

Wojciech MARKIEWICZ, Igor MACIEJEWSKI

BADANIA MODELOWE ZJAWISKA TARCIA W UKŁADACH ZAWIESZEŃ SIEDZISK STOSOWANYCH DO REDUKCJI DRGAŃ MECHANICZNYCH W POZIOMYM KIERUNKU ODDZIAŁYWANIA

Streszczenie

W pracy zostały przedstawione argumenty potwierdzające konieczność uwzględniania zjawiska tarcia w procesie modelowania układu redukcji drgań poziomych, stosowanych w siedziskach operatorów maszyn roboczych. Dobór odpowiedniego modelu tarcia i uwzględnienie go w badaniach pozwala na uzyskanie w procesie symulacji wyników zbliżonych do rzeczywistego zachowania układu. Na podstawie zależności opisujących poszczególne modele tarcia zostały opracowane modele komputerowe w środowisku Matlab – Simulink i wyznaczone zostały przebiegi czasowe przemieszczeń układu oraz działającej w nim siły tarcia. Analiza uzyskanych wyników pozwala wnioskować o efektywności zastosowania poszczególnych modeli tarcia w układzie redukcji drgań.

WSTĘP

Korzystanie z maszyn roboczych związane jest z występowaniem drgań, które mają szkodliwy wpływ na organizmy operatorów obsługujących te maszyny. Na uciążliwość i komfort pracy operatora mają wpływ przede wszystkim drgania mechaniczne o niskim zakresie częstotliwości wynikające z oddziaływania dynamicznego układu pojazd – powierzchnia, po której przemieszcza się pojazd oraz z charakteru pracy tych pojazdów. Układy wibroizolacji stosowane w nowoczesnych siedziskach maszyn roboczych posiadają możliwość ograniczania drgań poziomych, powstających głównie na skutek pracy w trudnym terenie. Kierunek występowania tych wibracji jest zgodny z kierunkiem jazdy. Możliwość zmniejszenia drgań poziomych daje operatorowi maszyny pewniejsze prowadzenie pojazdu oraz zmniejsza wpływ drgań na jego organizm. Konstruowanie układów zawieszonych siedzisk stosowanych do redukcji drgań mechanicznych w poziomym kierunku oddziaływania jest utrudnione, między innymi ze względu na różne masy operatorów. Siedzisko wraz z kierownicą połączone z układem redukcji drgań, stanowi bowiem układ drgający o zmiennych parametrach amplitudowo-częstotliwościowych. Konstruowanie układów redukcji drgań poprzedzane jest badaniami modelowymi i eksperymentalnymi. Modelowanie i symulacja komputerowa dynamiki ruchu układu siedzisko-operator pozwala na skrócenie czasu badań i zmniejszenie ich kosztów.

W związku z tym, że działanie układu redukcji drgań poziomych wymaga wzajemnego ślizgowego lub tocznego przesuwania się poszczególnych elementów tego układu, występuje zjawisko tarcia. Z ogólnych analiz wpływu tarcia na charakterystykę układów mechanicznych wynika, że wpływ ten jest istotny. W analizach i modelowaniu układów redukcji drgań poziomych nie można więc zjawiska tarcia pominąć. Analizując układ zawieszenia siedziska można zauważać, że udział tarcia jest znaczący w rozpraszaniu energii ruchu drgającego.

Tarcie jest zjawiskiem występującym powszechnie wszędzie tam, gdzie mamy do czynienia z ruchem ciał [1], czyli praktycznie we wszystkich układach mechanicznych. Zależy ono od wielu czynników, m. in. rodzaju stykających się ciał, stanu powierzchni styku, od jej gładkości, a także od wilgotności, temperatury oraz od prędkości względnej poruszających się ciał [1]. Główne dyscypliny naukowe, które związane są z badaniem tarcia to trybologia, me-

chanika, teoria sterowania, akustyka, geofizyka i sejsmologia. W literaturze istnieją liczne modele matematyczne tarcia, z których każdy ma pewne wady i zalety. Modele te można podzielić na dwie grupy: modele statyczne i modele dynamiczne.

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie metody modelowania tarcia w układzie redukcji drgań poziomych siedziska pojazdu oraz prezentacja wyników symulacyjnych badań porównawczych dla różnych modeli tarcia (Coulomba, Dahla, LuGre). Na rysunku 1 pokazane zostały kierunki działania drgań na operatora maszyny roboczej. Modelowanie oraz badania symulacyjne opisane w niniejszym artykule dotyczą jednego z poziomych kierunków oddziaływania drgań, tj. kierunku wzdłużnego x .



Rys. 1. Kierunki działania wibracji na operatora maszyny roboczej

1. MODELE TARCIA

Praktyczne wykorzystanie wyników analiz symulacyjnych zależy od wiarygodności i dokładności modeli stosowanych w tych analizach. Od ponad 200 lat inżynierowie wykorzystują model tarcia według opisu podanego przez Coulomba, który uwzględnia tarcie statyczne oraz kinetyczne. W tym modelu tarcie statyczne występuje przy prędkości równej zero, natomiast tarcie kinetyczne występuje dla prędkości niezerowej [6]. Tarcie w modelu Coulomba zostało opisane następującymi równaniami:

$$F_t = \begin{cases} F_k = N \cdot \mu_k \cdot \text{sign}(v), & \text{dla } v \neq 0 \\ F_{st} = N \cdot \mu_{st}, & \text{dla } v = 0 \end{cases} \quad (1)$$

gdzie: F_k oznacza tarcie kinetyczne, F_{st} oznacza tarcie statyczne, N jest siłą normalną pochodzącą od nacisku ciała na podłoże, μ_{st} jest współczynnikiem tarcia spoczynkowego, μ_k jest współczynnikiem tarcia kinetycznego, v jest prędkością względną stykających się ciał.

Dla prędkości równej zeru siła tarcia może przyjmować wartości z przedziału[2]:

$$-(N \cdot \mu_{st}) \leq F_t \leq +(N \cdot \mu_{st}) \quad (2)$$

W związku z tym, że funkcja signum dla prędkości bliskiej zeru nie przyjmuje żadnej określonej wartości, więc dla takiej prędkości ruchu układu w modelu uwzględnia się jedynie tarcie statyczne. Wartość siły tarcia nie jest stała przy przejściu od stanu spoczynku do ruchu układu [1]. Wynika to z różnicy wartości współczynników tarcia statycznego i kinetycznego. Współczynnik tarcia statycznego μ_{st} jest większy od współczynnika tarcia kinetycznego μ_k , więc siła tarcia statycznego będzie większa od siły tarcia kinematycznego.

Modelowanie tarcia w oparciu o założenia Coulomba pozwala na skokową zmianę siły tarcia suchego. Brak możliwości określenia przejścia ze stanu spoczynku do poruszania się układu (najczęściej dochodzi wtedy do zerwania stanu przylegania i następuje stan poślizgu układu), jest zasadniczą wadą tego modelu i stanowi problem podczas jego wykorzystywania. Nieciągłość opisu prowadzi do wielu problemów z matematycznym opisem tarcia przy korzystaniu z tego modelu. W przypadku modelowania zjawisk, w których występuje zjawisko tarcia, modele statyczne, bazujące na modelu Coulomba, mogą okazać się niewystarczające. Często są one zbyt mało dokładne i nie odzwierciedlają wielu istotnych, obserwowanych w rzeczywistości zjawisk, takich jak przemieszczenie przed fazą ruchu ślizgowego czy histereza siły tarcia przy narastaniu i zmniejszaniu prędkości. W związku z tym, opracowane zostały nowe, dynamiczne modele tarcia opisywane równaniami różniczkowymi. W modelach dynamicznych moment tarcia zależy nie tylko od prędkości ale również od czasu i pozycji układu[4]. Do najbardziej znanych należy zaliczyć: model Dahla oraz model LuGre.

Jedną z podstawowych wad modeli tarcia bazujących na klasycznym modelu tarcia Coulomba jest założenie, że tworzące styk powierzchnie są idealnie sztywne. Założenie to jest jedną z głównych przyczyn małej dokładności tych modeli w analizach układów dynamicznych, a w szczególności układów znajdujących się w ruchu drgającym. Wady tej nie mają dynamiczne modele tarcia Dahla i LuGre, uwzględniające podatność kontaktową styczną rzeczywistego połączenia stykowego, jak i zjawisko tzw. przesunięcia wstępnego (*presliding effect*)[3].

Model Dahla zakłada, że odkształcenie styczne styku ma już od początkowej fazy obciążeń charakter sprężysto-plastyczny. W modelu tym wielkość siły tarcia określa zależność:

$$F_t = k_t \cdot z \quad (3)$$

gdzie: k_t jest współczynnikiem sztywności styku w kierunku stycznym, z jest składową sprężystego odkształcenia styku. Składową z wyznacza się z zależności:

$$\frac{dz}{dt} = v_r \left(1 - \frac{k_t}{F_c} \cdot \text{sign}(v_r) \cdot z\right)^\alpha \quad (4)$$

gdzie: F_c jest wartością siły tarcia Coulomba, natomiast v_r prędkością względną stykających się ciał, Wykładnik potęgi α dla materiałów sprężysto-plastycznych przyjmuje wartość $\alpha \geq 1$ [8].

W ostatnich latach bardzo popularny przy modelowaniu zjawiska tarcia stał się model LuGre, ponieważ zawiera wiele z zaobserwowanych rzeczywistych cech tarcia. Przykładowo, w modelu LuGre uwzględniony jest efekt Stribecka, zakładający istnienie prędkości v_s (prędkość Stribecka). Jest to graniczna względna prędkość pomiędzy mikropoślizgiem, a makropoślizgiem. Mierząc zależność prędkości od tarcia w łożyskach kulkowych Stribeck stwierdził, że w określonym przedziale prędkość tarcia zmniejsza się wraz ze wzrostem prędkości[7]. W niektórych źródłach model LuGre jest również określany jako zintegrowany model dynamiczny. Nazwa modelu pochodzi od skrótu nazw Lund Institute of Technology i INPG Grenoble, dwóch uniwersytetów współpracujących w badaniach nad tym modelem. Model LuGre opiera się na sprężystości stykających się ciał. Opisuje on strukturę powiązania pomiędzy dwoma stykającymi się ciałami, jako układ elastycznych włosków (*bristle model*), reprezentujących punkty kontaktu[5].

W modelu LuGre wartość siły tarcia określa się równaniami różniczkowymi:

$$F_t = \sigma_0 z(t) + \sigma_1 \frac{dz(t)}{dt} + F_v \cdot v(t) \quad (5)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = v(t) - \frac{\sigma_0}{g(v(t))} \cdot z(t) \cdot |v(t)| \quad (6)$$

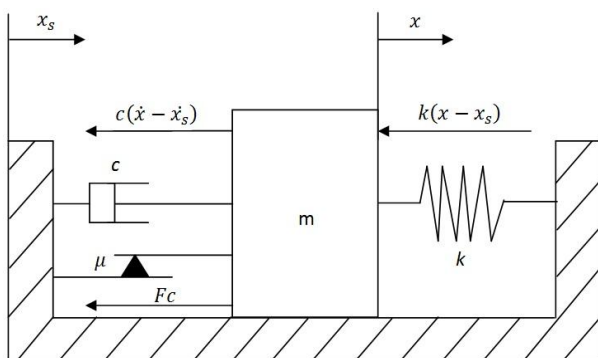
gdzie:

$$g(v(t)) = F_c + (F_s - F_c) e^{-(v/v_s)^2} \quad (7)$$

W równaniach tych σ_0 opisuje sztywność zachowań sprężystych układu dla małych przemieszczeń, σ_1 opisuje stan tarcia wiskotycznego. Dla niewielkich odkształceń, model zachowuje się jak sprężyna o sztywności σ_0 i współczynnikiem tłumienia σ_1 . Funkcja $g(v)$ opisuje efekt Stribecka. Zmienna $z(t)$ reprezentuje stan tarcia i może być interpretowana jako średnie odchylenie elastycznych włosków w miejscu łączenia obu powierzchniach. F_c, F_s, F_v oznaczają odpowiednio tarcie Coulomba, Stribecka i tarcie wiskotyczne.

2. MODELOWANIE TARCIA W PASYWNYM UKŁADZIE REDUKCJI DRGAŃ POZIOMYCH

W modelu przyjętym w badaniach symulacyjnych założono, że ciało o masie m przesuwane jest po płycie znajdującej się między tym ciałem, a nieruchomym podłożem. Płyta wprawiana jest w ruch drgający przez co drgania przenoszone są na ciało o masie m . Pasywny układ redukcji drgań składa się ze sprężyny o współczynniku sprężystości $k = 5000$ N/m oraz tłumika o współczynniku tłumienia $c = 600$ Ns/m. Masa odpowiadająca sumie mas siedziska i operatora została przyjęta w wartości $m = 120$ kg. Na rysunku 2 został przedstawiony fizyczny model pasywnego układu zawieszenia poziomych, zamontowanego w siedzisku pojazdu.



Rys. 2. Model fizyczny pasywnego układu zawieszenia siedziska

W celu zbadania wpływu przyjętego modelu tarcia w układzie redukcji drgań poziomych wyznaczony został model dynamiki tego układu. Równanie ruchu takiego układu możemy opisać następującą zależnością:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{x}_s) + k(x - x_s) + F_t = 0 \quad (8)$$

Dla modelu Coulomba:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{x}_s) + k(x - x_s) + m \cdot g \cdot \mu \cdot \text{sign}(\dot{x} - \dot{x}_s) = 0 \quad (9)$$

Dla modelu Dahla:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{x}_s) + k(x - x_s) + k_t \cdot z = 0 \quad (10)$$

$$\frac{dz}{dt} = (\dot{x} - \dot{x}_s) \cdot \left(1 - \frac{k_t}{m \cdot g \cdot \mu \cdot \text{sign}(\dot{x} - \dot{x}_s)} \cdot \text{sign}(\dot{x} - \dot{x}_s) \cdot z\right)^\alpha \quad (11)$$

Dla modelu LuGre:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{x}_s) + k(x - x_s) + \sigma_0 z(t) + \sigma_1 \frac{dz(t)}{dt} + F_v \cdot (\dot{x} - \dot{x}_s) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = (\dot{x} - \dot{x}_s) - \frac{\sigma_0}{g(\dot{x} - \dot{x}_s)} \cdot z(t) \cdot |(\dot{x} - \dot{x}_s)| \quad (13)$$

gdzie:

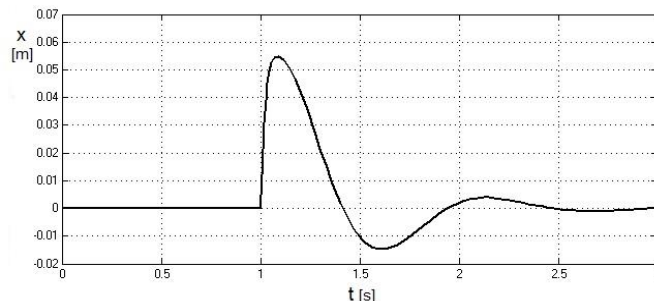
$$g(\dot{x} - \dot{x}_s) = N \cdot \mu \cdot \text{sign}(\dot{x} - \dot{x}_s) + (F_s - N \cdot \mu \cdot \text{sign}(\dot{x} - \dot{x}_s)) \cdot e^{-((\dot{x} - \dot{x}_s)/v_s)^2} \quad (14)$$

3. SYMULACYJNE BADANIA PORÓWNAWCZE

W celu zbadania wpływu modelowanego tarcia na dynamikę ruchu układu redukcji drgań poziomych, wchodzącego w skład zawieszenia siedziska operatora maszyny roboczej, wykonano serię badań symulacyjnych. W badaniach tych wykorzystano jako model układu redukcji drgań układ przedstawiony na rysunku 2. Obliczenia numeryczne zostały przeprowadzone w środowisku Matlab – Simulink. Symulacje zostały przeprowadzone na podstawie następującej procedury: początkowo nieruchoma podstawa układu zawieszenia siedziska po upływie 1 sekundy została wprawiona w ruch poprzez przyłożenie kinematycznego wymuszenia impulsowego, przez co ciało o masie m zostało wprawione w ruch drgający. Drgania chronionego obiektu o masie m tłumione są poprzez układ pasywny składający się ze sprężyny i tłumika. Wyznaczone zostały przebiegi

czasowe określające ruch górnej części siedziska wraz z operatorem. Następnie wygenerowane zostały przebiegi siły tarcia występującego w układach z poszczególnymi, rozpatrywanymi w ramach niniejszej pracy modelami (zależności $(x)-(t)$ oraz $(F_t)-(t)$).

Na rysunku 3 przedstawiono przebieg przemieszczenia obiektu o masie m bez uwzględnienia tarcia w układzie.

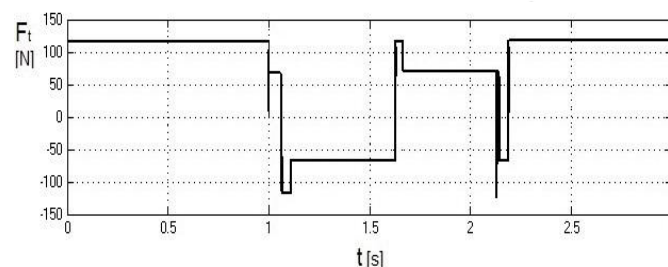
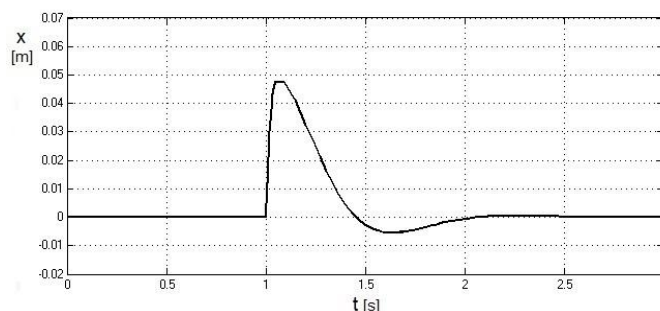


Rys. 3. Przebieg przemieszczenia ciała o masie m w układzie bez zaimplementowanego modelu tarcia

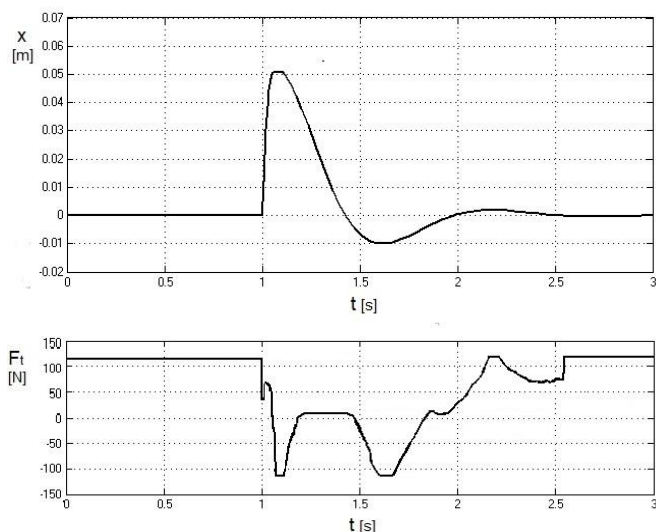
W badaniach symulacyjnych z uwzględnieniem modeli tarcia zostały przyjęte następujące założenia:

- $\mu_{st}=0,1$
- $\mu_k=0,06$
- $g=9,80665 \text{ m/s}^2$
- w modelu Dahla wykładnik potęgi $\alpha=1$, $k_t=78 \text{ N}/\mu\text{m}$
- w modelu LuGre $\sigma_0=500$, $\sigma_1=0$, $F_s=1,2 \text{ N}$, $F_v=0,05 \text{ N}$, $v_s=0,1 \text{ m/s}$

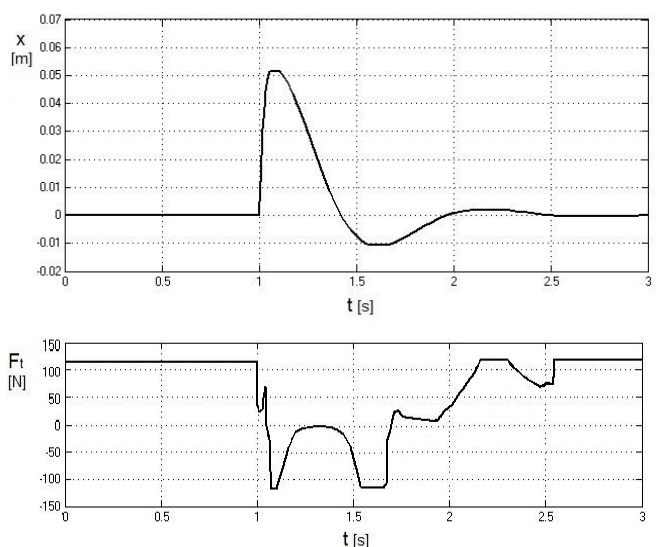
Na rysunkach 4, 5, 6 przedstawiono uzyskane w badaniach symulacyjnych przebiegi przemieszczenia obiektu o masie m oraz wartości siły tarcia dla układów z zaimplementowanymi poszczególnymi modelami tarcia.



Rys. 4. Przebiegi przemieszczenia (x) i siły tarcia (F_t) dla obiektu o masie m w układzie z modelem tarcia Coulomba



Rys. 5. Przebiegi przemieszczenia(x) i siły tarcia (F_t) dla obiektu o masie m w układzie z modelem tarcia Dahla



Rys. 6. Przebiegi przemieszczenia(x) i siły tarcia (F_t) dla obiektu o masie m w układzie z modelem tarcia LuGre

WNIOSKI

W pracy zostało przedstawione opracowane narzędzie badawcze (metoda, modele, symulacje), ułatwiające prowadzenie badań teoretycznych i symulacyjnych związanych z problematyką tarcia w układzie zawieszenia siedziska stosowanego do redukcji drgań mechanicznych w poziomym kierunku oddziaływania. W niniejszym artykule przedstawiono niektóre wyniki przeprowadzonych analiz sumacyjnych. Z wyników tych wynika jednoznacznie, że w przypadku symulacyjnych badań skuteczności działania układu redukcji drgań klasyczny model Coulomba nie jest wystarczająco efektywny. Przy stosowaniu modelu tarcia Coulomba należy pamiętać, że model ten nie określa stanu przejścia tarcia statycznego w kinematyczne. Dynamiczne modele tarcia znacznie lepiej odwzorowują wpływ zjawiska tarcia na zachowanie układu wibroizolacji. Kolejnym etapem badań będzie porównanie wyników modelowania i symulacji z wynikami badań doświadczalnych. Wyniki doświadczalne pozwolą wnioskować na temat przydatności poszczególnych modeli tarcia przy modelowaniu układu zawieszenia siedziska operatora maszyny roboczej.

BIBLIOGRAFIA

1. Awrejcewicz J.: Mechanika. WNT, Warszawa 2007.
2. Brodny J.: Górnictwo i geologia. Modelowanie tarcia w układach mechanicznych. Tom 5, zeszyt 2. Politechnika Śląska, Gliwice 2010.
3. Armstrong-Helouvry, B., Dupont, P., Canudas de Wit, C. A survey of models analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. Automatica 1994; 30, s. 1083–1138.
4. Jih-Lian Ha, Rong-Fong Fung, Chang-Fu Han and Jer-Rong Chang: Effects of Frictional Models on the Dynamic Response of the Impact Drive Mechanism, Journal of Vibration and Acoustics; Volume 128; Issue 1
5. Nguyen B. Do, Aldo A. Ferri, Olivier A. Bauchau: Efficient Simulation of a Dynamic System with LuGre Friction, Journal of Computational and Nonlinear Dynamics OCTOBER 2007, Vol. 2 / 289
6. Bowden F.P., Tabor D.: Wprowadzenie do trybologii. WNT, Warszawa 1980
7. Wiercigroch M.: A note on the switch function for the Stick-Slip phenomenon. Journal of
8. Sound and Vibration, No. 175(5), 1994, s. 700-704.
9. Bliman P. A.: Mathematical study of the Dahl's friction model. "European Journal of Mechanics, A/Solids" 1992, 11, 6, s. 835–848.

MODELLING STUDIES OF THE FRICTION PHENOMENON IN SEAT SUSPENSION SYSTEMS USED FOR REDUCTION OF THE VIBRATION EXPOSURE IN HORIZONTAL DIRECTION

Abstract

The paper presents arguments proving the necessity of the friction modelling in horizontal seat suspension of working machine operators. Selection of an appropriate friction model in the simulation research allows to obtain reliable dynamics of the vibration reduction system. The computer models of friction are implemented in Matlab - Simulink software based on the mathematical relations that are discussed within the framework of this paper. Analysis of the results leads to the conclusion concerning the friction model effectiveness in application to vibration reduction systems.

Autorzy:

Wojciech Markiewicz, Igor Maciejewski - Politechnika Koszalińska, Instytut Technologii i Edukacji, ul. Śniadeckich 2, 75-453 Koszalin