density
X	– współrzędna wzdłuż osi złoża, m coordinate along the bed axis
Y_{Bi}	– współczynnik wydajności biomasy, $g_B g_i^{-1}$ biomass yield coefficient

LITERY GRECKIE – GREEK LETTERS

δ_B	– grubość filmu biomasy, m biofilm thickness
δ_L	– grubość filmu cieczy, m liquid film thickness
ε_0	– porowatość złoża bed porosity
ζ	– współrzędna w filmie cieczy, m coordinate in the liquid film
Φ	– moduł Thielego Thiele modulus
σ_L	– napięcie powierzchniowe, $N m^{-1}$ surface tension
μ_k	– lepkość fazy k (g, L), $Pa s$ viscosity of k (g, L) phase
μ_m	– maksimum specyficznej szybkości wzrostu, s^{-1} maximum of specific growth rate

INDEKSY DOLNE – SUBSCRIPTS

B	– biomasa biomass
g	– gaz gas
i	– składnik (VOC, O_2) component (VOC, O_2)
k	– określa fazę (g, L, B) denotes phase (g, L, B)
L	– ciecz liquid

INDEKSY GÓRNE – SUPERSSCRIPTS

0	– określa wartość wlotową do reaktora denotes inlet value to the reactor
-----	---

ZMIENNE BEZWYMIAROWE – DIMENSIONLESS VARIABLES

$\bar{C}_{ig} = \frac{C_{ig}}{C_{ig}^0}$	– bezwymiarowa koncentracja składnika w fazie gazowej dimensionless concentration of component in the gas-phase
$\bar{C}_{iL} = \frac{C_{iL}m_i}{C_{ig}^0}$	– bezwymiarowa koncentracja składnika w fazie ciekłej dimensionless concentration of component in the liquid phase
$\bar{C}_{iB} = \frac{C_{iB}m_i}{C_{ig}^0}$	– bezwymiarowa koncentracja składnika w biofilmie dimensionless concentration of component in the biofilm
$z = \frac{x}{H}, \quad r^* = \frac{r}{R_H}, \quad \Theta = \frac{r-r_2}{R_H-r_2}$	– bezwymiarowe współrzędne w złożu i biofilmie dimensionless concentration of component in the bed and in the biofilm

PIŚMIENNICTWO CYTOWANE – REFERENCES

- [1]. Diks R.M.M., Ottengraf S.P.P., 1991. Verification studies of a simplified model for the removal of dichloromethane from waste gases using a biological trickling filter. Part I. *Bioprocess Eng.*, 6, 93-99. DOI: 10.1007/BF00369249.
- [2]. Diks R.M.M., Ottengraf S.P.P., 1991. Verification studies of a simplified model for the removal of dichloromethane from waste gases using a biological trickling filter. Part II. *Bioprocess Eng.*, 6, 131-140. DOI: 10.1007/BF00369249.
- [3]. Hekmat D., Vortmeyer D., 1994. Modelling of biodegradation processes in trickle-bed bioreactors. *Chem. Eng. Sci.*, 49, 4327-4345. DOI: 10.1016/S0009-2509(05)80025-9.
- [4]. Mpanis C.J., Baltzis B.C., 1998. An experimental and modeling study on the removal of monochlorobenzene vapor in biotrickling filters. *Biotechnol. Bioeng.*, 59, 328-343. DOI: 10.1002/(SICI)1097-0290(19980805)59:3<328::AID-BIT9>3.0.CO;2-D.
- [5]. Baltzis B.C., Mpanis C.J., Bhattacharya S., 2001. Modeling of the removal of VOC mixtures in biotrickling filters. *Biotechnol. Bioeng.*, 72, 389-401. DOI: 10.1002/1097-0290(20000220)72:4<389::AID-BIT1001>3.0.CO;2-#.
- [6]. Iliuta I., Larachi F., 2004. Biomass accumulation and clogging in trickle-bed bioreactors. *AIChE J.*, 50, 2541-2551. DOI: 10.1002/aic.10201.
- [7]. Iliuta I., Iliuta M.C., Larachi F., 2005. Hydrodynamics modeling of bioclogging in waste gas treating trickle-bed bioreactors. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 44, 5044-5052. DOI: 10.1021/ie049635n.
- [8]. Iliuta I., Larachi F., 2006. Dynamics of cells attachment, aggregation, growth and detachment in trickle-bed bioreactors. *Chem. Eng. Sci.*, 61, 4893-4908. DOI: 10.1016/j.ces.2006.03.042.
- [9]. Iliuta I., Larachi F., 2013. Dynamics of fines/bacterial cells accumulation in trickle-bed reactors/bioreactors–Multiscale modeling framework. *Comput. Math. Applic.*, 65, 1698-1718. DOI: 10.1016/j.camwa.2013.01.010.
- [10]. Gąszczak A., Bartelmus G., Burghardt A., Rotkegel M., Sarzyński R., 2018. Experiments and modelling of a biotrickling filter (BTF) for removal of styrene from airstreams. *J. Chem. Technol. Biotechnol.*, 93, 2659-2670. DOI: 10.1002/jctb.5620.
- [11]. Alonso C., Suidan M.T., Byung R.K., Byung J.K., 1998. Dynamic mathematical model for the biodegradation of VOCs in biofilters: biomass accumulation study. *Environ. Sci. Technol.*, 32, 3118-3123. DOI: 10.1021/es9711021.

- [12]. Alonso C., Zhu X., Suidan M.T., Byung R.K., Byung J.K., 2001. Mathematical model of biofiltration of VOCs: Effect of nitrate concentration and backmixing. *J. Environ. Eng.*, 127, 655-664. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9372(2001)127:7(655).
- [13]. Liao Q., Tian X., Chen R., Zhu X., 2008. Mathematical model for gas-liquid two-phase flow and biodegradation of a low concentration volatile organic compound (VOC) in a trickling biofilter. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 51, 1780-1792. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.07.007.
- [14]. Liao Q., Tian X., Zhu X., Chen R., Wang Y.Z., 2008. Measurement and modeling of heat generation in trickling biofilter for biodegradation of a low concentration volatile organic compound (VOC). *Chem. Eng. J.*, 140, 221-234. DOI: 10.1016/j.cej.2007.09.043.
- [15]. Lu C., Chang K., Hsu S., 2004. A model for treating isopropyl alcohol and acetone mixture in a trickle-bed air biofilter. *Process Biochem.*, 39, 1849-1858. DOI:10.1016/j.procbio.2003.09.019.

ANDRZEJ BURGHARDT

CAPILLARY MODEL OF THE BIOCHEMICAL PROCESS IN THREE-PHASE REACTOR

The review of literature presenting mathematical models of biochemical reaction process (TBB) allows us to separate two groups which apply different formulation methods of the model. These are: the group of averaged macroscopic models [1-10] in which the plug flow of fluid phases is usually assumed and the group of microscopic models called also capillary models.

In the group of capillary models [11-15] the bed of TBB is represented as a set of straight, parallel capillary tubes with the radiuses in the range of several millimeters. The inner surface area of the tubes is covered with the biofilm along which the liquid is drained by the gravity and the gas flows in the central part of the tube.

Fig. 1. illustrates the distribution of phases in the capillary tube indicating the thickness of the liquid layer and the biofilm, as well as the coordinate system used in the computations. A laminar flow of the two phases has been assumed. The mass transfer between the phases is taking place only as a result of diffusional fluxes. The only convective flux generated by the fluid phases is parallel to the axis of the bed. These assumptions are justified by the small dimensions of the capillary tube (10^{-3} m) and very thin liquid layer and biofilm (10^{-5} m) as well as by low flow rates usually used in the TBB.

In the immobilized biofilm, treated as a flat plate, the diffusion and biochemical reaction is taking place.

The developed mathematical model consists of two parts: Process Hydrodynamics and Mass Balances of the Components of the Biochemical Reaction.

Basing on the momentum balances of the two phases (Eqs 2-9) the velocity profiles have been derived (Eqs 17, 18) which enable the determination of the parameter (δ_L) necessary in the mass balances of biochemical reaction components.

The concentration profiles of the reagents (VOC, O_2) in the phases are defined by the system of differential equations (18-33) of part two.

Received: 10.09.2018

Accepted: 24.10.2018