www.biswbis.pb.edu.pl
CIVIL AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING 4(2013) ISSN: 2081-3279 BUDOWNICTWO I INŻYNIERIA ŚRODOWISKA

DOBÓR PARAMETRÓW GRUNTÓW W PROJEKTOWANIU GEOTECHNICZNYM Z WYKORZYSTANIEM TEORII BAYESA

Simon RABARIJOELY[a*], Stanisław JABŁONOWSKI[b], Kazimierz GARBULEWSKI[a]

[a] Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa
[b] Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa

Streszczenie: W projektowaniu geotechnicznym według zasad i reguł podanych w Eurokodzie 7, jednym z najważniejszych zadań inżynierskich jest dobór parametrów do sprawdzenia wszystkich stanów granicznych, możliwych do wystąpienia w projektowanych budowlach. Doboru parametrów należy dokonać etapami. Najczęściej wyróżnia się cztery następujące etapy: etap 1 – określenie parametrów pomierzonych, etap 2 – określenie parametrów wyprowadzonych, etap 3 – określenie parametrów charakterystycznych, etap 4 – określenie parametrów obliczeniowych. Etap 3 należy uznać za strategiczny w doborze parametrów, które zostaną zastosowane do sprawdzenia stanów granicznych nośności i użytkowalności projektowanych obiektów budowlanych. W określaniu wartości charakterystycznych parametrów geotechnicznych, w tym wytrzymałościowych i odkształceniowych, należy w sposób ostrożny i przemyślany zastosować metody statystyczne, zarówno klasyczne, jak i „bayesowskie". Analiza statystyczna Bayesa uzasadniona jest w przypadku dysponowania i uwzględniania w doborze parametrów wartości „*a priori*", na przykład wartości eksperckich parametrów geotechnicznych lub w przypadku możliwości powiększania liczebności zbiorów parametrów i danych geotechnicznych, co stanowi podstawę projektowania metodą „*obserwacyjną*". W artykule przedstawiono zasady analizy statystycznej danych geotechnicznych, a zwłaszcza parametrów wytrzymałościowych i odkształceniowych gruntów spoistych z wykorzystaniem teorii Bayesa. Do analizy statystycznej zastosowano opracowany w ramach projektu badawczego numeryczny pakiet *BAYANAL*. Pakiet *BAYANAL* powinien znaleźć szerokie zastosowanie w praktyce projektowania geotechnicznego w Polsce i umożliwić dobór parametrów geotechnicznych miarodajnych do projektowania bezpiecznych obiektów budowlanych.

Słowa kluczowe: projektowanie geotechniczne, parametry gruntów, Eurokod 7, analiza bayesowska.

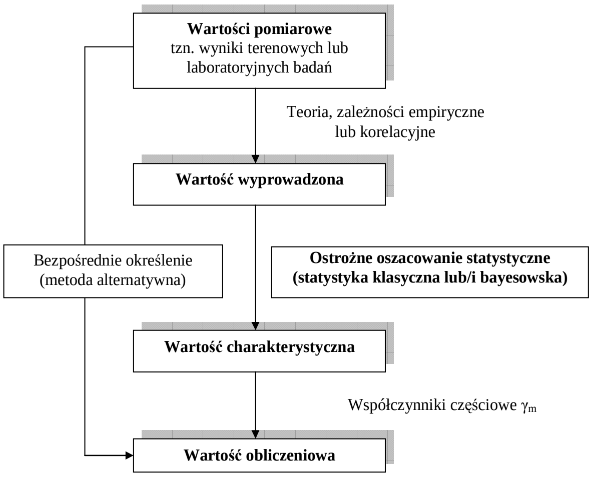
1. Wprowadzenie

W projektowaniu geotechnicznym według zasad i reguł podanych w Eurokodzie 7 (EN 1997: 2004: *Eurocode 7 – Geotechnical design. Part 1: General rules. Part 2: Ground investigation and testing*), normie zalecanej do stosowania od 2010 roku w krajach Unii Europejskiej, jednym z najważniejszych zadań inżynierskich jest dobór parametrów do sprawdzenia wszystkich, możliwych do wystąpienia w projektowanych budowlach stanów granicznych. Zadanie to należy przeprowadzać etapami (Wysokiński i in., 2011). Poza nielicznymi wyjątkami, wyróżnia się cztery następujące etapy doboru parametrów (rys. 1): etap 1 – zestawienie (baza) danych zawierające wartości pomierzone, etap 2 – określenie parametrów wyprowadzonych, etap 3 – określenie parametrów charakterystycznych, etap 4 – określenie parametrów obliczeniowych (projektowych). Etap 3 powszechnie uznaje się za strategiczny w doborze parametrów, które zostaną zastosowane do sprawdzenia stanów granicznych nośności (ULS) i użytkowalności (SLS) projektowanych obiektów budowlanych. W określaniu wartości charakterystycznych parametrów geotechnicznych, w tym wytrzymałościowych i odkształceniowych, należy w sposób ostrożny i przemyślany zastosować metody statystyczne, zarówno klasyczne, jak i podejście bayesowskie (Frank i in., 2004; Garbulewski i in., 2007). Analiza statystyczna Bayesa uzasadniona jest szczególnie w przypadku dysponowania i uwzględniania w doborze parametrów wartości *a priori*, na przykład *wartości eksperckich* parametrów geotechnicznych lub w przypadku możliwości powiększania liczebności zbiorów parametrów i danych geotechnicznych, co stanowi podstawę projektowania metodą obserwacyjną.

W artykule przedstawiono zasady analizy statystycznej danych geotechnicznych z wykorzystaniem teorii Bayesa.

* Autor odpowiedzialny za korespondencję. E-mail: simon_rabarijoely@sggw.pl

Do analizy statystycznej zaproponowano stosowanie, opracowanego w ramach projektu badawczego NCN (NN 506 432436), numerycznego pakietu *BAYANAL*. W artykule podano wymagania programu, sposób jego realizacji i przykład analizy statystycznej.



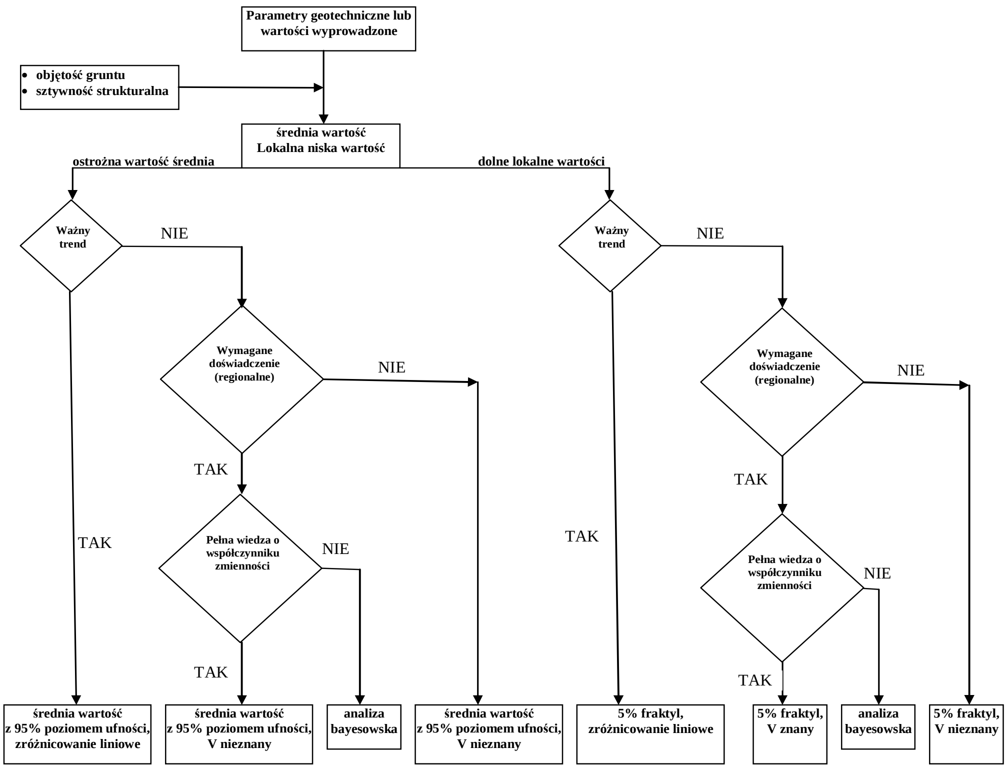
Rys. 1. Etapy określania wartości parametrów gruntowych w projektowaniu geotechnicznym

2. Zasady doboru wartości charakterystycznych parametrów geotechnicznych

2.1. Wprowadzenie

W doborze wartości charakterystycznych parametrów geotechnicznych, w tym wytrzymałościowych i odkształceniowych powszechnie zaleca się stosować metody statystycznej analizy (Frank i in., 2004; Bond i Harris, 2008; Pieczyrak, 2009; Schuppener i in., 2009). W przypadku zastosowania wnioskowania klasycznego zakłada się, że do szacowania nieznanych wartości parametrów wykorzystuje się jedynie informacje pochodzące z próby statystycznej zawierającej wyniki badań. Na podstawie analizy próby określa się niektóre potrzebne informacje o populacji w postaci ocen informacji prawdziwych, przykładowo oceny wybranego parametru pewnej cechy populacji. Parametrem może być: wartość oczekiwana, odchylenie standardowe, frakcja elementów określonego typu. W celu przeprowadzenia takiej oceny tworzone są estymatory punktowe i przedziałowe. Eurokod 7 nie podaje jakie metody analizy powinno się stosować, aby uzyskać właściwą wartość charakterystyczną, poza tym że „charakterystyczną wartość parametru geotechnicznego należy wybrać jako ostrożne oszacowanie wartości decydującej o wystąpieniu stanu granicznego". W Eurokodzie 7 podano również, że „jeśli stosowane są metody statystyczne, to zaleca się wyznaczyć taką wartość charakterystyczną, aby obliczone prawdopodobieństwo wystąpienia mniej korzystnej wartości, decydującej o powstaniu rozpatrywanego stanu granicznego, nie było większe niż 5%. W ten sposób ostrożne oszacowanie polega na ustaleniu wartości średniej z ograniczonego zbioru wartości parametrów geotechnicznych na poziomie ufności 95%, czyli ostrożne oszacowanie wartości dolnej odpowiadające fraktylowi 5%."

Na rysunku 2 przedstawiono schemat analizy statystycznej oraz czynniki wpływające na dobór wartości charakterystycznej parametrów geotechnicznych.



Rys. 2. Schemat wyboru metody statystycznej do oszacowania wartości charakterystycznej parametrów geotechnicznych za Frank i in. (2004)

W doborze parametrów geotechnicznych można zastosować klasyczne wnioskowanie statystyczne (Schuppener i in., 2009; Pieczyrak; 2009) lub coraz częściej wykorzystywane w zadaniach geotechnicznych wnioskowanie zaproponowane w XVIII wieku przez brytyjskiego matematyka i duchownego prezbiteriańskiego Thomasa Bayesa (1702-1761).

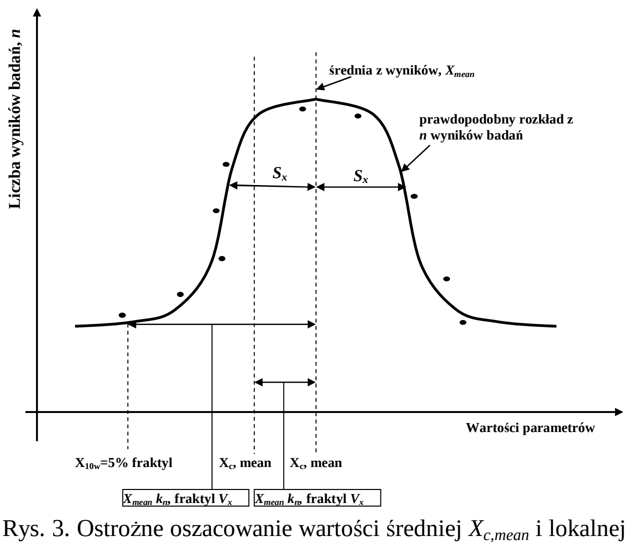
2.2. *Klasyczne wnioskowanie statystyczne*

W klasycznej analizie statystycznej do oszacowania wartości charakterystycznych parametrów geotechnicznych X_k należy stosować nastepujący wzór (Frank i in., 2004):

$$X_k = X_m\left[1 - k_n V_x\right] \tag{1}$$

gdzie: X_m jest średnią arytmetyczną wartość parametru, V_x jest współczynnikiem zmienności, a k_n jest współczynnikiem statystycznym (tablicowym).

Na rysunku 3 pokazano określanie wartości charakterystycznych z wyników prób, gdzie n jest liczbą prób, a x_i to wartości parametrów w jednorodnej warstwie. Założono, że parametr ma rozkład normalny i dane są niepełne, przykładowo nieznany jest współczynnik zmienności V_x. Z parametrów prób wyznaczono wartość średnią X_m i odchylenie standardowe S_x. Wartość charakterystyczną $X_{c,mean}$ określono ze wzoru (1) z prawdopodobieństwem 95% tak, że średnia wartość wpływająca na występowanie stanu granicznego w podłożu jest większa niż wartość charakterystyczna. Na rysunku 3 oznaczono również 5% fraktyl wartości dolnej X_{low}. Wartość tę obliczono korzystając ze wzoru (1), w którym wartość k_n zastąpiono przez $k_{n,fractile}$. Wartość ta zależy od wiedzy o współczynniku zmienności V_x i należy ją odczytać z odpowiednich tablic. Wartość $k_{n,fractile}$ jest znacznie większa od $k_{n,mean}$ dla 95 % poziomu ufności w określaniu średniej wartości. Dlatego też, wartość X_{low} jest znacznie mniejsza niż 95% poziom ufności dla średniej wartości oszacowanej $X_{c,mean}$.



Rys. 3. Ostrożne oszacowanie wartości średniej $X_{c,mean}$ i lokalnej wartości dolnej X_{low} dla 5% fraktyla w przypadku nieznanej wartości $V_{x,unknown}$ (Frank i in., 2004)

Jako przykład wykorzystania analizy statystycznej przedstawiono wyniki obliczenia wartości charakterystycznych modułów ściśliwości M określonych na podstawie badań dylatometrycznych DMT dla wydzielonej w podłożu Kampusu SGGW warstwy geologicznej zawierającej: pyły piaszczyste, gliny piaszczyste i piaski pylaste (tab. 1). W celu porównania przedstawiono również wyniki obliczeń modułów *M* zgodnie z zasadami podanymi w normie PN-81/B-03020 *Projektowanie posadowień bezpośrednich* metoda A (Kopacz, 2011).

Tab. 1. Wartości charakterystyczne modułów ściśliwości *M* na podstawie badań dylatometrycznych DMT według Eurokodu 7 i PN-81/B-03020 (metoda A)

Nr DMT	Głębokości [m]	*M* [MPa]	*N* [-]	x_i-$x^{(n)}$	$(x_i$-$x^{(n)})^2$
DMT 2	1,20	45,07		-90,83	8249,30
	1,40	26,12		-109,78	12051,66
	1,60	26,32		-109,58	12007,97
	1,80	22,98		-112,92	12751,26
	2,00	28,73		-107,17	11485,34
	2,20	15,02		-120,88	14612,33
DMT 3	1,00	26,72		-109,18	11920,70
	1,20	34,76		-101,14	10229,82
	1,40	44,06		-91,84	8433,89
	1,60	24,38		-111,52	12436,77
	1,80	24,07	22	-111,83	12505,32
	2,00	32,82		-103,08	10624,96
	2,20	16,98		-118,92	14141,82
	2,40	16,46		-119,44	14265,32
DMT 4	2,40	240,78		104,88	10999,82
	2,60	316,75		180,85	32706,65
	2,80	362,23		226,33	51224,93
	3,00	315,47		179,57	32246,15
	3,20	484,35		348,45	121420,69
	3,40	384,87		248,97	61984,94
	3,60	301,42		165,52	27395,93
	3,80	199,36		63,46	4027,60

Obliczenia parametru *M* według Eurokodu 7:

$$x^{(n)} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{298{,}73}{22} = 135{,}90 \qquad \sum (x_i - x^{(n)})^2 = 507723{,}18$$

$$k = 1 - \frac{1}{x^{(n)}} \cdot \left[\frac{1}{N}\sum (x_i - x^{(n)})^2\right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$1 - \frac{1}{135{,}90} \cdot \left[\frac{1}{22} \cdot 507723{,}18\right]^{\frac{1}{2}} = 1 - 0{,}68 = 0{,}32$$

$$M^r = M^{(n)} \cdot k = 135{,}90 \cdot 0{,}32 = 43{,}91\text{MPa}$$

2.3. Statystyka Bayesa

W podejściu bayesowskim pewna wstępna wiedza na temat rozkładu wartości parametrów jest modyfikowana po skonfrontowaniu z danymi. Korzystając z rozkładu *a priori* i wiedzy o pobranej próbie określa się nowy rozkład parametrów, który uwzględnia zarówno pierwotne przekonania (*a priori*), jak i uzyskane dane empiryczne. Istotną właściwością podejścia bayesowskiego jest to, że sekwencyjne modyfikowanie wiedzy na temat rozkładu badanego parametru daje taki sam rezultat, jak w przypadku gdy wszystkie dawki informacji są włączone do wnioskowania naraz, to znaczy jeśli pobierane kolejno próby są potraktowane jako jedna większa próba. Z tego też wynika, że kolejność dołączania nowych porcji informacji jest dowolna. Pozostaje odpowiedzieć na pytanie, kiedy podejście bayesowskie warto stosować w praktyce, to znaczy kiedy podejście klasyczne nie da lepszych wyników? Podejście klasyczne nie daje lepszych wyników, gdy informacje *a priori* są jedynie rezultatami analiz, ale próby, na podstawie których były robione te analizy już nie są dostępne. Zatem nie da się rozszerzyć próby danych, na bazie której dokonywane jest wnioskowanie klasycznym sposobem.

Dla zmiennych losowych o ciągłym rozkładzie prawdopodobieństwa twierdzenie Bayesa można przedstawić następująco (Garbulewski i in., 2007):

$$f(\theta \mid x) = \frac{f(x \mid \theta) \cdot f(\theta)}{\int\limits_{\Omega} f(x \mid \theta) \cdot f(\theta) d\theta} \tag{2}$$

gdzie: $f(\theta)$ oznacza funkcję gęstości prawdopodobieństwa *a priori* parametru θ, natomiast $f(\theta|x)$ jest funkcją wiarygodności, czyli funkcją gęstości warunkowego wyniku obserwacji przy danej wartości θ. Symbol Ω użyty pod całką oznacza zbiór możliwych wartości szacowanego parametru θ. Po lewej stronie wzoru znajduje się funkcja gęstości aposteriorycznego prawdopodobieństwa parametru θ, po zaobserwowaniu wyniku x z próby. Tak więc, na podstawie twierdzenia Bayesa aktualizuje się funkcję gęstości apriorycznego prawdopodobieństwa parametru θ, przy wykorzystaniu informacji z próby. Niestety, wyznaczenie aposteriorycznej gęstości prawdopodobieństwa określonego parametru jest, poza niektórymi przypadkami, trudne. Nie dotyczy to rozkładów normalnych, które często występują w praktyce. Przedstawione twierdzenie Bayesa daje bardzo cenną w praktyce możliwość sekwencyjnego włączania nowych informacji, pochodzących z kolejno pobieranych prób losowych, do wnioskowania na temat parametru. Wiedzę na temat aposteriorycznego prawdopodobieństwa parametru θ traktuje się na kolejnym etapie jako aprioryczne prawdopodobieństwa tego parametru. W związku z tym, podejście bayesowskie nazywane jest często procesem uczenia.

Częstym przypadkiem jest szacowanie nieznanego parametru θ, który jest średnią w populacji normalnej, dla której znane jest odchylenie standardowe σ_0. Jeśli skorzysta się z wiedzy *a priori* odnośnie średniej θ tej populacji, z której wynika, że θ jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z parametrami m_1 i σ_1, natomiast średnia z wylosowanej n-elementowej próby wynosi m_2, to aposterioryczny rozkład zmiennej losowej θ jest też normalny o średniej m i odchyleniu standardowym σ, obliczonym następująco:

$$m = \frac{\left(\frac{1}{\sigma_1^2}\right) \cdot m_1 + \left(\frac{n}{\sigma_0^2}\right) \cdot m_2}{\left(\frac{1}{\sigma_1^2}\right)_1 + \left(\frac{n}{\sigma_0^2}\right)} \tag{3}$$

$$\sigma = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sigma_1^2}\right)_1 + \left(\frac{n}{\sigma_0^2}\right)} \tag{4}$$

3. Program BAYANAL do analizy statystycznej z wykorzystaniem podejścia bayesowskiego

3.1. Wymagania wstępne programu

Podstawowymi wymaganiami dla aplikacji jest:

- pełna integracja z programem Excel 2003 (lub wyższej wersji) pracującego w środowisku Windows,
- intuicyjny interfejs graficzny,
- możliwość automatycznego testowania hipotezy zerowej („H 0”) o normalności rozkładu zmiennej losowej na podstawie poszczególnych prób,
- możliwie największa niezależność kodu aplikacji od danych źródłowych,
- brak ingerencji programu w dane źródłowe,
- łatwe przenoszenie aplikacji na różne stacje komputerowe,
- niezależność od organizacji danych wejściowych w plikach i arkuszach,
- elastyczny sposób wyboru i zaznaczania danych do analizy,
- możliwość pracy tak interaktywnej, jak i automatycznej,
- generowanie szczegółowych raportów z przeprowadzonych analiz.

3.2. Sposób realizacji aplikacji

Ze względu na pierwsze dwa wymagania wybrano realizację aplikacji w oparciu o arkusz kalkulacyjny Excel 2003 ze wsparciem kodu w języku Visual Basic for Application oraz użyciu systemowych bibliotek obiektów MS Office (biblioteki Visual Basic for Application oraz Microsoft Office Object Library wersja 11.0). Zastosowanie formularzy/okienek dialogowych z obszernym opisem przycisków i funkcji z nimi związanymi, zależnych od kontekstu i aktualnie realizowanego wątku w aplikacji, zapewniło przejrzysty i intuicyjny interfejs graficzny. Wszystkie obliczenia niezbędne do wykonania analizy wykonywane są przez odpowiednie formuły wpisane na stałe do roboczego arkusza kalkulacyjnego (niewidocznego dla użytkownika). Wszystkie dane wejściowe niezbędne do wykonania obliczeń danej iteracji są kopiowane do wspomnianego arkusza roboczego celem pełnej separacji danych źródłowych i aplikacji.

Automatyczne testowanie hipotezy H 0 dla poszczególnych prób losowych wymaga integracji takiej funkcjonalności z Excelem. Program Excel nie ma zaimplementowanej funkcji „Test Shapiro-Wilka” (ten test najlepiej odpowiada sytuacji, gdy próby mogą być niewielkie). W związku z tym, realnie możliwe są 2 rozwiązania:

– dołączenie do aplikacji gotowego dodatku realizującego taką funkcjonalność;
– stablicowanie współczynników do testu Shapiro-Wilka, dołączenie tablic do aplikacji na dodatkowym arkuszu roboczym oraz obliczanie wyniku testu z wykorzystaniem tablicy i standardowych wzorów.

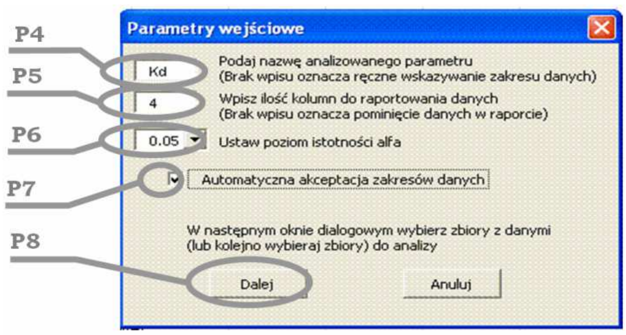
Wybrano rozwiązanie pierwsze ze względu na prostszą implementację i możliwość osiągnięcia dużo większej dokładności niż w przypadku tablicowania i aproksymacji wartości w arkuszu kalkulacyjnym Excel. Z aplikacją zintegrowano dodatek do programu Excel o bezpłatnej licencji dla zastosowań niekomercyjnych. Ma on nazwę „PopTools”. Pozostałe wymagania zostały osiągnięte poprzez realizację poniższego algorytmu działania aplikacji:

– podanie danych początkowych przez użytkownika, w tym możliwość wyboru pracy automatycznej;
– wskazanie pliku (ów) z danymi przez użytkownika (standardowe okno otwarcia zbioru);
– otwarcie pierwszego pliku, aktywacja pierwszego arkusza;
– wskazanie (lub oczekiwanie wskazania) danych do analizy na podstawie parametrów wstępnych;
– analiza wskazanych danych, ewentualna obsługa błędów wskazanego zakresu danych;
– wykonanie testu Shapiro-Wilka dla wskazanej próby losowej, określenie akcji w razie niespełnienia testu Shapiro-Wilka;
– przejście do kolejnej próby/arkusza/pliku w trybie interaktywnym lub automatycznym;
– przejście do fazy generowania raportu po rezygnacji z otwarcia kolejnego zbioru do analizy statystycznej (przycisk „Anuluj” w oknie dialogowym otwierania zbiorów);
– zamknięcie zbiorów źródłowych (z opcją: pomiń zmiany) oraz utworzenie raportu.

4. Przykład analizy statystycznej

Głównym arkuszem aplikacji jest pokazany na rysunku 4 arkusz „Start” (Pole 1 – P1). Aplikacja zawiera też raporty z wykonanych wcześniej analiz statystycznych stanowiące kolejne arkusze (P2). Nazwy tych arkuszy tworzone są automatycznie według schematu: „nazwa analizowanego parametru” oraz „data” (bez roku) i „czas” wykonanej analizy i sformatowane jak pokazano na polu P2. Arkusze raportów z przeprowadzonych analiz można przenosić, kopiować i usuwać standardowymi poleceniami Excela. Pracę z aplikacją rozpoczyna się przyciskiem P3.

Na rysunku 5 podano sekwencję kroków od P4 do P8.



Rys. 5. Formularz do wprowadzania parametrów wejściowych analizy

Rys. 4. Widok arkusza startowego aplikacji do bayesowskiej analizy statystycznej

Po zaznaczeniu zbioru(ów) naciska się przycisk otwórz (P9) i następnie przyciski P10 i P11: P10 – zakres arkusza stanowiący obszar danej próby, P11 – przycisk do potwierdzania wybranego zakresu dla jednej próby

Przykład zaakceptowanej próby numer 3 (kolor zaznaczenia fioletowy) pokazano w tabeli 2.

W tabeli 3 przedstawiono przykładowy raport analizy statystycznej dla 3 prób umieszczonych w 2 plikach, jedna i dwie próby na osobnych arkuszach (jeden arkusz z 1 próbą w pierwszym pliku, drugi arkusz z 2 próbami w drugim pliku). Raport uzupełniony jest wykresami umieszczonymi w jednym układzie współrzędnych. Ilustrują one wyniki przeprowadzonych analiz. Stanowią 3 krzywe, które pokazują wzajemne relacje pomiędzy wartościami średnimi oraz przedziałami ufności/ wiarygodności szacowanymi z pomocą analizy klasycznej w oparciu o tylko ostatnią próbę oraz z pomocą analizy klasycznej i analizy bayesowskiej w oparciu o wszystkie próby. Zakresy wartości dla osi *x* i *y* ustawiane są automatycznie na podstawie danych otrzymanych z analizy. Wykresy umieszczane są na tym samym arkuszu co wynikowy raport. Przykładowe wykresy dla opisanych wyżej analiz przedstawione są na rysunku 6.

Tab. 2. Zaznaczenie próby w arkuszu źródłowym, która jest wskazana w formularzu z rysunku 5

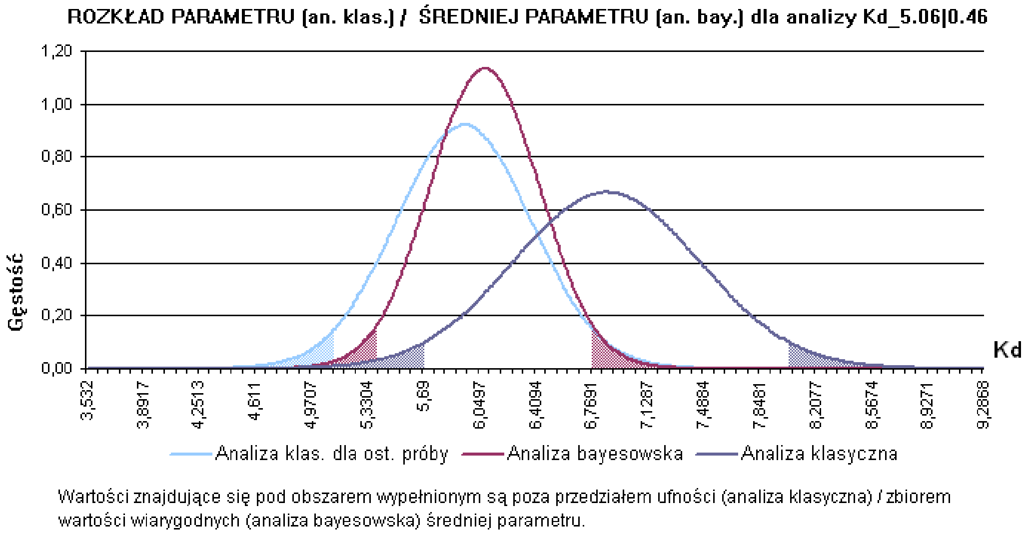
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
49	4,0	20,50	0,0748	0,010	0,0648	3,30	17,00		13,700	0,291	1,652		1,361	4,848	4,332	47,220
50	4,1	20,50	0,0769	0,011	0,0659											
51	4,2	19,50	0,0788	0,012	0,0668	2,00	13,00		11,000	0,174	1,252		1,077	6,642	2,428	37,382
52	4,3	19,50	0,0807	0,013	0,0677											
53	4,4	19,50	0,0827	0,014	0,0687	7,60	12,00		4,400	0,767	1,152		0,384	0,510	10,964	13,335
54	4,5	19,50	0,0846	0,015	0,0696											
55	4,6	19,50	0,0866	0,016	0,0706	4,00	7,90		3,900	0,410	0,742		0,332	0,843	5,576	11,513
56	4,7	19,50	0,0885	0,017	0,0715											
57	4,8	19,50	0,0905	0,018	0,0725	3,60	8,60		5,000	0,364	0,812		0,447	1,292	4,775	15,521
58	4,9	19,50	0,0924	0,019	0,0734											
59	5,0	19,50	0,0944	0,020	0,0744	4,10	8,40		4,300	0,418	0,792		0,374	0,940	5,346	12,971
60	5,1	19,50	0,0963	0,021	0,0753											
61	5,2	19,50	0,0983	0,022	0,0763	4,20	8,60		4,400	0,427	0,812		0,384	0,948	5,311	13,335
62	5,3	19,50	0,1003	0,023	0,0772											
63	5,4	19,50	0,1022	0,024	0,0782	3,30	8,50		5,200	0,333	0,802		0,468	1,515	3,954	16,250
64	5,5	19,50	0,1042	0,025	0,0791											
65	5,6	19,50	0,1061	0,026	0,0801	5,60	10,00		4,400	0,567	0,952		0,384	0,710	6,757	13,335
66	5,7	19,50	0,1081	0,027	0,0810											
67	5,8	19,50	0,1100	0,028	0,0820	4,80	9,50		4,700	0,486	0,902		0,416	0,908	5,582	14,428
68	5,9	19,50	0,1120	0,029	0,0829											
69	6,0	19,50	0,1139	0,030	0,0839	4,85	9,00		4,150	0,493	0,852		0,358	0,773	5,524	12,424
70	6,1	19,50	0,1159	0,031	0,0848											
71	6,2	19,50	0,1178	0,032	0,0858	5,80	10,30		4,500	0,587	0,982		0,395	0,712	6,465	13,700
72	6,3	19,50	0,1198	0,033	0,0867											
73	6,4	19,50	0,1217	0,034	0,0877	5,70	10,30		4,600	0,576	0,982		0,405	0,748	6,182	14,064
74	6,5	19,50	0,1237	0,035	0,0886											
75	6,6	19,50	0,1256	0,036	0,0896	5,50	9,90		4,400	0,557	0,942		0,384	0,737	5,817	13,335
76	6,7	19,50	0,1276	0,037	0,0905											
77	6,8	19,50	0,1295	0,038	0,0915	6,00	10,50		4,500	0,607	1,002		0,395	0,694	6,215	13,700
78	6,9	20,00	0,1315	0,039	0,0925											
79	7,0	20,00	0,1335	0,040	0,0935	5,50	10,50		5,000	0,554	1,002		0,447	0,870	5,499	15,521
80	7,1	20,00	0,1355	0,041	0,0945											
81	7,2	20,00	0,1375	0,042	0,0955	8,30	13,00		4,700	0,836	1,252		0,416	0,524	8,311	14,428
82	7,3	20,00	0,1395	0,043	0,0965											
83	7,4	20,00	0,1415	0,044	0,0975	9,70	14,70		5,000	0,974	1,422		0,447	0,481	9,541	15,521
84	7,5	20,00	0,1435	0,045	0,0985											
85	7,6	20,00	0,1455	0,046	0,0995	6,00	11,00		5,000	0,604	1,052		0,447	0,801	5,610	15,521
86	7,7	20,00	0,1475	0,047	0,1005											
87	7,8	20,00	0,1495	0,048	0,1015	5,55	11,00		5,450	0,557	1,052		0,495	0,972	5,014	17,161
88	7,9	20,00	0,1515	0,049	0,1025											
89	8,0	20,00	0,1535	0,050	0,1035	4,7	8,5		3,800	0,480	0,802		0,321	0,747	4,157	11,149
90	8,1	20,50	0,1556	0,051	0,1046											

Arkusz1 / Arkusz2 / Arkusz3

Tab. 3. Przykładowy raport z przeprowadzonej bayesowskiej analizy danych

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		Analiza statystyczna wykonana w dniu 5.06 godz. 0:46 dla par.:								Kd				
2		Poz. istotności:		5%		liczba prób:	3	liczba danych:		79				
3		Test Sh.-Wilka:		H0:	NIE	W-stat.:	0,5793	p-val.:	1,1E-13					
4		Podejście Bayesowskie						Podejście klasyczne						
5		wartość średnia:		6,086				wartość średnia:		6,867				
6		odchylenie średniej:		0,352				odchylenie std.:		5,296				
7		zbiór wiarygodny:		5,395				przedział ufności:		5,700				
8		(poz. pr. 0,95)		6,776				(poz. ufn. 0,95)		8,035				
9														
10		Próba nr: 1				Liczba danych w próbie: 47					31,4179	4,23626	5,11317	7,02793
11	Zbiór: D:\Bayes\DMT2_s.xls							utw.: 24.10.2011			19,8223	3,3235	6,20452	6,95548
12	Zakres: Arkusz1!O17:O49;O59:O117										7,96292	3,17946	4,74235	6,01054
13	Test Sh.-Wilka:		H0: NIE				p-value: 4E-12				4,67041	3,08493	5,8762	3,79582
14	Bayes - wynik a posteriori po próbie: 1					Analiza klasyczna dla próby: 1					2,78597	3,4865	6,36047	4,44382
15	wartość średnia: 6,0496					wart. średnia: 6,050		przedz. ufn. od: 4,763			2,21115	5,44926	6,58897	6,41226
16	odchylenie std. średniej: 0,6562					odchylenie std.: 4,499		przedz. ufn. do: 7,336			5,05415	5,42824	6,04447	5,7354
17											6,25287	5,10134	5,53621	5,16057
18											4,48603	5,08645	5,74324	5,18103
19											4,24893	5,77957	5,56274	5,93788
20											4,91931	5,36859	4,86931	5,45161
21											3,99494	5,59353	6,63411	
22		Próba nr: 2				Liczba danych w próbie: 12					31,049	13,8852	8,45212	3,38068
23	Zbiór: D:\Bayes\DMT3_s.xls							utw.: 14.03.2012			22,5328	13,4776	5,8706	3,05567
24	Zakres: Arkusz1!O15:O37										19,2312	10,6909	4,20892	3,33069
25	Test Sh.-Wilka:		H0: TAK				p-value: 9,39%							
26	Bayes - wynik a posteriori po próbie: 2					Analiza klasyczna dla próby: 2								
27	wartość średnia: 6,3891					wart. średnia: 11,597		przedz. ufn. od: 6,560						
28	odchylenie std. średniej: 0,6358					odchylenie std.: 8,903		przedz. ufn. do: 16,634						
29		Próba nr: 3				Liczba danych w próbie: 20					2,42814	5,31062	6,46503	8,31099
30	Zakres: Arkusz1!O51:O89										10,9636	3,95396	6,18244	9,54051
31	Test Sh.-Wilka:		H0: NIE				p-value: 2,85%				5,57649	6,75655	5,81696	5,61005
32	Bayes - wynik a posteriori po próbie: 3					Analiza klasyczna dla próby: 3					4,77517	5,58171	6,2153	5,01429
33	wartość średnia: 6,0858					wart. średnia: 5,951		przedz. ufn. od: 5,122			5,34543	5,52384	5,49947	4,15652
34	odchylenie std. średniej: 0,3523					odchylenie std.: 1,893		przedz. ufn. do: 6,781						

Start / Kd_5.06|0.46 / Kd_18.05|6.32



Rys. 6. Wykresy ilustrujące wyniki podane w raporcie

5. Podsumowanie i wnioski

Do określenia wartości charakterystycznych parametrów geotechnicznych zaleca się ostrożne stosowanie metod statystycznych. W dotychczasowej praktyce do określenia wartości średniej, odchylenia standardowego, wartości z wymaganym poziomem ufności (na przykład 95%) zakłada się skończoną populację zbioru wartości wyprowadzonych parametrów geotechnicznych.

Do określania wartości charakterystycznych parametrów geotechnicznych, zwłaszcza wytrzymało-ściowych i odkształceniowych, proponuje się wykorzystać analizę Bayesa, w której istnieje możliwość ciągłego powiększania zbioru danych wyprowadzonych parametrów, zgodnie z następującym wzorem:

$$P(\theta \mid x) = \frac{P(x \mid \theta) \cdot P(\theta)}{\sum_i P(x \mid \theta_i) \cdot P(\theta_i)} \qquad (2)$$

gdzie: x oznacza wynik badania (wartości wyprowadzanej parametru geotechnicznego), θ jest szacowanym parametrem populacji, natomiast θ_i są to wszystkie możliwe wartości parametru θ, po których przebiega sumowanie w mianowniku. Przyporządkowanie warunkowych prawdopodobieństw $P(x|\theta_i)$ wszystkim możliwym wartościom nieznanego parametru θ nazywa się funkcją wiarygodności. Mając zatem wynik obserwacji x oraz znając funkcję wiarygodności (dla zaobserwowanego wyniku x, a nie dla wszystkich możliwych wyników obserwacji), a także znając aprioryczne prawdopodobieństwa $P(\theta_i)$ przyjęcia przez parametr θ możliwych wartości – można obliczyć prawdopodobieństwo aposterioryczne przyjęcia określonej wartości przez ten parametr. Zatem można wyznaczyć aposterioryczny rozkład prawdopodobieństwa tego parametru.

Metoda bayesowska jest korzystniejsza gdy chce się uwzględnić nietendencyjne informacje *a priori* o parametrze. Nie można wykorzystać ich w podejściu klasycznym, gdzie jedynie analizuje się pobraną próbę losową. Korzystne jest także zastosowanie podejścia bayesowskiego, gdy można stopniowo włączać do analizy nowe dane (idea metody obserwacyjnej); może to przykładowo pomóc w wyborze liczby sondowań niezbędnych do uzyskania zadowalającą precyzji danych. Przy analizie kolejnych prób nie jest konieczne dysponowanie pełną wiedzą o próbach, z których pochodzą informacje aprioryczne.

Pakiet *BAYANAL* powinien znaleźć szerokie zastosowanie w praktyce projektowania geotechnicznego w Polsce i umożliwić dobór parametrów geotechnicznych miarodajnych do projektowania bezpiecznych obiektów budowlanych.

Literatura

Bond A. J., Harris A .J. (2008). Decoding Eurocode 7. *Taylor and Francis*, London.

Frank R., Bauduin C., Driscoll R., Kavvadas M., Krebs Ovesen N., Orr T. L. L., Schuppener B. (2004). Designers´ Guide to EN 1997-1, Eurocode 7: Geotechnical design Part 1: General rules. *Thomas Telford*. London.

Garbulewski K., Jabłonowski S., Rabarijoely S. (2007). Zastosowanie analizy bayesowskiej w projektowaniu geotechnicznym. *Inżynieria Morska i Geotechnika*, 2007, 3, 163-169.

Kopacz K. (2011). Hybrydowa metoda określania parametrów geotechnicznych do projektowania budowli według Eurokodu 7. Praca magisterska, *Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, SGGW*, Warszawa.

Pieczyrak J., (2009). Stany graniczne i warunki obliczeniowe w geotechnice. W: *Materiały XXIV Ogólnopolskich Warsztatów Pracy Projektanta Konstrukcji*, Wisła 2009, Tom I, 247-270.

Schuppener B., Simpson B., Orr T. L. L., Frank R., Bond A. J. (2009). Loss of static equilibrium of a structure – definition and verification of limit state EQU. W: *Proc. 2nd Int. Symp. on Geotechnical Safety and Risk*, Gifu, Japan. 2009.

Wysokiński L., Kotlicki W., Godlewski T. (2011). Projektowanie geotechniczne według Eurokodu 7. Poradnik. *Instytutu Techniki Budowlanej*. Warszawa.

SELECTION OF SOIL PARAMETERS IN GEOTECHNICAL DESIGN WITH APPLICATION OF THE BAYESIAN THEORY

Abstract: This paper presents the application of statistical approaches to the determination of geotechnical parameters required in the geotechnical designing. Besides the classical approach the Bayesian theory was described and recommended in selection of soil parameters. The paper contains example of using the classical and the Bayesian approach in estimation of characteristic values of geotechnical parameters. Finally, description of the numerical program *BAYANAL* with user manual to select geotechnical parameters with application of the Bayesian theory was included.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2009-2015 z dwóch projektów badawczych NCN: N N506 218039 i UMO-2011/03/D/ST8/04309.