

Sebastian Szkolny, Tomasz Jakubowski  
Katedra Elektroenergetyki i Napędów Elektrycznych,  
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

## IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODELU MATEMATYCZNEGO MASZYNY ELEKTRYCZNEJ Z REGULACJĄ STRUMIENIA MAGNESÓW TRWAŁYCH

### PARAMETERS IDENTIFICATION OF MATHEMATICAL MODEL OF THE PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MACHINES WITH FLUX CONTROL

**Streszczenie:** Podstawową trudnością przy identyfikacji parametrów modelu matematycznego maszyn wzbudzanych magnesami trwałymi z regulacją strumienia jest to, że parametry indukcyjne nie mają stałego charakteru ze względu na przestrzenny charakter zjawisk elektromagnetycznych. Mogą się one zmieniać w zależności od wartości strumienia, ale również od położenia wirnika. W artykule przedstawiono propozycję metodyki eksperymentalnej identyfikacji parametrów maszyn wzbudzanych magnesami trwałymi oraz sformułowano wnioski dotyczące metody przedstawionej w artykule.

**Abstract:** The problem with parameters identification of the mathematical model of permanent magnet synchronous machine with flux control is that the inductive parameters are not constant, because of the nature of the spatial nature of electromagnetic phenomena. Results may change depending on the flux, but also on the position of the rotor. This article describes of the method parameters identify of permanent magnet synchronous machines and formulates conclusions on the method presented in the paper.

**Słowa kluczowe:** *maszyny elektryczne, modele matematyczne, identyfikacja parametrów*

**Keywords:** *electrical machines, mathematical models, parameter identification*

### 1. Wstęp

Modele matematyczne przetworników energii elektrycznej stanowią układ równań matematycznych opisujących ich wyidealizowane cechy. Takie podejście pociąga za sobą konieczność przyjęcia wielu założeń upraszczających, które są kompromisem między prostotą modelu, a dokładnością odwzorowania zjawisk fizycznych w przetworniku energii. Do opisu maszyn elektrycznych w postaci modeli obwodowych o bardzo różnym stopniu szczegółowości wykorzystuje się formalizm Lagrange'a. Formalizm ten opiera się na opisie energii elementów składowych układów elektromechanicznych [1-2]. Bazując na wielu założeniach upraszczających analizowaną maszynę elektryczną o regulowanym strumieniu magnesów trwałych można przedstawić w postaci równań różniczkowych składających się ze skupionych parametrów reprezentujących zjawiska magnetyczne (prądy  $i$ , indukcyjności  $L$  i  $M$ ) oraz elektryczne (napięcia  $u$  i rezystancje  $R$ ).

Zjawiska elektromagnetyczne zachodzące w maszynach wzbudzanych magnesami trwałymi sprawiają, że wartości parametrów indukcyjnych modeli obwodowych zmieniają się

w zależności od kąta położenia wirnika, a także od wartości prądu w uzwojeniu. Zastosowanie odpowiedniego modelu może wyeliminować część tych niekorzystnych zjawisk utrudniających opis matematyczny maszyn elektrycznych. Część tych problemów można wyeliminować stosując zapis równań obwodowych maszyny wzbudanej magnesami trwałymi w postaci wektorowej, który jest najbardziej uniwersalnym modelem matematycznym maszyny prądu przemiennego. Pozwala on na uproszczenie i usystematyzowanie postaci równań; wielkości wektorowe mają przy tym określony sens fizyczny, dzięki czemu można je mierzyć i odwzorowywać w konkretnych układach napędowych. Wektorowy zapis równań pozwala na analizę maszyny elektrycznej w dowolnym układzie współrzędnych związanych ze stojanem, wirnikiem lub wektorami napięć, strumieniami skojarzonymi czy prądami. Pozwala również, dzięki transformacji do wspólnego dla stojana i wirnika układu współrzędnych wirujących z dowolną prędkością, na wyeliminowanie indukcyjności wzajemnej zależnej od kąta obrotu wirnika [1,5].

## 2. Model matematyczny

Modelem wykorzystywanym najczęściej do opisu zjawisk fizycznych zachodzących w maszynach elektrycznych wzbudzanych wysokenergetycznymi magnesami trwałymi jest model wektorowy opisany w prostokątnym układzie współrzędnych wirujących  $d, q$ . Do identyfikacji parametrów wybrano model matematyczny silnika w jednostkach względnych [1-5, 10-11]:

$$\begin{aligned} u_{sd} &= r_s i_{sd} + \frac{d\Psi_{sd}}{d\tau} - \omega_m \Psi_{sq} \\ u_{sq} &= r_s i_{sq} + \frac{d\Psi_{sq}}{d\tau} + \omega_m \Psi_{sd} \end{aligned} \quad (1)$$

$$u_f = r_f i_f + \frac{d\Psi_f}{d\tau} \quad (2)$$

$$\frac{d\omega_m}{d\tau} = \frac{1}{T_m} \left[ (\Psi_{sd} i_{sq} - \Psi_{sq} i_{sd}) - t_l - \beta \omega_m \right] \quad (3)$$

gdzie:

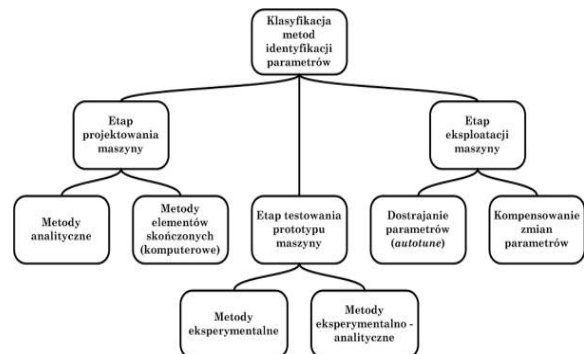
$$\begin{aligned} \Psi_{sd} &= L_{sd} i_{sd} + L_{df} i_f + \Psi_0 \\ \Psi_{sq} &= L_{sq} i_{sq} \\ \Psi_f &= L_f i_f + L_{df} i_{sd} \end{aligned} \quad (4)$$

Pełne wykorzystanie wektorowego modelu matematycznego opisanego w prostokątnym układzie współrzędnych wirujących  $d, q$  możliwe jest w przypadku znajomości głównych parametrów opisujących ten model tzn. rezystancji  $r_s$  oraz reaktancji (indukcyjności) synchronicznych  $x_{sd}$  oraz  $x_{sq}$  ( $L_{sd}$ ,  $L_{sq}$ ). Jednak niekonwencjonalne struktury geometryczne silników wzbudzanych magnesami trwałymi mogą spowodować, że parametry modelu matematycznego, w szczególności reaktancje synchroniczne w osiach  $d$  i  $q$ , mogą mieć różne wartości:  $x_{sd} < x_{sq}$ ;  $x_{sd} > x_{sq}$ ;  $x_{sd} \approx x_{sq}$ . Wartości reaktancji synchronicznych są uzależnione od konstrukcji wirnika, przy czym najczęściej  $x_{sd} \leq x_{sq}$ .

## 3. Problemy z identyfikacją parametrów synchronicznych

Identyfikacja parametrów maszyn elektrycznych wzbudzanych magnesami trwałymi dla modeli obwodowych stwarza wiele problemów, które należy wziąć pod uwagę (np. zastosowanie odpowiedniej metody identyfikacji w zależności od etapu, na jakim znajduje się opracowanie konstrukcji maszyny (rys. 1)).

Zastosowane metody określania parametrów muszą uwzględniać przestrzenność charakter zjawisk elektromagnetycznych. W tym przypadku można zastosować analityczne metody wyznaczenia rozkładu pola lub metody połowe, jednak wymaga to znajomości wszystkich wymiarów geometrycznych, jak i właściwości zastosowanych materiałów. Analityczne metody identyfikacji parametrów są możliwe do wykorzystania w fazie projektowania maszyn, gdyż dane potrzebne do przeprowadzenia identyfikacji parametrów tymi metodami są znane tylko projektantowi. Wymiary geometryczne maszyny mogą być określone przez projektanta z dużą dokładnością, natomiast właściwości zastosowanych materiałów tylko w przybliżeniu. Należy również pamiętać, że wykonanie maszyny może również wpłynąć na wartości jej parametrów. W tej sytuacji celowe jest zidentyfikowanie parametrów na modelu fizycznym w celu weryfikacji wyników uzyskanych metodami analitycznymi lub kontroli wykonania danej maszyny.



Rys. 1. Klasyfikacja metod identyfikacji parametrów

Parametry reaktancyjne przede wszystkim decydują o charakterystykach i parametrach eksploatacyjnych maszyn, takich jak przeciążalność statyczna, stałe czasowe czy współczynnik mocy. Dodatkowo reaktancja w osi podłużnej  $x_{sd}$  ma istotny wpływ na możliwość odwzbudzenia silnika w celu poszerzenia zakresu regulacji. Stopień odwzbudzenia jest jednak ściśle ograniczony charakterystyką odmagnesowania magnesu trwałego oraz dopuszczalnymi wartościami prądu stojana w osi podłużnej. Stąd wyznaczenie tych parametrów jest tak istotne dla właściwej eksploatacji maszyn. Jedną z metod jaką można zastosować do identyfikacji parametrów reaktancyjnych w osi  $d$  i  $q$  jest opracowana przez autorów metoda bazująca na charakterystykach wyznaczonych w stanach statycznych [5-7].

#### 4. Metoda identyfikacji parametrów synchronicznych bazująca na podstawowych charakterystykach

W celu zidentyfikowania parametrów proponowaną przez autorów metodą należy wyznaczyć charakterystykę biegu jałowego lub odczytać wartość napięcia dla zadanej z góry prędkości oraz wyznaczyć charakterystykę obciążenia maszyny podczas pracy generatorowej [5-7]. Podstawą do opracowania metody były równania napięciowe modelu matematycznego (1) silnika synchronicznego wzbudzanego magnesami trwałymi oraz przyjęte założenie, że w granicach jednego kroku pomiarowego  $\Delta I$  ( $\Delta I = I_2 - I_1$ ) wartości identyfikowanych parametrów będą stałe. Dla stanu ustalonego badanego silnika równania napięciowe tego modelu można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} u_{sd} &= -i_{sq} \cdot x_{sq} + i_{sd} \cdot r_s \\ u_{sq} &= -i_{sd} \cdot x_{sd} + u_i + i_{sq} \cdot r_s \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:  $u_{sd}$ ,  $u_{sq}$ ,  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$  – są składowymi wektora napięcia sieci ( $U_s$ ) i prądu obciążenia ( $I$ ) na kierunku osi wzdłużnej i poprzecznej. Przekształcając równanie (5) wykorzystując w tym celu zależności trygonometryczne występujące między wektorami napięć i prądów oraz wprowadzając oznaczenie  $U'_s = U_s + I \cdot r_s$  otrzymuje się równanie:

$$x_{sq}^2 = \frac{(U_s'^2 + I^2 \cdot x_s^2)^2}{U_i^2 \cdot I^2} - \frac{U_s'^2}{I^2} \quad (6)$$

$$x_s^2 = x_{sd} \cdot x_{sq} \quad (7)$$

Określając przy zadanej prędkości kątowej  $\omega$  z próby biegu jałowego wartość napięcia indukowanego  $U_i$ , a z próby obciążenia czynnego napięcie  $U_s$  i prąd  $I$ , w równaniu (6) w charakterze niewiadomych wystąpią parametry  $x_{sd}$ ,  $x_{sq}$ . W celu ich wyznaczenia należy określić minimum dwa punkty, mierząc przy obciążeniu czynnym  $U_1$ ,  $I_1$  i odpowiednio  $U_2$ ,  $I_2$ . Przyjmując, że dla dwóch sąsiednich pomiarów parametry są stałe oraz wyznaczając z równania (7)  $x_s$  otrzymuje się:

$$x_s^2 = \frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1} + \sqrt{\frac{c_1 - c_2}{a_2 - a_1} \left( \frac{c_1 - c_2}{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}} - 1 \right)} \quad (8)$$

gdzie:

$$a_1 = \frac{I_1^2}{U_i^2}; \quad a_2 = \frac{I_2^2}{U_i^2}; \quad b_1 = \frac{U_1'^2}{U_i^2}; \quad b_2 = \frac{U_2'^2}{U_i^2};$$

$$c_1 = \frac{U_1'^2}{I_1^2}; \quad c_2 = \frac{U_2'^2}{I_2^2}$$

$$\text{oraz} \quad U_1' = U_1 + I_1 \cdot r_s; \quad U_2' = U_2 + I_2 \cdot r_s$$

Wyznaczenie  $x_s$  pozwala obliczyć  $x_{sq}$  zgodnie z zależnościami:

$$x_{sq} = \sqrt{a_1 \cdot (c_1 + x_s^2) - c_1} = \sqrt{a_2 \cdot (c_2 + x_s^2) - c_2} \quad (9)$$

Opisana metoda, mimo swoich niedoskonałości nie wymaga pomiaru kąta obciążenia  $\theta$  i można ją stosować wykorzystując podstawową aparaturę pomiarową (woltomierz i amperomierz). Wpływ na wynik pomiarów ma temperatura. Badanie jest wykonywane przy wartościach znamionowych lub bliskich znamionowym, co powoduje nagrzewanie się uzwojeń i wpływa na wartość rezystancji uzwojeń fazowych. Niekorzystny wpływ na dokładność mają wahania prędkości obrotowej. Dodatkowo, na jakość przeprowadzonej identyfikacji parametrów ma wybór kroku pomiarowego  $\Delta I$ . Wyniki otrzymane tą metodą oraz porównanie ich z innymi metodami przedstawiono w pracach [5-7], stąd w dalszej części autorzy skoncentrują się na implementacji tej metody w środowisku Labview.

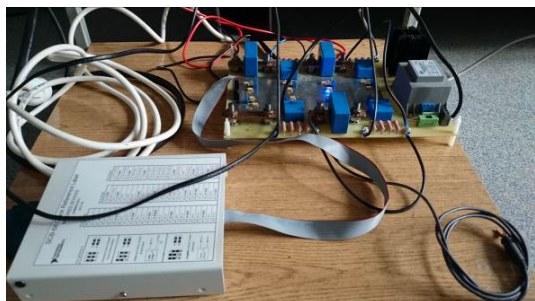
#### 5. Implementacja metody w środowisku LabVIEW

W celu wyeliminowania czynników wpływających na dokładność otrzymywanych wyników, w tym wpływ wahań prędkości obrotowej zaimplementowano tę metodę w środowisku programistycznym LabVIEW. Warstwę sprzętową dla przygotowanej aplikacji zapewnił kontroler PXIe-8133 firmy National Instruments współpracujący z kartą pomiarową PXIe-6368 (rys. 2).



Rys.2. Kontroler PXI na stanowisku dynamometrycznym.

Karta pomiarowa za pomocą skrzynki przyłączeniowej SCB-68 została połączona z przetwornikami pomiarowymi dostosowującymi wartości prądów i napięć mierzonych do poziomu wartości sygnałów obsługiwanych przez kartę pomiarową (rys.3).



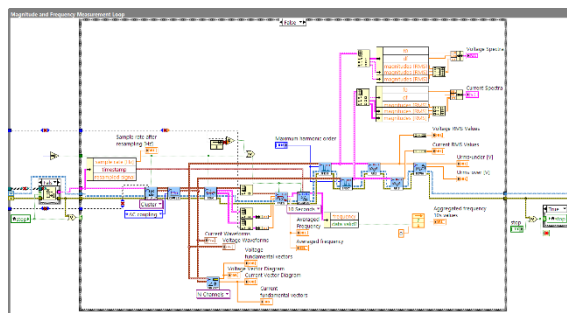
Rys.3. Skrzynka przyłączeniowa karty pomiarowej wraz z przetwornikami pomiarowymi.

Dodatkowo ze względu na konieczność kontroli prędkości obrotowej badanej maszyny, przygotowana aplikacja komunikuje się z stanowiskiem dynamometrycznym wykorzystując do tego sieć Ethernet. W celu bezpiecznej i skutecznej komunikacji między aplikacją pomiarową uruchomioną na kontrolerze PXI a aplikacją sterującą stanowiskiem dynamometrycznym (rys. 4) uruchomioną na kontrolerze sbRIO-9606 zastosowano „Network Streams”, które mają zapewnić bezstratną transmisję danych między aplikacjami w sieciach komputerowych.



Rys.4. Stanowisko dynamometryczne

Pomiary prądów i napięć zarejestrowanych przez kartę pomiarową są ich wartościami chwilowymi i dla zaproponowanej metody identyfikacji są bezużyteczne. Stąd konieczne jest ich przeliczenie na wartości skuteczne. Oczywiście można samemu przygotować procedury wyznaczenia wartości skutecznych na podstawie wartości chwilowych, jednak można, w tym przypadku skorzystać z modułu LabVIEW Electrical Power Suite. Niewątpliwie zaletą zastosowanego modułu jest przetwarzanie pomierzonych wartości chwilowych na parametry elektryczne zgodnie z europejskim standardem (IEC 61000). Pętlę programu do wyznaczenia wartości skutecznych, częstotliwości oraz wykresów wskazowych napięć i prądów przedstawiono na rys. 5.



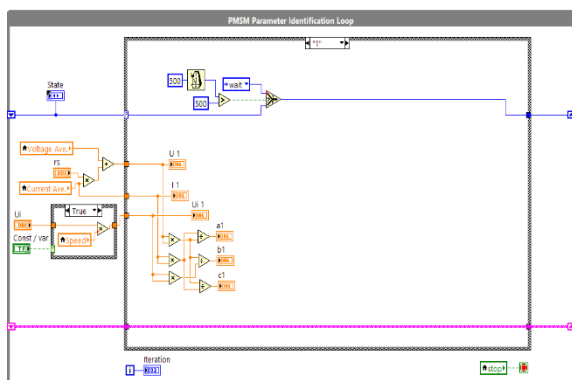
Rys.5. Pętla programu do wyznaczenia wielkości elektrycznych.

Zaproponowana w pracy metoda identyfikacji parametrów modelu matematycznego maszyn wzbudzanych magnesami trwałymi odbywa się według określonego schematu. Pierwszym krokiem jest wyznaczenie charakterystyki biegu jałowego w celu wyznaczenia napięcia indukowanego przy różnych prędkościach obrotowych.

W kroku drugim przeprowadza się pomiar napięcia ( $U_1$ ) przy danej wartości obciążenia ( $I_1$ ), krok trzeci zmiana wartości obciążenia ( $I_2$ ), krok czwarty przeprowadza się kolejny pomiar napięcia ( $U_2$ ). Taki zestaw otrzymanych pomiarów można już wykorzystać do identyfikacji parametrów modelu matematycznego wg zależności wyprowadzonych w punkcie czwartym.

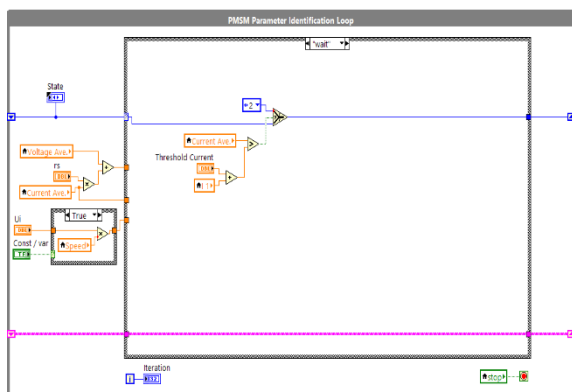
Takie sekwencyjne działanie aplikacji pomiarowej wymusza zastosowanie odpowiedniej architektury, która krok po kroku będzie realizowała przedstawiony scenariusz. Stąd zastosowana została „maszyna stanów” oparta na strukturze „Case”, pętli „While” oraz rejestrów

przesuwanych. W pierwszym stanie przeprowadzany jest pomiar napięć oraz prądów (stan 1) przedstawiony na rys. 6



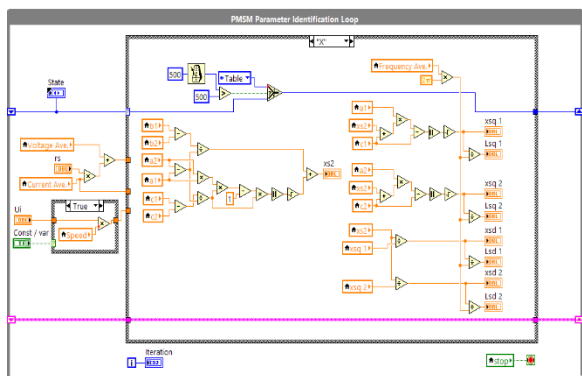
Rys.6. Pętla programu do identyfikacji parametrów – pierwszy stan.

Kolejny stan to oczekiwanie na zmianę wartości prądu, którego krok można zadawać z panelu operatora (rys. 7).



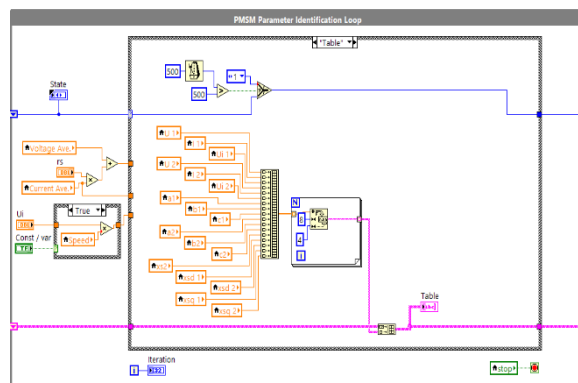
Rys.7. Pętla programu do identyfikacji parametrów – oczekiwanie na zmianę obciążenia.

Po przekroczeniu prądu o zadaną wartość program przechodzi do kolejnego stanu, w którym ponownie pomierzone zostaną napięcie oraz prąd. W kolejnym kroku identyfikowane są parametry wg opracowanych zależności (rys. 8).



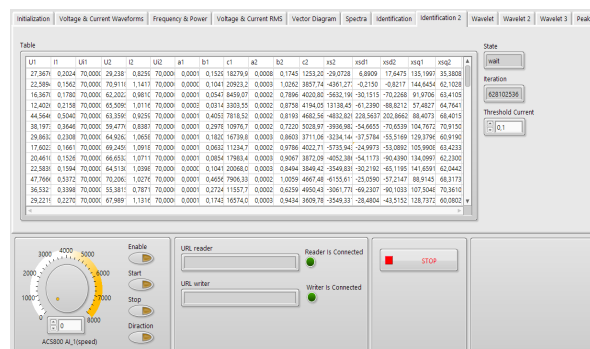
Rys.8. Pętla programu do identyfikacji parametrów – wyznaczenie parametrów indukcyjnych.

Ostatnim krokiem w „maszynie stanów” jest zapisanie wszystkich danych do tablicy (rys. 9)



Rys.9. Pętla programu do identyfikacji parametrów – zapis wyników do tablicy.

Otrzymane wyniki są prezentowane na bieżąco na panelu operatora, które po skończonym procesie identyfikacji można zapisać do pliku (rys. 10.)



Rys.10. Panel operatorski – tablica z wynikami identyfikacji parametrów.

Przedstawiona aplikacja działa w pełni automatycznie. Wymaga jedynie wprowadzenia wartości rezystancji uzwojeń badanej maszyny, współczynnika nachylenia charakterystyki biegu jałowego oraz kroku zmian obciążenia przy którym przeprowadzane są pomiary.



Rys.11. Panel operatorski – wyniki identyfikacji parametrów.

Omówiona aplikacja, poza identyfikacją parametrów umożliwia przeprowadzenie pełnej

analizy jakości energii elektrycznej oraz wartości chwilowe napięć i prądów w prostokątnych układach współrzędnych wirujących  $d$ - $q$  oraz stacjonarnych  $\alpha$ - $\beta$  (rys. 11).

## 6. Wnioski

Po identyfikacji parametrów modelu matematycznego wykorzystującej charakterystyki obciążeniowe w reżimie generatorowym ustalono, że na podstawowe parametry modelu matematycznego tj. reaktancje synchroniczne w osi

$d$  i  $q$  ( $x_{sd}$  i  $x_{sq}$ ) wpływają trzy współczynniki opisujące krzywą charakterystyki obciążeniowej tj.: wielkość napięcia indukowanego  $U_i$  (wyznaczona przy  $I_s = 0$  lub z charakterystyki biegu jałowego), stopień nieliniowości i nachylenia krzywej. Otrzymano analityczną zależność wiążącą te współczynniki z parametrami synchronicznymi  $x_{sd}$  i  $x_{sq}$ , co w jeszcze większym stopniu upraszcza i przyspiesza procedurę identyfikacji parametrów modelu matematycznego maszyny synchronicznej wzbudzonej magnesami trwałymi.

Wiarygodność wyników identyfikacji parametrów otrzymanych proponowaną metodą zależy od dokładności pomiaru napięcia oraz prądu podczas wyznaczania charakterystyki obciążeniowej w reżimie generatorowym. Przy małej stromości tej charakterystyki niewielka zmiana prądu  $\Delta I$  daje bardzo małe zmiany napięcia  $\Delta U$ , które trudno zmierzyć z dużą dokładnością. Odcinki charakterystyki o małej stromości znajdują się w strefie charakterystyki obciążeniowej z małymi wartościami prądu. Powoduje to, że otrzymuje się duże odchylenia identyfikowanych parametrów  $x_{sd}$  i  $x_{sq}$  przy małych wartościach prądu. Okoliczność ta jest wadą tej metody identyfikacji parametrów, dlatego też konieczne jest przeprowadzanie pomiarów w strefie prądów, bliskich obciążeniu znamionowemu.

## 7. Literatura

- [1] Sobczyk T.J.: *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*. WNT, Warszawa, 2004
- [2] Canders W.-R., May H., Pałka R., Paplicki P., Szkolny S.: *Model obwodowy maszyny elektrycznej z regulacją strumienia magnesów trwałych do napędu samochodów*. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. Seria: Studia i Materiały Nr 66(32) (2012)

[3] Khrisanov V., Kamiński W., Pieńkowski T., Szkolny S.: *Mathematic modeling and computer simulation of hybrid AC machines transients*. Zastosowania Komputerów w Elektrotechnice. ZKwE'2006, 10 - 12 kwietnia 2006, Poznań, Poland, pp. 282-284

[4] Szkolny S.: *Modelowanie tarczowych maszyn synchronicznych wzbudzanych magnesami trwałymi z uwzględnieniem zastępczego obwodu tłumiącego*. Zastosowania Komputerów w Elektrotechnice. ZKwE'2008, 14 - 16 kwietnia 2008, Poznań, Poland, pp. 223 - 224

[5] Szkolny S.: *Identyfikacja parametrów, modelowanie i analiza stanów pracy silnika tarczowego wzbudzanego wysokoenergetycznymi magnesami trwałymi*. Rozprawa doktorska, Szczecin 2007.

[6] Szkolny S.: *Identyfikacja parametrów silnika tarczowego wzbudzanego wysokoenergetycznymi magnesami trwałymi*. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. Seria: Studia i Materiały Nr 62(28) (2008)

[7] Szkolny S.: *Identyfikacja parametrów synchronicznych maszyn wzbudzanych magnesami trwałymi bazujących na metodzie odpowiedzi w dziedzinie czasu*. Wiadomości Elektrotechniczne 04/2008, pp. 14 - 15

[8] Pałka R., Szkolny S.: *Stanowisko do badania napędów elektrycznych z komputerowym systemem pomiarowym*. Zeszyty problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 100/2013 cz. I, s. 83 - 88

[9] Szkolny S., Jakubowski T., Pałka R.: *Stanowisko do badania maszyn i napędów elektrycznych bazujące na platformie LabView*. Maszyny Elektryczne : zeszyty problemowe Nr 103 (2014) cz. 3, s. 263-268.

[10] Małyszko O., Pałka R., Szkolny S.: *Analiza nietypowych zjawisk w maszynie elektrycznej z regulacją strumienia magnesów trwałych do napędu samochodów*. Przegląd Elektrotechniczny R. 89, nr 11 (2013), s. 159-162.

[11] Małyszko O., Pałka R., Szkolny S.: *Analiza stanów dynamicznych maszyny elektrycznej z regulacją strumienia magnesów trwałych do napędu samochodów*. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. Seria: Studia i Materiały Nr 66(32) (2012)

## Autorzy

dr inż. Sebastian Szkolny, sebastian.szkolny@zut.edu.pl  
 dr inż. Tomasz Jakubowski,  
 tomasz.jakubowski@zut.edu.pl  
 Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Wydział Elektryczny, Katedra Elektroenergetyki i Napędów Elektrycznych, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin.