

dr hab. inż. Roman Stryczek¹, prof. ATH; dr inż. Bogusław Pytlak²

Department of Manufacturing Technology and Automation, University of Bielsko-Biala,
43–309 Bielsko-Biala, ul. Willowa 2, Poland
phone: (0-48 33) 82 79 213,
fax: (0-48 33) 82 79 300,
e-mail: rsryczek@ath.bielsko.pl¹, bpytlak@ath.bielsko.pl²
www.ktmia.ath.bielsko.pl

Optymalizacja wielokryterialna skorygowaną metodą PSO na przykładzie procesu skrawania stali 18CrMo4 w stanie zahartowanym

Słowa kluczowe: *toczenie na twardo, metoda optymalizacji wielocząsteczkowej (PSO), obliczenia ewolucyjne, optymalizacja wielokryterialna, entropia*

Streszczenie: W pracy zaproponowano zmodyfikowaną metodę optymalizacji wielocząsteczkowej (PSO) dla problemów optymalizacji wielokryterialnej z dyskretną przestrzenią decyzyjną. W metodzie PSO zmieniono sposób określania momentu bezwładności, współczynnika uczenia oraz współczynnika społecznego. Dodatkowo wprowadzono elitaryzm oraz innowacyjny mechanizm hamowania cząstek chroniący je przed przekraczaniem dopuszczalnych granic przestrzeni decyzyjnej. Zaproponowane podejście zostało zweryfikowane na szeregu aktualnych funkcjach testowych oraz problemie optymalizacji procesu skrawania stali 18CrMo4 w stanie zahartowanym, gdzie porównano je z wynikami uzyskanymi za pomocą algorytmów genetycznych (GA). Uzyskane wyniki wskazują, że zaproponowane podejście jest względnie szybkie i wysoce konkurencyjne w stosunku do innych metod optymalizacji. Autorzy uzyskali bardzo różnorodne, zbieżne i w pełnym zakresie przebiegi frontu Pareto w przestrzeni kryteriów. W celu oceny jakości wygenerowanego zbioru Pareto dla każdego z prezentowanych przykładów wyznaczono ocenę opartą na pomiarze entropii oraz wskaźnika jakości IGD.

1. Wprowadzenie

Problematyka poszukiwania optymalnej decyzji z punktu widzenia wielu, często sprzecznych kryteriów jest naprawdę trudnym zagadnieniem. Zazwyczaj wynikiem poszukiwań jest w tym przypadku liczny zbiór rozwiązań. Typowe metody optymalizacji jednokryterialnej dają przeważnie pojedyncze rozwiązanie w jednym toku obliczeń i dlatego nie są przydatne w optymalizacji wielokryterialnej. Aby uzyskać w jednym przebiegu procesu obliczeń wiele rozwiązań, korzysta się z niekonwencjonalnych metod. Jednak tylko kilka z nich umożliwia uzyskanie równomiernego, spójnego i pełnego zbioru rozwiązań.

Obecnie najbardziej popularne z nich bazują na technikach ewolucyjnych, zwłaszcza algorytmach genetycznych (GA). Generalnie techniki te oparte są na metaheurystykach poprawiających aktualną sytuację osobnika w populacji, zwiększając jego szansę przeżycia i/lub umożliwiając dziedziczenie jego kodu genetycznego. Jedną z tych technik jest metoda optymalizacji wielocząsteczkowej (Particle Swarm Optimization – PSO). Metoda ta, od chwili swojej prezentacji w 1995 roku [11], szybko zyskała szerokie grono zwolenników i jest stosowana w wielu w różnorodnych dziedzinach [19].

PSO stała się znaczącym konkurentem algorytmów genetycznych także w zakresie optymalizacji wielokryterialnej. W porównaniu do algorytmów genetycznych i algorytmów mrówkowych optymalizacji, PSO jest często efektywniejsza, wykazując szybszą zbieżność [14].

Liczba publikacji opisujących wykorzystanie metody PSO w ciągu ostatnich kilku lat rośnie w sposób wykładniczy [20]. Sukces tej metody wynika z jej intuicyjnego charakteru, łatwego do oprogramowania algorytmu oraz podatności na modyfikacje, co czyni ją znakomitym narzędziem w badaniach eksperymentalnych. Reyes-Sierra and Coello Coello [25] przeprowadzili analizę istniejących algorytmów MOPSO (Multi-Objective Particle Swarm Optimization). Studiowali oni główne cechy MOPSO jak: istnienie zewnętrznego archiwum dla niezdominowanych rozwiązań, wybór strategii osobnika dominującego, topologię otoczenia i istnienie lub brak operatora mutacji.

W ciągu ostatnich kilku lat zaproponowano parę efektywnych wariantów metody PSO. Co roku pojawiają się interesujące propozycje ulepszenia oryginalnego algorytmu PSO [21]. W pozycji [5] opisano ponad trzydzieści różnych metod MOPSO. Nowe podejścia, skupiają się na skutecznym polepszaniu wyników osiąganych przez podstawowy algorytm MOPSO [16]. Zhang i inni [28] zaproponowali nowy algorytm MOPSO bazujący na współpracy wielu rojów cząstek. Aby ulepszyć jego wydajność, wprowadzono kilka usprawnień, jak: osobniki bazujące na dominacji Pareto, strategia zachowania dojrzałych osobników, lokalny algorytm MOPSO. Proponowany algorytm może generować zbiór rozwiązań, który jest wysoce konkurencyjny z powodu swojej zbieżności, różnorodności i równomierności. Kaveh, and Laknejadi [10] zaproponowali metodę hybrydową, która jest kombinacją metody PSO i niedawno opracowanego algorytmu CSS (Charge System Search). Łącząc zaproponowaną metodę z operatorem mutacji i strategią redystrybucji cząstek wzmacnia się zdolność poszukiwawczą w proponowanych algorytmie. Magnus and Pedersen [15] sugerują tabelę parametrów PSO, która może być użyta podczas badań nad nowym problemem pojawiającym się pierwszy raz. Chakraborty i inni [3] prezentują analizę ogólnego MOPSO opartego na metodzie Pareto i szukają wśród najważniejszych paramentów (współczynnika bezwładności i współczynników przyspieszenia), które mają wpływ na zachowanie się zbieżności algorytmu do optymalnego frontu Pareto w przestrzeni kryteriów. Liczne problemy optymalizacji wielokryterialnej w świecie rzeczywistych zastosowań inżynierskich wymagają dyskretnych i/lub nieciągłych parametrów [7].

Autorzy sądzą, że trzy następujące cechy mają znaczący wpływ na efektywność MOPSO: metoda kontroli zbliżania się i zwalniania cząstki osiagającej granice przestrzeni decyzyjnej, rozważanie ciągłej lub dyskretnej przestrzeni decyzyjnej i sterowanie szybkością ruchu cząstek.

Ocena jakości wygenerowanego podczas optymalizacji wielokryterialnej czoła Pareto nie jest zadaniem trywialnym [1]. Istnieje tutaj wiele różnorodnych podejść, których szeroki opis można znaleźć w pracy [29]. Opracowano specjalne testy, w celu porównania skuteczności różnych podejść. Zazwyczaj proponuje się trzy aspekty oceny, tj.: zbieżność jako minimalną odległość pomiędzy sąsiednimi rozwiązaniami na czole Pareto, zróżnicowanie jako ich równomierne rozmieszczenie w przestrzeni decyzyjnej oraz maksymalny zasięg czoła w przestrzeni kryteriów. Zasadnicze znaczenie dla poprawności oceny wg dwóch pierwszych aspektów ma odpowiednio dobrana metryka przestrzeni decyzyjnej. De Carvalho i Pozo [4] przeprowadzili doświadczalną analizę wpływu trzech współczynników jakości (odległości pokoleniowej, odwrotności odległości pokoleniowej i odstepu) w celu sprawdzenia jak wielokryterialna technika zwana CDAS (Control of Dominance Area of Solutions) wpływa na zbieżność i różnorodność algorytmów MOPSO. Także Pradhan i Panda [22] używają pewnych wskaźników wydajności jak: zasięg zbioru, odległość pokoleniowa, maksymalny błąd czoła Pareto, odstęp i rozprzestrzenienie.

Otrzymanie możliwie kompletnego i spójnego zbioru rozwiązań Pareto jest jednym z głównych zagadnień zajmujących badaczy poszukujących efektywnych, inteligentnych metod optymalizacji wielokryterialnej. Bieżąca ocena jakości czoła Pareto może być wyznacznikiem prawidłowego jego kształtowania. Przykładem może tu być metoda E-MOGA (Entropy-based Multi-Objective Genetic Algorithm), zdecydowanie poprawiająca zbieżność i jednolitość czoła

Pareto w stosunku do metody MOGA. W prezentowanym w pracy podejściu zastosowano również ocenę jakości zbioru rozwiązań przyjmując dwie postacie entropii: zewnętrzną i wewnętrzną oraz odwrotność odległości pokoleniowej IDG. Zastosowane w artykule podejście nie modyfikuje sposobu obliczania entropii, umożliwiając jednak wzajemne porównywanie różnych testów. Potwierdzono konkluzję: „zbiór rozwiązań o wyższej entropii jest bardziej równomiernie rozłożony w rozpatrywanej, dopuszczalnej przestrzeni rozwiązań i zapewnia lepsze rozprzestrzenienie” [8].

W rzeczywistych problemach przestrzeń decyzyjna jest ograniczona możliwościami technicznymi. Wartości graniczne są często optymalne. Dlatego proponowany algorytm PSO posiada wbudowany mechanizm hamowania cząstek, w celu zapobiegania przekroczenia ograniczeń na dopuszczalną przestrzeń zmiennych oraz równocześnie lepszą penetrację wartości w pobliżu granic. W praktyce przemysłowej decydent bierze pod uwagę najczęściej tylko dyskretną przestrzeń decyzyjną. W projektowaniu, jest on w stanie przeanalizować tylko bardzo ograniczoną liczbę rozwiązań [6]. Ciągła przestrzeń decyzyjna dotyczy jedynie rozważań teoretycznych. Dlatego proponowane podejście uwzględnia zmiany położenia cząstki w jednym kierunku, tylko jako pewną wielokrotność ustalonej dyskretnej wartości.

Regulacja prędkości ruchu cząstek jest jednym z głównych, ale mało zbadanych parametrów wpływających na efektywność algorytmu PSO. Nebro i inni [17] zaproponowali nowy algorytm MOPSO, który zawiera mechanizm zmiany prędkości. W naszym podejściu opisanym poniżej występuje heurystyczna strategia wykorzystywana do sterowania prędkością cząstek.

2. Metodyka

Niech będzie dana N -wymiarowa, dyskretna przestrzeń decyzyjna, w której każdy punkt przestrzeni reprezentowany jest przez wektor \mathbf{x} . Każda składowa x_i wektora \mathbf{x} posiada określony zakres zmienności ΔL_i , odpowiadający przedziałowi $[L_i^-, L_i^+]$ oraz stały w tym przedziale gradient zmienności d_i . Przyjęcie dyskretnej przestrzeni decyzyjnej jest podyktowane względami praktycznymi, gdyż w rzeczywistości projektant zadaje nastawy z określoną dokładnością. Realizacja PSO w przestrzeni dyskretnej komplikuje algorytm metody. Natomiast z drugiej strony eliminuje powstawanie zbyt dużych skupisk rozwiązań w niektórych obszarach czoła Pareto, co powodowało wydłużenie procesu obliczeń. Ze względu na fakt, iż poszczególne zakresy zmienności mogą się znacznie różnić, co pociąga za sobą różnice d_i , przyjęto, że d_i stanowi nową jednostkę dla danego wymiaru. Powyższe założenie ustala odpowiednią metrykę do obliczania odległości punktów w przestrzeni decyzyjnej i umożliwia zarazem ocenę jakości wygenerowanego zbioru Pareto, poprzez pomiar entropii.

Formalnie problem optymalizacji wielokryterialnej można wyrazić następująco: należy znaleźć wektor $\mathbf{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*]^T$, który spełnia:

K ograniczeń nierównościowych:

$$g_k(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{dla } k=1, 2, \dots, K \quad (1)$$

oraz M równości:

$$h_m(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{dla } m=1, 2, \dots, M \text{ i } M < N \quad (2)$$

i optymalizuje wektor funkcji celu $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_l(\mathbf{x})]^T$, gdzie $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ jest wektorem zmiennych decyzyjnych.

Metoda PSO często podlega różnorodnym modyfikacjom. Jednym z pytań, które zadają sobie badacze jest: jak uwzględnić czynnik społeczny w generowaniu kolejnych położań cząstki? W przypadku optymalizacji jednokryterialnej można wybrać ruch w kierunku najlepiej

położonego sąsiada w określonym otoczeniu analizowanej cząstki lub ruch w kierunku najlepszego osobnika z całej populacji. W przypadku optymalizacji wielokryterialnej można wybrać dodatkowo ruch w kierunku czoła Pareto. W pracy przetestowano kilka wariantowych podejść. Najlepsze wyniki osiągnięto przy wyborze ruchu w kierunku najbliższej położonego rozwiązania znajdującego się na czole Pareto.

W kanonicznej wersji PSO, cząstka jest związana z atrybutem położenia, atrybutem prędkości i indywidualnym atrybutem własnego doświadczenia. W każdym kroku pozycja cząstki aktualizowana za pomocą równania (3):

$$x_i = x_i^0 + v_i \quad (3)$$

a szybkość jest aktualizowana w następujący sposób:

$$v_i = w \cdot v_i^0 + c_1 \cdot r_1 \cdot (x_i^{bp} - x_i) + c_2 \cdot r_2 \cdot (x_i^{gb} - x_i) \quad (4)$$

gdzie: x_i^0 – i -ta składowa wektora pozycji w poprzednim kroku, v_i^0 – i -ta składowa wektora prędkości w poprzednim kroku, w – moment bezwładności, c_1 , c_2 – współczynniki przyspieszenia, r_1 ; $r_2 \in [0,1]$ są wartościami losowymi, x_i^{pb} – najlepsza pozycja cząstki, x_i^{gb} – pozycja lidera i -tej cząstki. W algorytmach wielokryterialnych występuje zbiór zawierający reprezentację wszystkich niezdominowanych rozwiązań (liderów).

Ogólne struktura kodu proponowanego algorytmu przedstawiono następująco:

```

BEGIN
Inicjalizacja roju
Inicjalizacja najlepszego położenia cząstek
Inicjalizacja archiwum liderów
FOR  $t=1$  to liczba iteracji
    FOR  $p=1$  to wielkość populacji
        Znajdź lidera $_p$ 
        Przesuń cząstkę $_p$ 
        Określ nową pozycję cząstki $_p$ 
        Uaktualnij najlepszą pozycję cząstki $_p$ 
        IF nowy lider=TRUE
            Uaktualnij archiwum liderów
        ENDIF
    NEXT  $p$ 
NEXT  $t$ 
Wydrukuj archiwum liderów
END

```

gdzie, t opisuje indeks pokolenia, p opisuje indeks cząstki.

Zaproponowane podejście w celu wyznaczania czoła Pareto metodą PSO składa się z następujących kroków:

Krok 1. Generowanie początkowej populacji cząstek.

Dla każdej cząstki $p=1, 2, \dots, N_{pop}$ generowane są losowo składowe wektora zmiennych decyzyjnych \mathbf{x}_p i wektora szybkości początkowej \mathbf{v}_p dla i -tego wymiaru przestrzeni decyzyjnej:

$$\left. \begin{aligned} x_{ip} &= L_i^- + d_i \cdot \text{round}(\Delta L_i \cdot \text{rand}()) \\ v_{ip} &= 2 \cdot \text{rand}() - 1 \end{aligned} \right\} \text{ dla } i=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

Równocześnie jest obliczana pozycja cząstki w przestrzeni kryteriów (*fitness space*) $best_p = [f_1(\mathbf{x}_p), f_2(\mathbf{x}_p), \dots, f_n(\mathbf{x}_p)]^T$, dokonywana analiza odnośnie położenia rozwiązania względem czoła Pareto. Wygenerowane w tym kroku położenie jest zapamiętane jako $best_p$, najlepsze

położenie cząstki p osiągnięte do tej pory. W trakcie realizacji tego kroku jest wyznaczane wstępne czoło Pareto.

Krok 2. Realizacja kolejnych iteracji, w trakcie których cząstki przemieszczają się w przestrzeni decyzyjnej. W trakcie kolejnych iteracji modyfikowany jest na bieżąco przebieg czoła Pareto.

Dla każdej cząstki p następuje:

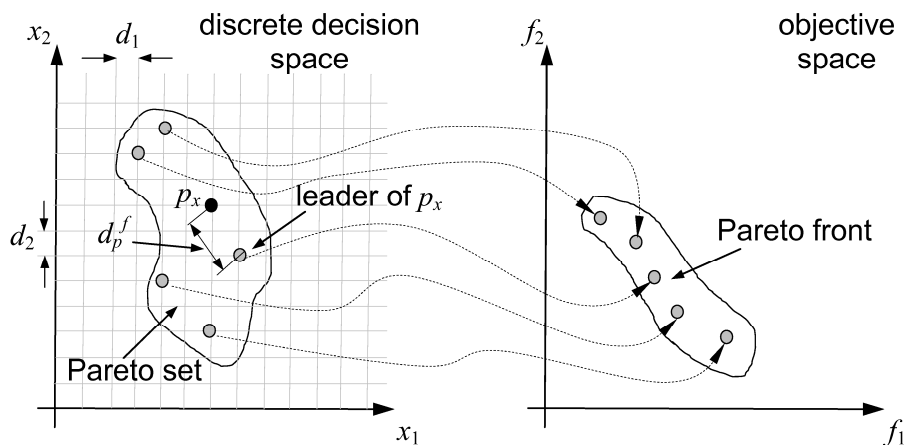
Krok 2.1. Obliczenie odległości d_p^f (Rys. 1) cząstki p od aktualnego czoła Pareto (od bieżącego lidera dla cząstki p):

$$d_p^f = \min(d_1^f, d_2^f, \dots, d_{L_p}^f) \quad (6)$$

gdzie:

$$d_i^f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - x_{fi}}{d_i} \right)^2} \quad \text{dla } l=1, 2, \dots, L_p \quad (7)$$

gdzie: x_i – aktualne położenie cząstki w i -tym wymiarze, x_{fi} – położenie najbliższego punktu na czole Pareto w i -tym wymiarze.



Rys. 1. Lider cząstki w dyskretnej przestrzeni decyzyjnej

Krok 2.2. Ustalenie współczynników w , c_1 , c_2 , (Rys. 2) stosowanych do obliczenia nowych składowych prędkości ruchu cząstki p . Współczynnik w jest w istocie wagą z jaką ma być uwzględniony dotychczasowy kierunek ruchu cząstki. W przypadku współczynnika w przyjęto jego wartość jako referencyjną i ustalono na stałym poziomie równym 0.5. Współczynnik c_1 decyduje w jakim stopniu cząstka będzie starała się powrócić do swojego najlepszego położenia. Uznano, że w pierwszej fazie działania współczynnik ten będzie odgrywał decydującą rolę, gwarantując penetrację przestrzeni decyzyjnej poprzez cząstkę w pobliżu swojego aktualnego położenia. W końcowej fazie działania algorytmu współczynnik ten osiąga wartość 0, gdyż głównym zadaniem w tej fazie jest skierować wszystkie cząstki w pobliże czoła Pareto. Współczynnik c_2 uwzględnia oddziaływanie społeczne cząstki, umożliwiające jej wybranie kierunku ruchu w stronę cząstek lepiej usytuowanych, w szczególności znajdujących się na czole Pareto. Cząstkowe składowe ruchu związane z tym współczynnikiem, w zaproponowanym podejściu, wskazują najkrótszą drogę cząstki do czoła Pareto. W pierwszych cyklach iteracyjnych, rola oddziaływania społecznego jest ignorowana, co pozwala cząstce poruszać się w losowo wybranych kierunkach ruchu i tym samym lepiej penetrować swoje otoczenie. W drugiej fazie rola czynnika społecznego staje się decydująca. W prezentowanym podejściu zastosowano oscylacje wartości współczynnika c_2 , których celem jest czasowa

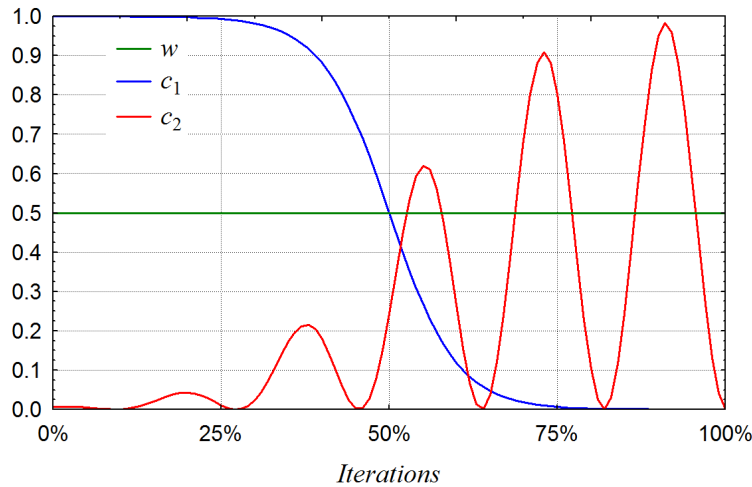
możliwość opuszczenia cząstki bezpośredniego otoczenia czoła Pareto. Pozwala to cząstce opuścić czoło Pareto i lepiej spenetrować obszar w jego pobliżu, co umożliwia dalsze jego przesunięcie w odpowiednim kierunku. Dla wyznaczenia aktualnych wartości współczynników przyjęto następujące wzory:

$$w = 0.5 = const \quad (8)$$

$$c_1 = 1 - \frac{1}{e^{-20q/(N_q - 0.5)}} \quad (9)$$

$$c_2 = \frac{0.5 + 0.5 \cdot \cos(34.5q/N_q)}{1 + e^{-10q/(N_q - 0.5)}} \quad (10)$$

gdzie: q – numer kolejnej iteracji, N_q – liczba wszystkich iteracji.



Rys. 2. Zmiany wartości współczynników: w , c_1 , c_2 , podczas obliczeń

Krok 2.3. Ustalenie odchylenia cząstki d_p^b od swojego najlepszego położenia. Oblicza się je ze wzoru:

$$d_p^b = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - x_i^b}{d_i} \right)^2} \quad (11)$$

gdzie: x_i^b – i -ta składowa najlepszej dotychczas pozycji cząstki.

Krok 2.4. Ustalenie składowych wektora kierunkowego dla najlepszego dotychczas położenia cząstki:

$$p_i^b = r_1 \cdot \frac{x_i^b - x_i}{d_p^b} \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, N \quad (12)$$

gdzie: $r_1 = \text{rand}()$ – liczba losowa wspólna do wszystkich składowych.

Krok 2.5. Ustalenie dla cząstki p składowych wektora kierunkowego dla czoła Pareto:

$$p_i^f = r_2 \cdot \frac{x_i^b - x_i}{d_p^f} \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, N \quad (13)$$

gdzie: $r_2 = \text{rand}()$ – liczba losowa wspólna dla wszystkich składowych.

Krok 2.6. Obliczenie składowych wektora szybkości ruchu:

$$v_i = w \cdot v_i^0 + c_1 \cdot p_i^b + c_2 \cdot p_i^f \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, N \quad (14)$$

gdzie: v_i^0 – i -ta składowa szybkości ruchu w poprzednim kroku.

Krok 2.7. Normalizacja składowych wektora szybkości ruchu:

$$v_i^n = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^N v_i^2} \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, N \quad (15)$$

Krok 2.8. Korekcja szybkości cząstki wynikająca z możliwości przekroczenia dozwolonego obszaru przemieszczania. Korekcja szybkości jest realizowana przez mechanizm hamowania cząstki wg następujących wzorów:

$$dv_i = a_i \cdot v_i^n \cdot \text{abs} \left(x_i - \frac{L_i^+ - L_i^-}{2} - \text{sgn}(v_i^n) \cdot \frac{L_i^+ - L_i^-}{2} \right) \quad (16)$$

gdzie: a_i – współczynnik szybkości przemieszczania się cząstki. Współczynnik ten należy dobrać w taki sposób aby cząstki w każdym z kierunków przemieszczania wykazywały podobną ruchliwość. Wartość współczynnika dobiera się z przedziału (0,1].

Krok 2.9. Obliczenie nowych składowych położenia cząstki:

$$x_i' = d_i \cdot \text{round} \left(\frac{x_i - dv_i}{d_i} \right) \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, N \quad (17)$$

Krok 2.10. Wygenerowanie nowego aktualnego położenia cząstki w przestrzeni kryteriów. W przypadku gdy jakiegokolwiek kryterium nie spełnia założonych ograniczeń, dalsza część tego kroku jest pomijana. Sprawdzenie, czy nowe położenie cząstki w zmodyfikowanej metryce nie jest jej najlepszym dotychczas położeniem. W przypadku gdy aktualne położenie cząstki znajduje się na czole Pareto, dodajemy to położenie do zbioru Pareto oraz usuwamy z niego wszystkie rozwiązania zdominowane przez nowe rozwiązanie.

Krok 2.11. W przypadku nie osiągnięcia zakładanej liczby iteracji, powrót do kroku 2.1.

Termin „entropia” pojawia się w wielu dziedzinach nauki i jest kojarzony z oceną nieuporządkowania lub uporządkowania. Entropia indywidualna, traktowana jako ilość informacji (Hartley 1928) może być określona wzorem: $h_i = -\ln(p_i)$, gdzie p_i – prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia. Entropia bezwzględna zbioru n zdarzeń jest ważoną średnią arytmetyczną ilości informacji otrzymywanej przy zajściu poszczególnych zdarzeń, gdzie wagami są prawdopodobieństwa tych zdarzeń $H = -\sum(p_i \ln(p_i))$ (Shannon 1948). Z kolei entropia względna H_r jest określona wzorem $H_r = H/\ln(n)$.

W pracy zastosowano dwie inne definicje entropii: zewnętrzną i wewnętrzną. Entropię zewnętrzną mierzy się określając zbliżenie danego zbioru do referencyjnego zbioru rozwiązań. W tym przypadku zbiorem referencyjnym był idealny zbiór Pareto, przez który rozumieć należy kompletny zbiór rozwiązań możliwy do osiągnięcia w danej, dyskretnej przestrzeni decyzyjnej. Dla potrzeb tej pracy dokonano obliczenia referencyjnego zbioru Pareto. Zbiorem porównywanym z nim był aktualnie wygenerowany zbiór Pareto. Poprzez entropię wewnętrzną rozumiemy natomiast miarę entropii określoną na wygenerowanym zbiorze Pareto, biorąc pod uwagę wzajemne odległości poszczególnych rozwiązań od swoich najbliższych sąsiadów w tym zbiorze. W praktyce dysponujemy jedynie możliwością obliczania entropii wewnętrznej. Praca ta ma jednak wykazać, że gdy entropia wewnętrzna osiąga odpowiednio wysoki poziom, to entropia zewnętrzna także osiąga zadowalający poziom.

Dla oceny entropii zewnętrznej należy określić funkcję oddziaływania elementów s ze zbioru S na element f ze zbioru F . Przyjęto, że funkcja ta (Rys. 3) jest dana wzorem:

$$I_f = \max_s \left(e^{-b \cdot (r_{f \rightarrow s})^2} \right) \quad (18)$$

gdzie: $r_{f \rightarrow s}$ jest to odległość elementu f od s , mierzona w przyjętej metryce przestrzeni decyzyjnej, b – współczynnik regulujący zakres oddziaływania, w przeprowadzonych testach został przyjęty na poziomie 1.

W praktyce wystarczy więc znaleźć odległość $r_{f \rightarrow s}$ w przestrzeni decyzyjnej każdego z rozwiązań f należącego do idealnego czoła Pareto F od aktualnego czoła Pareto S .

$$r_{f \rightarrow s} = \min \left(\sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_{si} - x_{fi}}{d_i} \right)^2} \right) \quad (19)$$

gdzie: $f \in F$, $s \in S$.

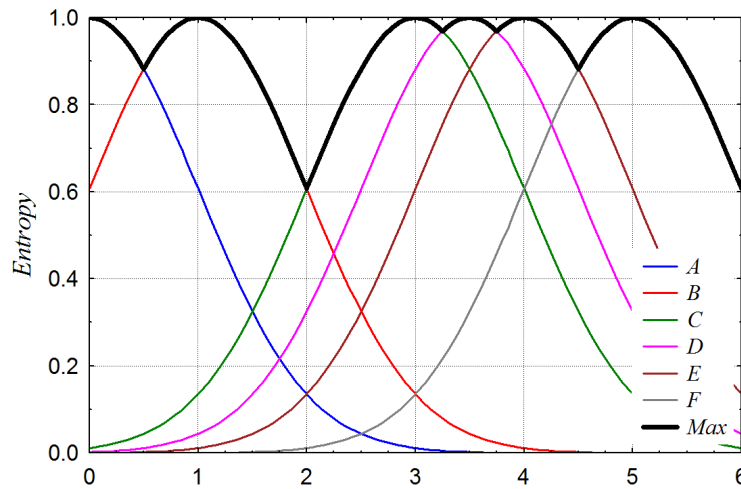


Fig. 3. Wyznaczanie wartości funkcji oddziaływania

W celu uzyskania możliwości porównywania wyników pomiędzy różnymi eksperymentami, korzystne jest znormalizowanie wartości funkcji wpływu, tak aby ich suma była równa 1. W konsekwencji entropia maksymalna może wynosić 1.

$$I_f^n = \frac{I_f}{\sum_f I_f} \quad (20)$$

Stąd ocena jakości aktualnego czoła Pareto w postaci entropii zewnętrznej ma postać:

$$H^z = \frac{-\sum_f I_f^n \cdot \ln(I_f^n)}{\ln(n_f)} \quad (21)$$

gdzie: n_f – moc zbioru F .

Jak wspomniano powyżej w trakcie praktycznych obliczeń nie znamy idealnego czoła Pareto. Stąd aktualna ocena jakości czoła Pareto powinna być określana miarą entropii wewnętrznej H^w . Dla obliczenia H^w posłużono się metodą aglomeracyjną. W pierwszym kroku do pustego początkowo zbioru S' przenosimy losowo wybrane rozwiązanie ze zbioru S . W kolejnych krokach, przenosimy do zbioru S' kolejne rozwiązania $s \in S$ znajdujące się najbliżej zbioru S' w przestrzeni decyzyjnej. Rysunek 4 ilustruje sposób obliczania wzajemnych

odległości w przestrzeni decyzyjnej. Jednocześnie w każdym kroku zapisujemy na stosie odległość przenieszonego rozwiązania D_s do zbioru S^* .

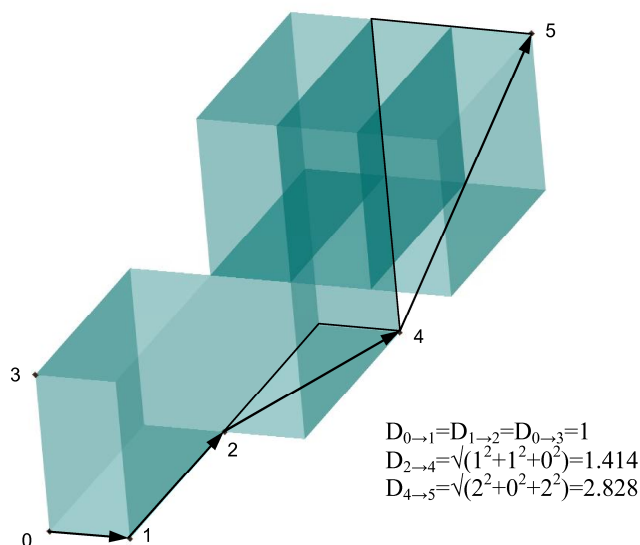


Fig. 4 Wyznaczanie odległości w 3-wymiarowej przestrzeni decyzyjnej

Funkcja wpływu rozwiązania s na sąsiednie rozwiązania przyjmuje postać:

$$I_s = e^{-b(D_s - 1)^2} \quad (22)$$

gdzie: przyjęto, że $b=1$.

Po normalizacji:

$$I_s^n = \frac{I_s}{\sum_s I_s} \quad (23)$$

Entropię wewnętrzną zbioru S obliczamy wg wzoru:

$$H^w = \frac{-\sum_{s=1}^{n_s} I_s^n \cdot \ln(I_s^n)}{\ln(n_s - 1)} \quad (24)$$

gdzie: n_s – moc zbioru S .

Przykładowo wartość entropii wewnętrznej dla sekwencji 0-1-2-4-5 (Rys. 4).

gdzie: $I_{0 \rightarrow 1} = I_{0 \rightarrow 2} = 1$, $I_{2 \rightarrow 4} = 0.135$, $I_{4 \rightarrow 5} = 0.035$, długość łańcucha 0-1-2-4-5 wynosi 2.17, $I_{0 \rightarrow 1}^n = I_{0 \rightarrow 2}^n = 0.46$, $I_{2 \rightarrow 4}^n = 0.062$, $I_{4 \rightarrow 5}^n = 0.016$, wynosi:

$$H^w = -(0.46 \ln(0.46) + 0.46 \ln(0.46) + 0.062 \ln(0.062) + 0.016 \ln(0.016)) / \ln(4) = 0.694$$

3. Wyniki badań

3.1. Funkcje testowe

Zaproponowana zmodyfikowana metoda optymalizacji wielocząsteczkowej dla problemów optymalizacji wielokryterialnej została zastosowana do rozwiązania kilku problemów testowych.

Pierwszy z problemów testowych przedstawiono w pracy [13]. Funkcje celu dla poszczególnych kryteriów optymalizacji opisano równaniami:

$$f_1 = x_1 + \frac{2}{|J_1|} \sum_{j \in J_1} \left(x_j - \sin \left(6\pi x_1 + \frac{j\pi}{n} \right) \right)^2 \rightarrow \min$$

$$f_2 = 1 - \sqrt{x_1} + \frac{2}{|J_2|} \sum_{j \in J_2} \left(x_j - \sin \left(6\pi x_1 + \frac{j\pi}{n} \right) \right)^2 \rightarrow \min$$
(25)

gdzie: $J_1 = \{j \mid j \text{ jest nieparzyste i } 2 \leq j \leq n\}$ i $J_2 = \{j \mid j \text{ jest parzyste } 2 \leq j \leq n\}$, oraz przestrzeń decyzyjna $\Omega = [0,1] \times [-1,1]^{n-1}$ i $n=3$.

Po 500 iteracjach znaleziono 251 rozwiązań, które zostały przedstawione na rysunku 5 i 6.

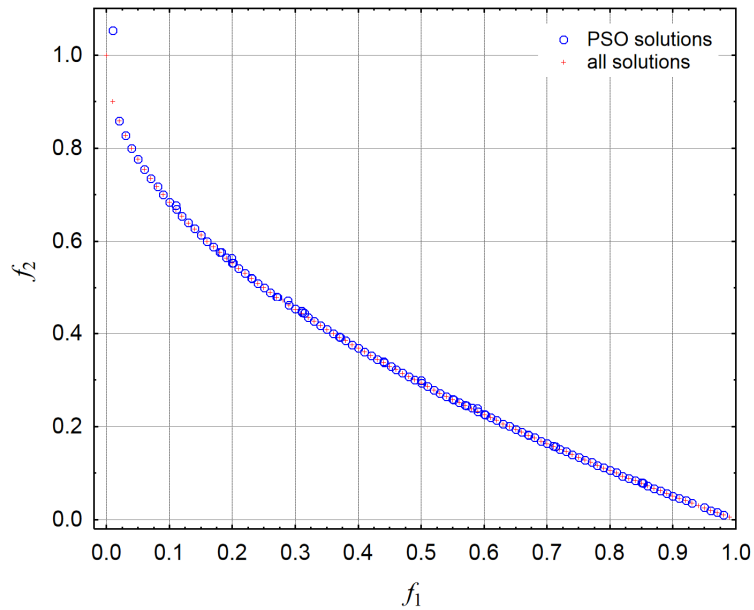
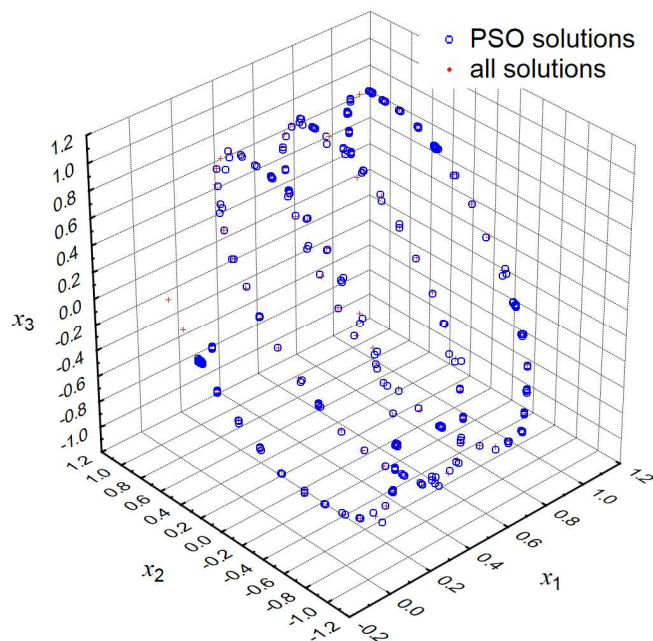


Fig. 5. Front Pareto dla pierwszego problemu testowego wygenerowany dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.01$



Rys. 6. Zbór rozwiązań Pareto-optimalnych dla pierwszego problemu testowego w przestrzeni zmiennych decyzyjnych wygenerowany dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.01$

Ponadto na rysunku 7 przedstawiono wykres wartości entropii, moc zbioru Pareto oraz wskaźnik IGD (Inverted Generational Distance) w funkcji liczby iteracji.

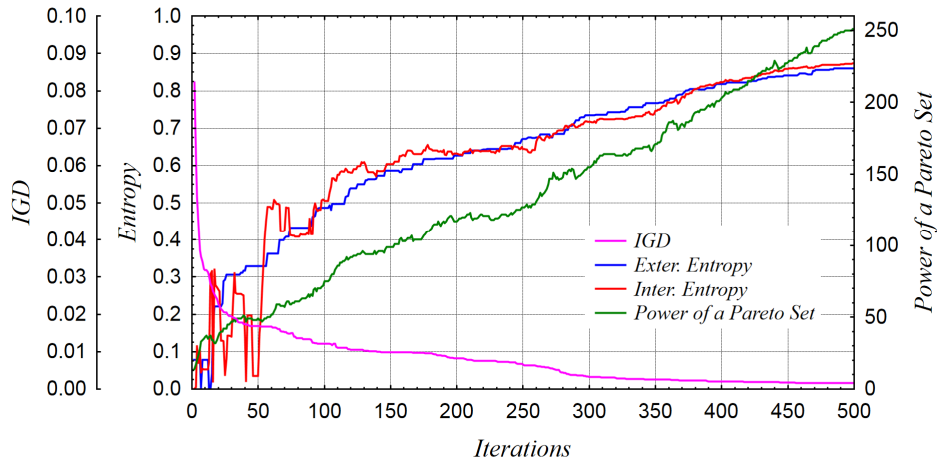


Fig. 7. Wartości entropii zewnętrznej i wewnętrznej, moc zbioru Pareto oraz wskaźnik IGD w funkcji liczby iteracji dla pierwszego problemu testowego dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=const=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.01$

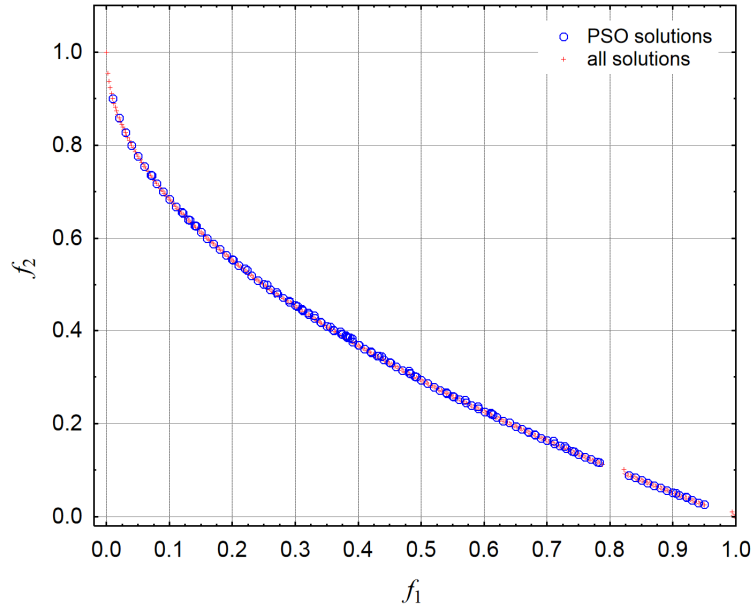
Drugi problem testowy został przedstawiony w pracy [13]. Funkcje celu dla poszczególnych kryteriów optymalizacji opisano równaniami:

$$f_1 = x_1 + \frac{2}{|J_1|} \sum_{j \in J_1} \left(x_j - \left(0.3x_1^2 \cos\left(24\pi x_1 + \frac{4j\pi}{n} \right) + 0.6x_1 \right) \cdot \cos\left(6\pi x_1 + \frac{j\pi}{n} \right) \right)^2 \rightarrow \min \quad (26)$$

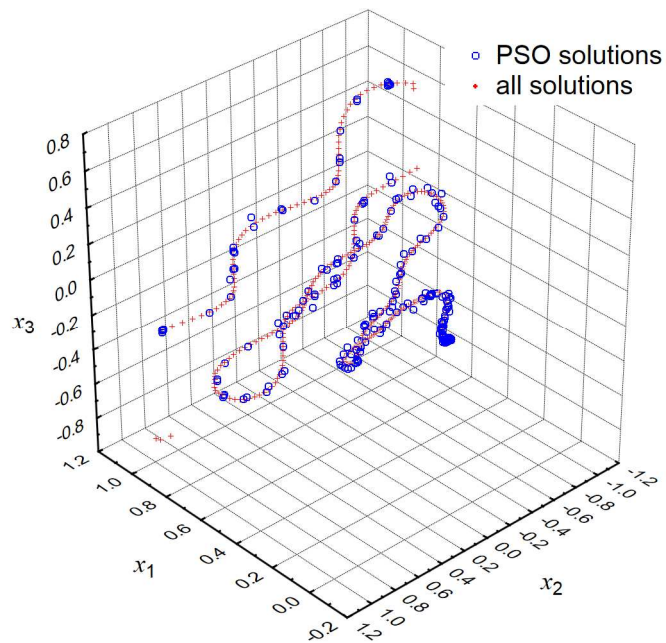
$$f_2 = 1 - \sqrt{x_1} + \frac{2}{|J_2|} \sum_{j \in J_2} \left(x_j - \left(0.3x_1^2 \cos\left(24\pi x_1 + \frac{4j\pi}{n} \right) + 0.6x_1 \right) \cdot \sin\left(6\pi x_1 + \frac{j\pi}{n} \right) \right)^2 \rightarrow \min$$

gdzie: $J_1=\{j \mid j \text{ jest nieparzyste i } 2 \leq j \leq n\}$ i $J_2=\{j \mid j \text{ jest parzyste i } 2 \leq j \leq n\}$, oraz przestrzeń decyzyjna $\Omega=[0,1] \times [-1,1]^{n-1}$ i $n=3$.

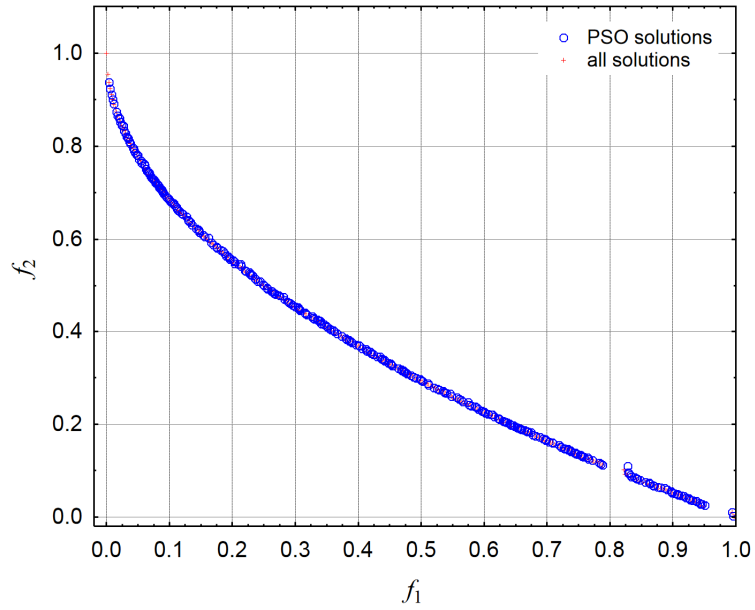
Po 500 iteracjach znaleziono 204 rozwiązania, które zostały przedstawione na rysunku 8 i 9 dla $d_1=d_2=d_3=0.01$. Na rysunkach 10 i 11 przedstawiono 491 rozwiązań dla $d_1=d_2=d_3=0.002$. Ponadto na rysunkach 12 i 13 przedstawiono wykres wartości entropii, moc zbioru Pareto i wartości wskaźnika IGD w funkcji liczby iteracji odpowiednio dla wartości $d_1=d_2=d_3=0.01$ i 0.002.



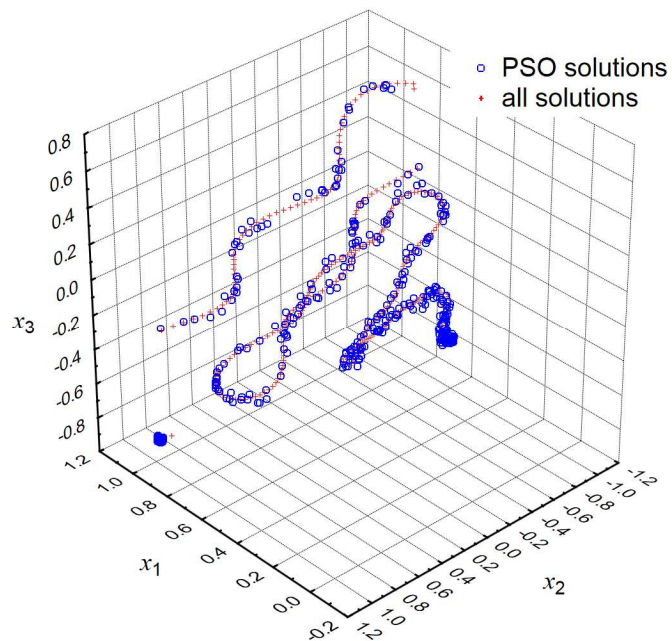
Rys 8. Front Pareto dla drugiego problemu testowego wygenerowany dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.01$



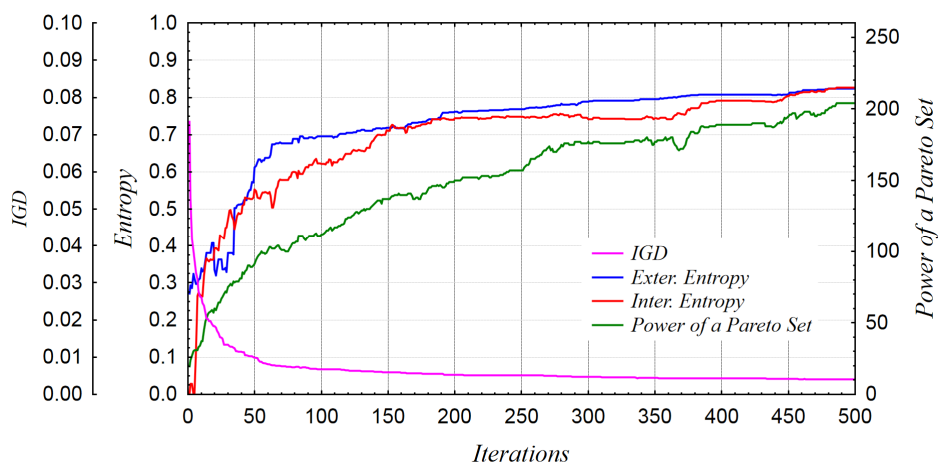
Rys 9. Zbór rozwiązań Pareto-optimalnych dla drugiego problemu testowego w przestrzeni zmiennych decyzyjnych wygenerowany dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.01$



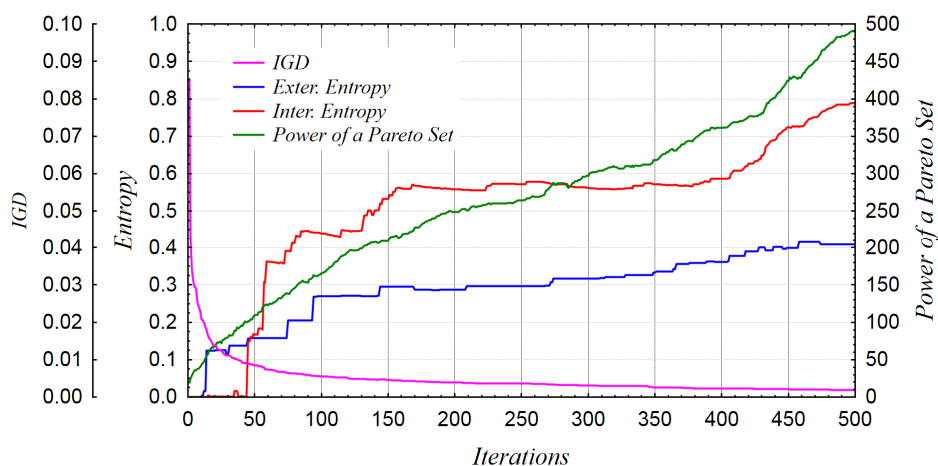
Rys 10. Front Pareto dla drugiego problemu testowego wygenerowany dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=const=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.002$



Rys 11. Zbór rozwiązań Pareto-optimalnych dla drugiego problemu testowego w przestrzeni zmiennych decyzyjnych wygenerowany dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=const=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.002$



Rys. 12. Wartości entropii zewnętrznej i wewnętrznej, moc zbioru Pareto i wskaźnika IGD w funkcji liczby iteracji dla drugiego problemu testowego dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.01$



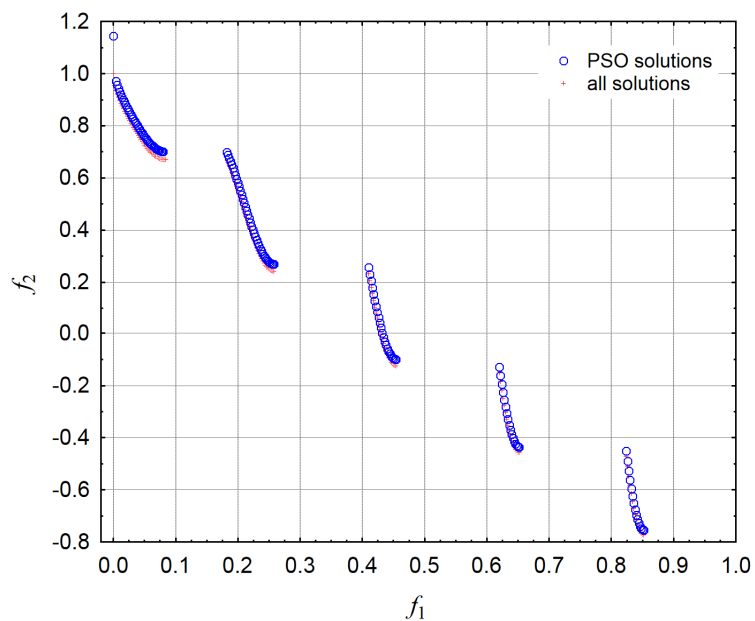
Rys. 13. Wartości entropii zewnętrznej i wewnętrznej, moc zbioru Pareto i wskaźnika IGD w funkcji liczby iteracji dla drugiego problemu testowego dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.002$

Trzeci problem testowy przedstawiono w pracy [27]. Funkcje celu dla poszczególnych kryteriów optymalizacji są dane równaniami:

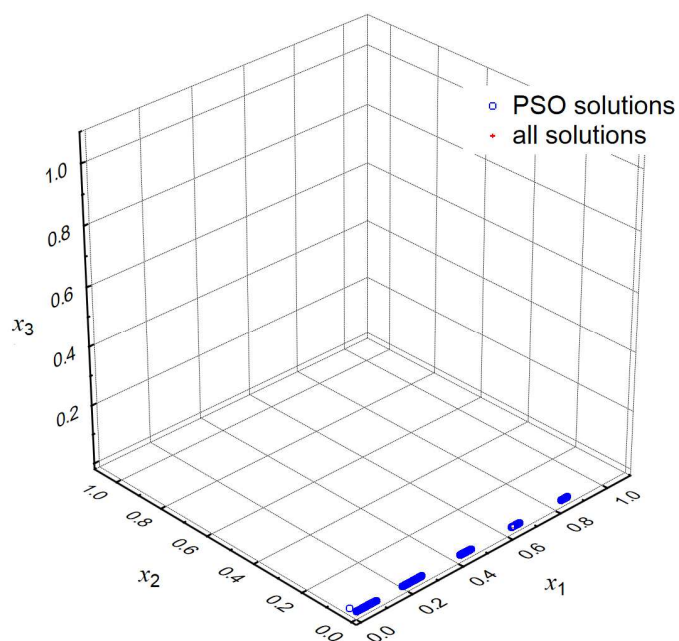
$$\begin{aligned}
 f_1 &= x_1 \rightarrow \min \\
 f_2 &= g(x) \left[1 - \sqrt{\frac{f_1(x)}{g(x)}} - \frac{f_1(x)}{g(x)} \sin(10\pi x_1) \right] \rightarrow \min \\
 g(x) &= 1 + \frac{9 \left(\sum_{i=2}^n x_i \right)}{(n-1)}
 \end{aligned} \tag{27}$$

gdzie: $x=(x_1, \dots, x_n)^T \in [0,1]^n$ i $n=3$.

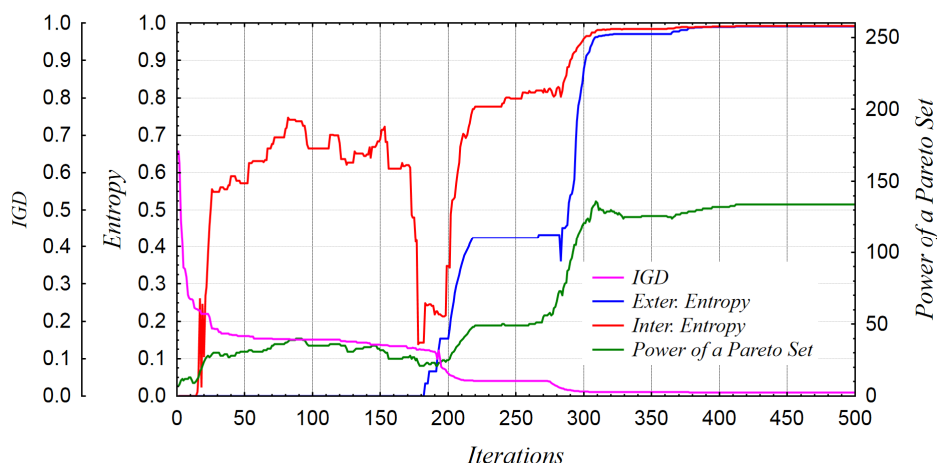
Po 500 iteracjach znaleziono 134 rozwiązania, które zostały przedstawione na rysunkach 14 i 15. Ponadto na rysunku 16 przedstawiono wykres wartości entropii, moc zbioru Pareto oraz wskaźnik IGD w funkcji liczby iteracji.



Rys. 14. Front Pareto dla trzeciego problemu testowego wygenerowany dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.002$



Rys. 15. Zbór rozwiązań Pareto-optimalnych dla trzeciego problemu testowego w przestrzeni zmiennych decyzyjnych wygenerowany dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.002$



Rys. 16. Wartości entropii zewnętrznej i wewnętrznej, moc zbioru Pareto i wskaźnika IGD w funkcji liczby iteracji dla drugiego problemu testowego dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=500$, $a=\text{const}=0.2$, $d_1=d_2=d_3=0.002$

Jak widać na powyższych rysunkach zmodyfikowany algorytm optymalizacji wielocząsteczkowej wygenerował bardziej liczne zbiory rozwiązań Pareto (rozwiązania PSO), niż to zostało przedstawione w przytoczonych powyżej publikacjach oraz w pracy [13, 27]. Dla porównania, na powyższych rysunkach został przedstawiony idealny zbiór Pareto (wszystkie rozwiązania). Analiza zbiorów rozwiązań Pareto wskazuje, że metoda PSO znajduje większość rozwiązań z spośród idealnego zbioru Pareto w bardzo krótkim czasie (po 500 iteracjach).

3.2. Optymalizacja wielokryterialna operacji toczenia stali 18CrMo4 w stanie zahartowanym.

W kolejnym kroku zmodyfikowany algorytm optymalizacji wielocząsteczkowej dla problemów optymalizacji wielokryterialnej został wykorzystany do rozwiązania problemu optymalizacji wielokryterialnej operacji toczenia wykańczającego stali w stanie zahartowanym. Uzyskane wyniki badań doświadczalnych porównano z wynikami badań zawartymi w pracy [24], gdzie do rozwiązania problemu optymalizacji wielokryterialnej operacji toczenia na twardo wykorzystano algorytmy genetyczne (GA) z metodą Modified Distance Method (MDM) [18].

Postęp w dziedzinie materiałów skrawających sprawił, iż możliwa stała się obróbka materiałów w stanie zahartowanym narzędziami o określonej geometrii ostrza. Jednak przypadki zastosowania tej operacji w warunkach przemysłowych są stosunkowo nieliczne. Składa się na to bardzo wysoki koszt narzędzi z regularnego azotku boru (CBN) oraz konieczność prowadzenia obróbki na obrabiarkach o odpowiednio dużej sztywności. Dlatego operacja ta powinna być prowadzona z optymalnymi wartościami parametrów skrawania, z uwzględnieniem wielu kryteriów optymalizacji [9]. Pozwoli to na wzrost ekonomicznej opłacalności i zwiększenie liczby przemysłowych zastosowań.

Optymalizacji poddano operację toczenia wykańczającego hartowanej (58HRC) stali 18CrMo4, narzędziami z CBN o geometrii typu Wiper. Stal 18HGT (C – 0.18%, Mn – 0.32%, Si – 0.31%, P – 0.012%, S – 0.003%, Cr – 1.02%, Ni – 0.14%, Cu – 0.28%, Ti – 0.071%) jest używana na elementy zębate. Przeprowadzone badania objęły wpływ: prędkości skrawania $v_c=100\text{--}200\text{m/min}$, posuwu $f=0.1\text{--}0.3\text{mm/obr}$, głębokości skrawania $a_p=0.1\text{--}0.2\text{mm}$ oraz długości drogi toczenia L na: koszt jednostkowy K_j , czas jednostkowy t_j oraz wypadkową siłę skrawania F oraz wybrane parametry chropowatości powierzchni: R_a , R_z i R_{max} [24]. Badania prowadzono pod kątem współpracy obrabianej powierzchni z wargowymi pierścieniami uszczelniającymi, gdzie są zalecane parametry: $R_a=0.2\text{--}0.8\mu\text{m}$, $R_z=1\text{--}4\mu\text{m}$ i $R_{max}\leq 6.3\mu\text{m}$ [12]. Na podstawie wyników badań opracowano zależności na [24]:

– koszt jednostkowy, K_j ,

$$K_j = \frac{1.25\pi}{v_c f} \left(0.35 + \frac{v_c^{1.672184} f^{0.036654} a_p^{0.072133}}{423.326} \right) + 0.56 \quad (28)$$

– czas jednostkowy t_j ,

$$t_j = \frac{1.25\pi}{v_c f} \left(1 + \frac{v_c^{1.672184} f^{0.036654} a_p^{0.072133}}{85219.833} \right) + 1.6 \quad (29)$$

– wypadkową siłę skrawania F ,

$$F = \sqrt{\left(993.402604 \cdot v_c^{-0.200600} \cdot f^{0.623620} \cdot a_p^{0.660314} \cdot L^{0.158012} \right)^2 + \left(320.402695 \cdot v_c^{-0.213734} \cdot f^{0.293166} \cdot a_p^{0.373255} \cdot L^{0.240112} \right)^2 + \left(814.912603 \cdot v_c^{-0.388726} \cdot f^{0.386365} \cdot a_p^{1.502916} \cdot L^{0.285235} \right)^2} \quad (30)$$

– średnią arytmetyczną rzędnych profilu chropowatości R_a ,

$$R_a = 0.634065 - 0.004599v_c - 1.221571f - 1.125925a_p + 0.000010v_c^2 + 2.265811f^2 + 0.007205v_c \cdot f + 0.007658v_c \cdot a_p + 0.0000001v_c \cdot L + 6.020526f \cdot a_p - 0.039339v_c \cdot f \cdot a_p \quad (31)$$

– średnią maksymalną wysokość chropowatości z 5 odcinków elementarnych R_z ,

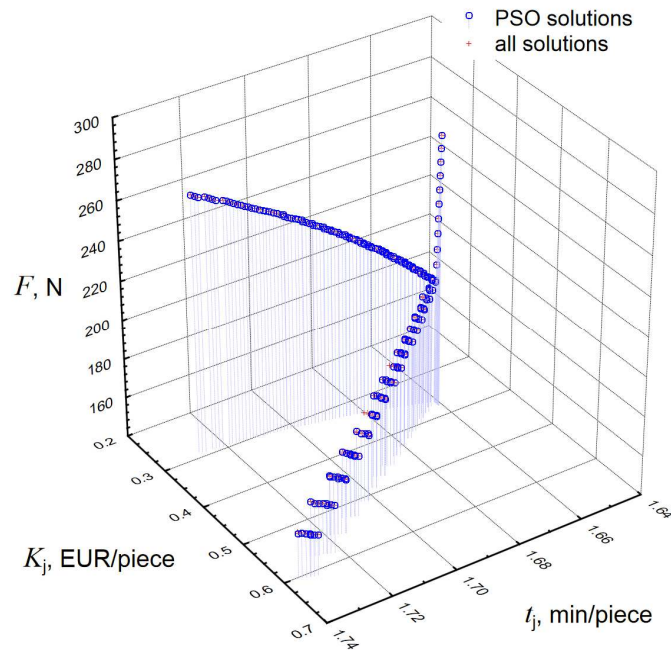
$$R_z = 2.678195 - 0.015906v_c - 3.961551f - 4.844458a_p + 0.000027v_c^2 + 3.816645f^2 + 0.046635v_c \cdot f + 0.033541v_c \cdot a_p + 28.458806f \cdot a_p + 0.001495a_p \cdot L - 0.243340v_c \cdot f \cdot a_p - 0.008445f \cdot a_p \cdot L + 0.000049v_c \cdot f \cdot a_p \cdot L \quad (32)$$

– maksymalną wysokość chropowatości R_{max} ,

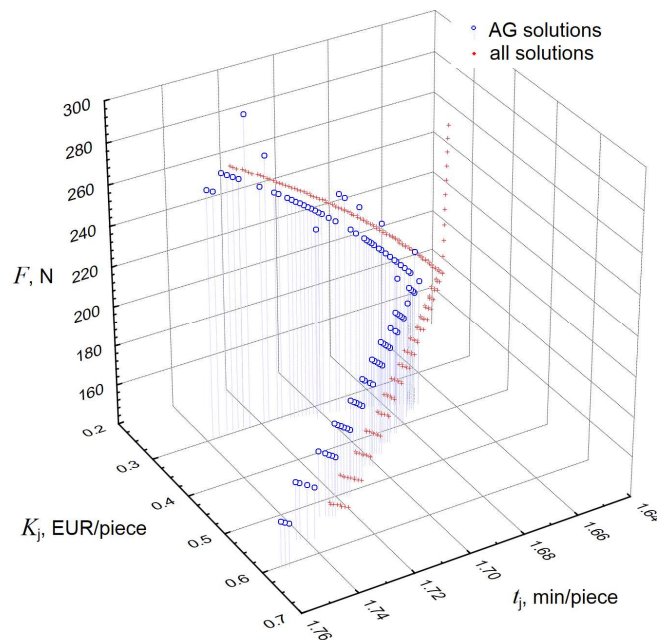
$$R_{max} = 2.775193 - 0.016948v_c - 2.123522f + 0.000042v_c^2 + 5.430604f^2 + 0.028112v_c \cdot f - 0.058322v_c \cdot f \cdot a_p + 0.000008v_c \cdot a_p \cdot L \quad (33)$$

W równaniach (30)-(33), oprócz parametrów skrawania, występuje długość drogi toczenia L . Wartość L wyznaczano z zależności $VB_C = g(v_c, f, a_p, L) = 0.2\text{mm}$ wstawiano do powyższych równań jako stałą [23].

W wyniku przeprowadzenia optymalizacji z pomocą zmodyfikowanej metody PSO dla problemów optymalizacji wielokryterialnej uzyskano po 50 iteracjach zbiór rozwiązań niezdominowanych liczący 197 rozwiązań, który został przedstawiony na rysunku 17. Dla porównania przedstawiono ten sam zbiór rozwiązań niezdominowanych uzyskany przy pomocy metody MDM opartej o algorytmy genetyczne (GA) (Rys. 18), gdzie w wyniku przeprowadzenia optymalizacji otrzymano zbiór Pareto składający się z 106 rozwiązań niezdominowanych.



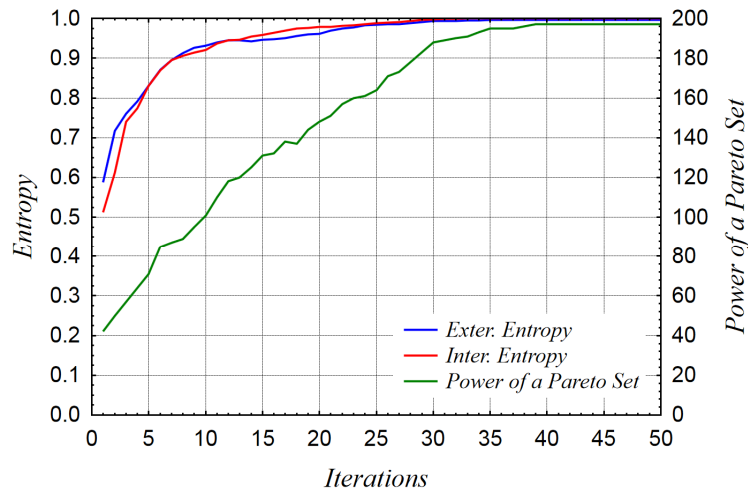
Rys. 17. Front Pareto wygenerowany przy pomocy metody PSO dla parametrów: $N_{pop}=200$, $N_q=50$, $a=const=0.8$, $d_1=1$, $d_2=d_3=0.01$



Rys. 18. Front Pareto wygenerowany przy pomocy algorytmów genetycznych [24]

Jak widać metoda PSO wykryła znacznie więcej rozwiązań i są one lepsze od rozwiązań wygenerowanych za pomocą algorytmów genetycznych (Rys. 19). Potwierdza to wyższość PSO nad AG oraz opinię zawartą w pracach [2, 26], gdzie autorzy porównali metodę PSO z metodami ACO, TS, SA, MA, GA. W każdym przypadku obróbki tokarskiej i frezarskiej, najlepszą metodą doboru optymalnych parametrów skrawania okazała się metoda PSO.

Na rysunku 19 przedstawiono wykresy entropii oraz moc zbioru Pareto w funkcji liczby iteracji.



Rys. 19. Wartości entropii zewnętrznej i wewnętrznej oraz moc zbioru Pareto w funkcji iteracji

4. Wnioski

W przedstawionej pracy rozważano tylko przestrzeń dyskretną dla ruchu cząstek. Ponieważ w rzeczywistości zawsze definiuje się wielkość dyskretyzacji z określoną, racjonalną dokładnością. Jak potwierdziły badania doświadczalne dyskretyzacja przestrzeni decyzyjnej jest bardzo istotna. Opisywana metoda jest efektywna tylko w przypadku dyskretyzacji. Przeprowadzone w pracy badania wykazały, że takie podejście jest poprawne.

Przeprowadzono bardzo dużą liczbę doświadczeń dla stałych i zmiennych w czasie współczynników w , c_1 i c_2 . Dla współczynnika inercji cząstki określonego jako współczynnik odniesienia (stąd jego stała wartość), przeprowadzono badania doświadczalne w celu prawidłowego doboru pozostałych dwóch współczynników. Oczywiście równania dla nich są heurystyczne. Nie mogą być one uniwersalne. Jakkolwiek sądzimy, że wprowadzenie oscylacji i redukcja przypadkowości w kolejnych iteracjach ma pozytywny wpływ na wydajność metody. Zostało to potwierdzone poprzez przeprowadzone eksperymenty.

Ocena jakości wyznaczonego czoła Pareto poprzez pomiar entropii wewnętrznej jest adekwatna. Jak wykazały przeprowadzone testy, entropia wewnętrzna na poziomie większym od 0.9 odpowiada entropii zewnętrznej na bardzo zbliżonym poziomie. Ponieważ entropii zewnętrznej dla wielowymiarowych zagadnień optymalizacji wielokryterialnej nie znamy, można się kierować poziomem entropii wewnętrznej, nie tylko jako stopień oceny wygenerowanego frontu Pareto, lecz także kryterium przerywania obliczeń, w przypadku gdy entropia wewnętrzna przekracza określony, zadowalający poziom. Zewnętrzna i wewnętrzna entropia cechują się znacznymi zmianami podczas obliczeń, w przeciwieństwie do parametru IDG, który się szybko stabilizuje. Jedynym negatywnym zjawiskiem jest tutaj wzrost czasu obliczeń w przypadku gdy liczba rozwiązań leżących na czole Pareto wzrasta. Stąd należy dobrać odpowiednie gradienty d_i w celu uniknięcia tego problemu.

Kontynuacja badań nad zaproponowaną metodą powinna zmierzać w kierunku ustalania parametru a_i na odpowiednim poziomie. Ma on bardzo duży wpływ na ruchliwość cząstek, która powinna przyjmować określony, średni przedział wartości. Wydaje się, że odpowiednie wartości są bardzo ściśle związane ze specyfiką rozwiązywanego zagadnienia. Dlatego trudno ustalić te wartości a priori. Należy raczej opracować mechanizm ich adaptacyjnego doboru w trakcie realizacji obliczeń. Innym, ważnym czynnikiem dla skuteczności metody PSO jest odpowiedni dobór zakresów w przestrzeni decyzyjnej. W tej pracy nie badano głębiej tego zagadnienia. Tym nie mniej można stwierdzić na podstawie przeprowadzonych prób, że odpowiednie zawężanie przestrzeni decyzyjnej do zakresu odpowiadającego położeniu cząstek na czole Pareto jest

bardzo korzystne. Oceniając uzyskane wyniki przeprowadzonych testów, można sformułować wniosek, że opracowana zmodyfikowana metoda PSO jest wysoce konkurencyjna w stosunku do dotychczasowych propozycji PSO i powinna znaleźć szereg zastosowań praktycznych.

Literatura

1. Aleti A. Quality Assessment of Multiobjective Optimisation Algorithms in Component Deployment. Proceedings of ESEC/FSE Doctoral Symposium, Amsterdam 2009.
2. Baskar N, Asokan P, Saravanan R, Prabhakaran G. Optimization of Machining Parameters for Milling Operations Using Non-conventional Methods. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 2005; 25: 1078-1088.
3. Chakraborty P D, Gourab G R, Ajith A. On convergence of the multi-objective particle swarm optimizers. Information Sciences 2011; 181: 1411-1425.
4. De Carvalh, A B., Pozo A. Measuring the convergence and diversity of CDAS Multi-Objective Particle Swarm Optimization Algorithms: A study of many-objective problems. Neurocomputing 2012; 75: 43-51.
5. Durillo J J, García-Nieto J, Nebro A J, Coello Coello C A, Luna F, Alba E. Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: An Experimental Comparison. Proceedings of the 5th International Conference EMO, Lectures in Computer Science 2009; 5467: 495-509.
6. Erfani T, Utyuzhnikov S V. Directed Search Domain: A Method for Even Generation of Pareto Frontier in Multiobjective Optimization. Journal of Engineering Optimization 2011; 43: 1-18.
7. Fasting J. Multi-objective optimization: Elitism in discrete and highly discontinuous decision spaces. University of Skövde, DV722A – Thesis Project in Informatics 2011.
8. Farhang-Mehr A, Azram S. Entropy-based multi-objective genetic algorithm for design optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization 2002; 24: 351-361.
9. Karpat Y, Özel T. Multi-objective optimization for turning processes using neural network modeling and dynamic-neighborhood particle swarm optimization. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 2007; 35: 234-247.
10. Kaveh A, Laknejadi K. A novel hybrid charge system search and particle swarm optimization method for multi-objective optimization. Expert Systems with Applications 2011; 38: 15475-15488.
11. Kennedy J, Eberhart R. Particle Swarm Optimization. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks 1995; 4: 1942-1948.
12. Kunstfeld T, Haas W. Shaft surface manufacturing methods for rotary shaft lip seals. Sealing Technology 2005; 7: 5-9 .
13. Li H, Zhang Q. Multiobjective Optimization Problems with Complicated Pareto Sets, MOEA/D and NSGAI. IEEE Trans. Evolutionary Computations 2009; 13: 284-302.
14. Liu L L, Zhao G P, Young S S, Young, Y J. Integrating theory of constraints and particle swarm optimization in order planning and scheduling for machine tool production. The international Journal of Advances Manufacturing Technology 2011; 57: 285-296.
15. Magnus E, Pedersen H. Good Parameters for Particle Swarm Optimization. Hvas Laboratories Technical Report no. HL1001 2011.

16. Moslemi H, Zandieh M. Comparisons of some improving strategies on MOPSO for multi-objective (r, Q)inventory system. *Expert Systems with Applications* 2011; 38: 12051-12057.
17. Nebro A J, Durillo J J, García-Nieto J, Coello Coello C A, Luna F, Alba E. SMPSO: A New PSO-based Metaheuristic for Multi-objective Optimization. *IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multicriteria Decision-Making* 2009; 66-73.
18. Osyczka A, Kundu S. A modified distance method for multicriteria optimization using genetic algorithms. *Computers & Industrial Engineering* 1996; 30: 871-882.
19. Poli R. An Analysis of Publications on Particle Swarm Optimization Applications. Technical Report CSM-469. Department of Computer Science, University of Essex 2007.
20. Poli R. Analysis of the Publications on the Applications of Particle Swarm Optimization. *Journal of Artificial Evolution and Applications* 2008; 2008.
21. Poli R, Kennedy J, Blackwell T. Particle Swarm Optimization. An Overview. *Swarm Intelligence* 2007; 1: 33-57.
22. Pradhan P M, Panda G. Solving multiobjective problems using cat swarm optimization. *Expert Systems with Applications* 2012; 39: 2956-2964.
23. Pytlak B. The influence of cutting parameters on the tool wear and cutting forces during turning of hardened 18HGT steel. *Advances in Manufacturing Science and Technology* 2007; 31: 37-53.
24. Pytlak B. Multicriteria optimization of hard turning operation of the hardened 18HGT steel. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2010; 49: 305-312.
25. Reyes-Sierra M, Coello Coello C A. Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: A Survey of the State-of-the-Art. *International Journal of Computational Intelligence Research* 2006; 2: 287-308.
26. Saravanan R, Siva Sankar R, Asokan P, Vijayakumar K, Prabhakaran G. Optimization of cutting conditions during continues finished profile machining using non-traditional techniques. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2005; 26: 30-40.
27. Zhang Q, Li H. MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 2007; 11: 712-731.
28. Zhang Y, Gong D W, Ding Z H. Handling multi-objective optimization problems with a multi-swarm cooperative particle swarm optimizer. *Expert Systems with Applications* 2011; 38: 13933-13941.
29. Zitzler E, Knowles J, Thiele L. Quality Assessment of Pareto Set Approximations. In Branke J, Deb K, Miettinen K, Slowinski R. editors, *Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches* 2008; 373-404.