

# Zarządzanie zasobami w harmonogramowaniu wieloobiektowych przedsięwzięć budowlanych z wykorzystaniem teorii szeregowania zadań

Dr inż. Michał Podolski, Politechnika Wroclawska

## 1. Wprowadzenie

Harmonogramowanie przedsięwzięć wieloobiektowych jest zagadnieniem, z którym można spotkać się w praktyce wykonawczej. Polega ono na realizacji wielu obiektów budowlanych lub ich części, o podobnym sposobie realizacji np. konstrukcji, co powoduje, że wymagają wykonania zbioru takich samych rodzajów robót. Takie przedsięwzięcia np. osiedla domów jednorodzinnych czy grupy innych obiektów budowlanych, można realizować za pomocą grup roboczych, które są wyspecjalizowane do realizacji robót jednego rodzaju w każdym z obiektów wchodzących w skład przedsięwzięcia. Jeżeli wielkości robót danego rodzaju, a w konsekwencji czasy ich trwania przyjmują dla każdego z obiektów wartości dowolne (są to obiekty niejednorodne) otrzymujemy problem poszukiwania optymalnego harmonogramu realizacji przedsięwzięcia np. z kryterium czasu trwania robót, uwzględniając przy tym kolejność realizacji obiektów oraz przyjętą alokację grup roboczych do realizacji robót [3].

Sposób realizacji przedsięwzięć wieloobiektowych najczęściej nazywany jest systemem potokowym ze względu na podobieństwo do systemu taśmowego (obecnie nazywanego przepływowym [9]) stosowanego w produkcji przemysłowej, elektronice, automatyce. Dziedzina, która bezpośrednio jest związana z tego rodzaju problematyką jest teoria szeregowania zadań. Problemy teorii szeregowania zadań są do tej pory przedmiotem intensywnych badań w wielu ośrodkach naukowych na całym świecie. Jest to wynikiem tego, że modelują one funkcjonowanie rzeczywistych systemów wytwarzania i produkcji przemysłowej, procesów w automatyce. Dla zdecydowanej większości problemów praktycznych niemożliwe jest skonstruowanie efektywnych algorytmów ich rozwiązywania, ze względu na NP-trudność problemów optymalizacyjnych w nich występujących [9]. Do poszukiwania rozwiązań

optymalnych w takich problemach obecnie stosuje się wydajne metaheurystyczne algorytmy przybliżone dostarczające rozwiązania bliskie optymalnym np. ewolucyjne, poszukiwania z zakazami (*tabu search*), symulowanego wyżarzania, mrówkowe, hybrydowe itd. [9]. Szybkie postępy w rozwoju teorii szeregowania zadań i narzędzi z nią związanych mogą więc pozwolić na rozwiązanie wielu problemów harmonogramowania przedsięwzięć budowlanych występujących w praktyce budowlanej np. przedsięwzięć wieloobiektowych. W Polsce zagadnienia zastosowań systemów potokowych w przedsięwzięciach budowlanych do tej pory były przedmiotem wielu badań. Poruszone zostały m.in.: w pracach Hejduckiego i Rogalskiej [2], Marcinkowskiego [5]. Często stosowanym kryterium wyboru optymalnego harmonogramu jest wspomniany wcześniej czas trwania realizacji całego przedsięwzięcia [2]. Jednym z ograniczeń w badanych modelach przedsięwzięć jest zastosowanie zbioru  $m$  pojedynczych grup roboczych ze zbioru  $B = \{B_1, B_2, B_3, \dots, B_k, \dots, B_m\}$ , w którym każda z grup może wykonywać robotę jednego rodzaju  $k$ . Ograniczenie to wynika wprost z założeń systemu przepływowego analizowanego w teorii szeregowania zadań. Narzędziami do poszukiwania optymalnego harmonogramu były w tych pracach m.in.: algorytmy podziału i ograniczeń, algorytmy heurystyczne, symulacje komputerowe. W literaturze światowej przedsięwzięcia tego rodzaju określane są jako przedsięwzięcia powtarzalne (*repetitive projects*), a dla szczególnych przypadków wieloobiektowe (*multiunit projects*). Dla przedsięwzięć takich jak budynki wielokondygnacyjne, osiedla domów jednorodzinnych, czy grupy innych obiektów budowlanych dominują metody oparte na koncepcji tzw. linii równowagi („*Line of Balance*” – LOB) [1], [4], [8]. Celem, który przyświecał podczas dalszych badań autora nad problematyką systemów potokowych, jest kontynuacja w nowym ujęciu dotychczasowych badań

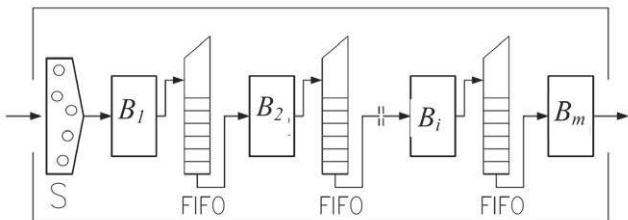
nad metodami planowania przedsięwzięć z tym systemem. Należy zwrócić uwagę na znaczące zalety tego systemu, mimo występujących utrudnień w zastosowaniach praktycznych np. podane powyżej ograniczenie na zbiór grup roboczych  $M$ . W związku z tym, poniżej zostanie przedstawiony model przedsięwzięcia wieloobektowego, który umożliwi użycie dowolnej liczby grup roboczych do realizacji roboty jednego rodzaju w przedsięwzięciu.

**2. Model optymalizacyjny rozpatrywanego przedsięwzięcia wieloobektowego**

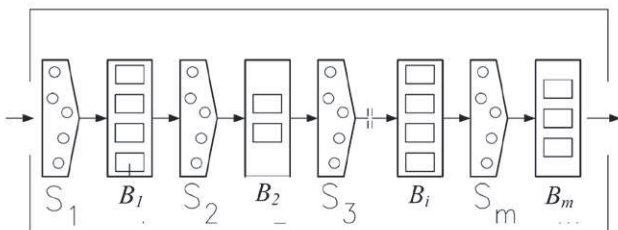
Podstawą tworzenia modeli przyjętych w pracy [2] jest problem przepływu permutacyjny rozpatrywany w teorii szeregowania zadań (*permutation flow-shop*, FP). Jak już wspomniano wcześniej w tych modelach dany rodzaj robót realizuje tylko jedna grupa robocza. Schematycznie system ten przedstawiono na rysunku 1.

Z kolei podstawą tworzenia nowego modelu przedsięwzięcia wieloobektowego, przedstawianego w artykule, będzie rozpatrywany w teorii szeregowania zadań problem przepływu z maszynami równoległymi (*flow-shop with parallel machines*). W tym modelu dany rodzaj robót mogą realizować zespoły grup roboczych o dowolnej licznosci. Pozwala to na znaczące przyspieszenie realizacji robót przedsięwzięcia w porównaniu do modelu przedstawionego na rysunku 1. Schematycznie system ten przedstawiono na rysunku 2.

Licznosc zbioru rozwiązań dla powyżej przedstawionego systemu jest zawsze nie mniejsza niż  $(n!)^m$ . Wy-



**Rys. 1.** System przepływu permutacyjny;  $S$  – sekwencja wejściowa (permutacja)  $n$  zadań (obiektów budowlanych) do systemu grup roboczych  $B_1, \dots, B_m$ . Licznosc zbioru możliwych rozwiązań wynosi  $n!$  ( $n$  – licznosc obiektów budowlanych)



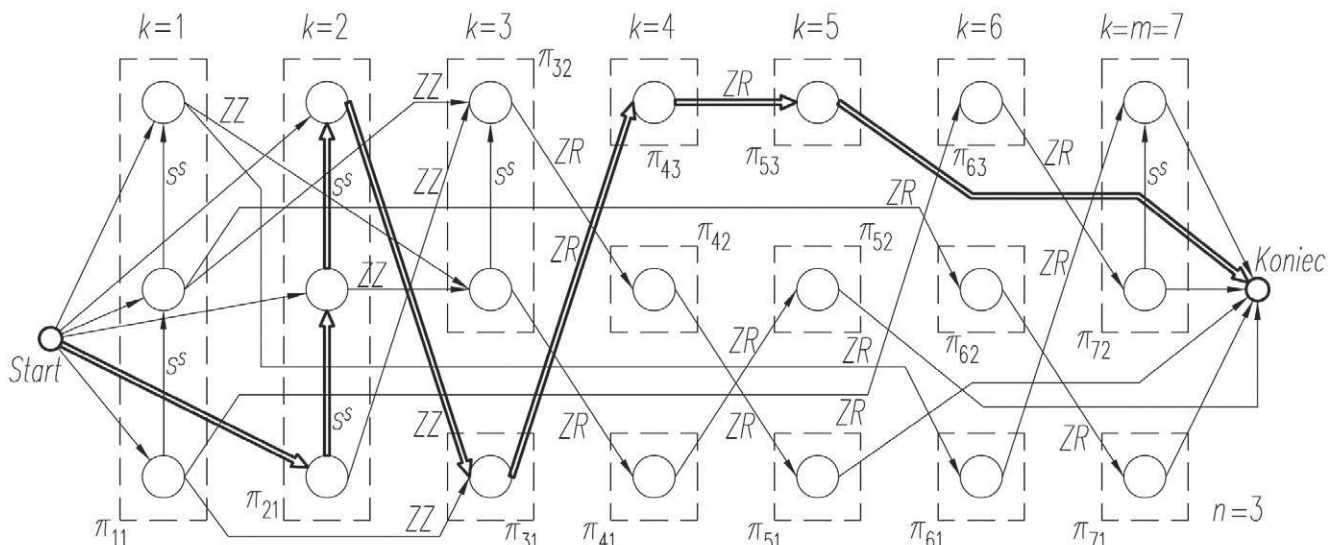
**Rys. 2.** System przepływu z maszynami równoległymi;  $S_1, \dots, S_m$  – sekwencje wejściowe (zestaw permutacji rozłącznych)  $n$  zadań (obiektów budowlanych) do systemu zespołów grup roboczych  $B_1, \dots, B_m$  realizujących robotę od 1 do  $m$

nika to z przyjęcia założenia, że sekwencje wejściowe (kolejności) realizacji obiektów mogą być różne dla poszczególnych rodzajów robót. Ponadto występuje przydzielenie roboty danego rodzaju wykonywanej w określonym obiekcie do realizacji przez wybraną grupę roboczą z danego zespołu grup roboczych. Założona alokacja zasobów do realizacji robót w obiektach znacząco zwiększa liczbę możliwych harmonogramów. W pierwszym z przedstawionych systemów pracy potokowej podstawą tworzenia harmonogramu (zmienną decyzyjną) była permutacja (kolejność, sekwencja) wykonywania obiektów  $\pi = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(k), \dots, \pi(n))$ . W prezentowanym w artykule modelu, zmienną decyzyjną będzie zestaw permutacji podziału rozłącznego, który jest zdefiniowany w ramach teorii szeregowania zadań. Stosowanie tego pojęcia ułatwia i porządkuje zapis zmiennej decyzyjnej. Szczegółowo pojęcie to zostanie zdefiniowane poniżej w modelu przedsięwzięcia wieloobektowego.

Definiuje się następujący model optymalizacyjny przedsięwzięcia wieloobektowego, który jest realizowany w systemie potokowym z przyjęciem założenia, że zastosowana jest dowolna liczba wyspecjalizowanych grup roboczych do wykonywania roboty jednego rodzaju.

Parametry:

- Przedsięwzięcie tworzy zbiór obiektów budowlanych  $Z = \{Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_p, \dots, Z_n\}$ .
- Do wykonywania robót w przedsięwzięciu istnieją zespoły grup roboczych, z których każda wykonuje robotę jednego rodzaju. Tworzą one zbiór  $B = \{B_1, B_2, B_3, \dots, B_k, \dots, B_m\}$ .
- W każdym zespole grup roboczych  $B_k \in B$  znajduje się  $m_k \geq 1$  takich samych grup roboczych (mają takie same wydajności lub składy):  $B_k = \{B_{k1}, B_{k2}, B_{k3}, \dots, B_{km}\}$ .
- Każdy obiekt  $Z_j \in Z$  wymaga realizacji  $m$  robót, które tworzą zbiór  $O_j = \{O_{j1}, O_{j2}, O_{j3}, \dots, O_{jk}, \dots, O_{jm}\}$ .
- Zakłada się, że robota  $O_{jk} \in O_j$  może być realizowana przez grupę roboczą  $B_{ki} \in B_k$ . Czas trwania roboty  $O_{jk}$  wykonywanej przez nią wynosi  $p_{jk} > 0$ . Zbiór czasów trwania  $p_j$  robót ze zbioru  $O_j$  określa wektor  $p_j = [p_{j1}, p_{j2}, p_{j3}, \dots, p_{jk}, \dots, p_{jm}]$ .
- Zależności kolejnościowe między robotami  $O_j$  dla obiektu  $Z_j$  są zadane acyklicznym grafem skierowanym  $K = (M, F)$ , gdzie  $M$  jest zbiorem wierzchołków obciążonych czasami trwania realizacji robót  $p_{jk}$  i reprezentujących roboty  $O_j$  obiektu  $Z_j$  ( $|M| = m$ ), natomiast  $F$  jest zbiorem obciążonych łuków wyrażających ograniczenia technologiczne (przyjęte relacje kolejnościowe z wartościami opóźnień). Obciążenia łuków są podane w postaci relacji pomiędzy robotami RR (rozpoczęcie – rozpoczęcie), ZZ (zakończenie – zakończenie), ZR (zakończenie – rozpoczęcie) z przyjętymi dla nich wartościami opóźnień, które mogą przyjmować wartości dowolne.
- Dodatkowe czasy niezbędne dla przemieszczania grup roboczych między obiektami, zależne od rodza-



**Rys. 3.** Przykładowy graf  $G(\pi)$  dla rozważanego modelu systemu pracy potokowej ( $m = 7, n = 3$ ) z zaznaczoną ścieżką krytyczną

ju grupy roboczej oraz kolejności realizacji obiektów, określa macierz  $S^s_k = s^s_{gh}$  o rozmiarach  $n \times n$ , gdzie  $g \in 1..n, h \in 1..n, k \in 1..m$ .

Ograniczenia:

- Zakłada się, że w dowolnej chwili każda grupa robocza z zespołu  $B_k$  może wykonywać tylko jedną robotę.
- Zakłada się, że robota  $O_{jk} \in O_j$  jest realizowana nieprzerwanie przez jedną grupę roboczą z zespołu  $B_k$  przez czas  $p_{jk} > 0$ .

Zmienną decyzyjną jest kolejność  $\pi$  wykonywania poszczególnych robót w obiektach, którą stanowi zestaw permutacji podziału rozłącznego  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k, \dots, \pi_m)$ . Kolejność wykonywania roboty  $k$  w obiektach przez zespół grup roboczych  $B_k$  określa permutacja podziału rozłącznego  $\pi_k = (\pi_{k1}, \pi_{k2}, \dots, \pi_{ki}, \dots, \pi_{km_k})$ , gdzie  $\pi_{ki} = (\pi_{ki}(1), \pi_{ki}(2), \dots, \pi_{ki}(l), \dots, \pi_{ki}(n_{ki}))$  określa kolejność wykonywania roboty  $k$  w obiektach przydzielonych do grupy roboczej  $B_{ki}$  z zespołu grup roboczych  $B_k \subset B$  o liczności  $m_k$ .

Kryterium (funkcją celu) jest termin  $C_{max}$  realizacji wszystkich robót we wszystkich obiektach. Zadanie optymalizacyjne w modelu polega na znalezieniu harmonogramu wykonywania robót, który minimalizuje wartość funkcji celu, spełniając ograniczenia podane powyżej.

Rozpatrywany model można przedstawić, w formie grafu dysjunktywnego  $G(\pi)$  [7]. Forma tego grafu jest zależna od przyjętego zestawu permutacji podziału rozłącznego  $\pi$  (przykład grafu jest podany na rys. 3). Szczegóły definicji grafu znajdują się w pracy [7].

Terminy zakończenia poszczególnych robót można określić ze wzoru o postaci rekurencyjnej:

$$C_{k,\pi_{ki}(l)} = \max\{C_{k,\pi_{ki}(l-1)} + s^s_{k,\pi_{ki}(l-1)\pi_{ki}(l)}, \max_f\{C_{f,\pi_{ki}(l)} + r_{f,\pi_{ki}(l)}\}\} + p_{k,\pi_{ki}(l)}$$

gdzie:  $j = 1, \dots, n, l = 1, \dots, n_{ki}, i = 1, \dots, m_k, k = 1, \dots, m, \pi_{ki}(0) = 0, C_{k,0} = 0, C_{0,j} = 0, f = 1, \dots, m_{poprz}$ .

Zmienna  $m_{poprz}$  określa liczbę poprzedników roboty  $k$ , zaś zmienna  $f$  określa numer roboty znajdującej się na liście poprzedników roboty  $k$ . Zmienna  $r_{f,\pi_{ki}(l)}$  określa wartość opóźnienia terminu zakończenia roboty  $f$  znajdującej się na liście poprzedników roboty  $k$  i wynikająca z przyjętej postaci relacji (RR, ZZ, ZR) w stosunku do terminu rozpoczęcia roboty  $k$ . Dowolny graf  $G(\pi)$  dla przedmiotowego modelu posiada własność ścieżki krytycznej o długości  $C_{max}$ .

Przedstawiony model optymalizacyjny przedsięwzięcia wieloobektowego z wieloma grupami roboczymi wykonującymi robotę jednego rodzaju, jest NP-trudnym zagadnieniem optymalizacyjnym [9] i ze względu na przyjęte ograniczenia (dowolne wartości opóźnień w przyjętych relacjach RR, ZZ, ZR) nie jest możliwe utworzenie algorytmu podziału i ograniczeń do rozwiązywania zagadnienia optymalizacyjnego. Algorytm taki pozwoliłby rozwiązywać dane zadanie optymalizacji dyskretnej w sposób dokładny, lecz wymagałby czasu obliczeń będącego bardzo szybko rosnącą funkcją wykładniczą wraz ze wzrostem rozmiaru zadania. Przyjęto rozwiązanie tego zagadnienia w analizowanym modelu za pomocą przybliżonego, metaheurystycznego algorytmu poszukiwania z zakazami (*tabu search*) [6].

### 3. Przykład obliczeniowy

Wykonawca na zlecenie inwestora ma zrealizować przedsięwzięcie polegające na wybudowaniu  $n = 12$  stacji paliw, które są odległe od siebie. Powoduje to potrzebę uwzględniania dodatkowych czasów potrzebnych do przemieszczania się grup roboczych pomiędzy poszczególnymi stacjami. W przedsięwzięciu każda ze stacji wymaga wykonania  $m = 15$  robót, pomiędzy którymi zachodzą relacje kolejnościowe przed-

**Tabela 1.** Czasy trwania robót wykonywanych przez grupy robocze, wyrażone w dniach roboczych

Numer i rodzaj roboty $k =$	Obiekty $j =$											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1 (A – zagosp. terenu)	10	13	15	7	19	17	7	8	17	13	4	9
2 (B – roboty ziemne)	12	18	8	22	10	13	22	9	7	16	13	7
3 (C – fundamenty)	31	33	43	45	44	17	26	39	22	40	16	17
4 (D – zbiorniki i frejliny)	5	3	10	7	9	7	6	4	9	10	2	9
5 (E – sieć wod.-kan.)	50	42	39	17	17	39	45	41	18	49	28	39
6 (F – sieć elektr.)	25	31	17	10	30	26	29	11	16	9	18	18
7 (G – roboty murowe)	29	33	36	14	55	57	52	37	56	44	51	13
8 (H – konstr. stalowe)	15	20	22	29	25	28	10	18	25	10	7	20
9 (J – pokrycia dachowe)	18	16	10	14	25	9	10	30	31	16	28	29
10 (K – drogi i plac)	33	27	31	40	25	20	15	32	12	28	20	20
11 (L – instalacje)	24	43	35	19	37	37	39	42	19	43	12	10
12 (M – tynkowanie)	29	16	26	20	29	19	31	24	34	20	26	26
13 (N – posadzki, glazura)	25	39	49	41	41	25	12	25	40	27	33	17
14 (O – malowanie)	14	11	25	18	22	15	5	5	14	23	13	7
15 (P – montaż urządzeń)	24	44	32	46	37	31	38	23	10	43	38	20

**Tabela 2.** Relacje kolejnościowe w rozpatrywanym przykładzie

	Roboty $k =$														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Poprzedniki	start	start	1, 2	3	1, 2	5	3	7	8	8, 6, 4	9	9, 7	11	12	10, 13, 14
Następniki	5, 3	5, 3	4, 7	10	6	10	8, 12	9, 10	11, 12	15	13	14	14, 15, koniec	15	koniec

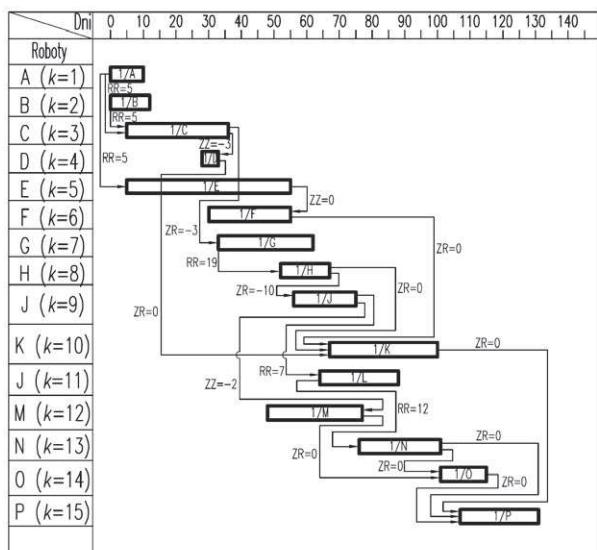
**Tabela 3.** Rodzaje relacji kolejnościowych w przykładzie oraz wartości opóźnień w relacjach dla poszczególnych obiektów wyrażone w dniach roboczych

Poprzednik $k =$	Następnik $k =$	Rodzaj relacji	Wartości opóźnień dla poszczególnych obiektów $j =$											
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3	RR	5	7	8	4	10	9	4	4	9	7	2	5
1	5	RR	5	7	8	4	10	9	4	4	9	7	2	5
2	3	RR	5	7	3	9	4	5	9	4	3	6	5	3
2	5	RR	5	7	3	9	4	5	9	4	3	6	5	3
3	4	ZZ	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
3	7	ZR	-3	-3	-4	-5	-4	-2	-3	-4	-2	-4	-2	-2
4	10	ZR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	6	ZZ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	10	ZR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	8	RR	19	21	23	9	36	37	34	24	36	29	33	8
7	12	RR	15	17	18	7	28	29	26	19	28	22	26	7
8	9	RR	5	7	8	10	9	10	4	6	9	4	2	7
8	10	ZR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	11	RR	7	6	4	6	10	4	4	12	12	6	11	12
9	12	ZZ	-2	-2	-1	-1	-3	-1	-1	-3	-3	-2	-3	-3
10	15	ZR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	13	RR	12	22	18	10	19	19	20	21	10	22	6	5
12	14	ZR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	14	ZR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	15	ZR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	15	RR	6	4	10	7	9	6	2	2	6	9	5	3

stawione w tabeli 2. Wykonawca zakłada, że dysponuje następującymi ilościami grup roboczych dla poszczególnych robót, które mają taką samą wydajność i wielkość:  $k = 1$  (A – zagospodarowanie terenu) – 3 grupy,  $k = 2$  (B – roboty ziemne) – 3 grupy,  $k = 3$

(C – fundamenty) – 4 grupy,  $k = 4$  (D – zbiorniki i frejliny) – 2 grupy,  $k = 5$  (E – sieć wod.-kan.) – 4 grupy,  $k = 6$  (F – sieć elektryczna) – 3 grupy,  $k = 7$  (G – roboty murowe) – 4 grupy,  $k = 8$  (H – konstrukcje stalowe) – 3 grupy,  $k = 9$  (J – pokrycia dachowe) –





**Rys. 4.** Relacje kolejnościowe między robotami dla obiektu  $j = 1$  z dodatkowymi warunkami pomiędzy terminami rozpoczęcia lub zakończenia roboty następującej lub poprzedzającej

4 grupy,  $k = 10$  (K – drogi i plac) – 5 grup,  $k = 11$  (L – instalacje) – 4 grupy,  $k = 12$  (M – tynkowanie) – 3 grupy,  $k = 13$  (N – posadzki, glazura) – 3 grupy,  $k = 14$  (O – malowanie) – 3 grupy,  $k = 15$  (P – montaż urządzeń) – 3 grupy. Na podstawie pracochłonności robót w poszczególnych stacjach oraz składu i wydajności grup roboczych wykonawcy ustalono czasy trwania realizacji robót, które przedstawione są w tabeli 1. Ponadto, dla każdej z relacji kolejnościowej zachodzą dodatkowe warunki pomiędzy terminami rozpoczęcia

lub zakończenia roboty poprzedzającej i następującej (wynikające z technologii robót), co zostało przedstawione w tabeli 3. Warunki te mają charakter niezbędne minimum do spełnienia. Relacje kolejnościowe wraz z opisanymi dodatkowymi warunkami dla obiektu  $j = 1$  są przedstawione na rysunku 4.

W przykładzie przyjęto, że nie występują dodatkowe warunki dotyczące relacji pomiędzy węzłami: początkowym i końcowym a węzłami reprezentującymi roboty. Dane dotyczące czasów wymaganych ze względu na przemieszczanie grup roboczych między stacjami (zależnych od rodzaju grupy roboczej oraz kolejności realizacji obiektów) są zapisane w postaci 15 macierzy  $S^s_k$  ( $k = 1 \dots 15$ ):  $S^s_2 = S^s_3 = S^s_7 = S^s_8 = S^s_{12} = S^s_{gh} = 1$ ,  $S^s_1 = S^s_4 = S^s_5 = S^s_6 = S^s_9 = S^s_{11} = S^s_{13} = S^s_{14} = S^s_{15} = S^s_{gh} = 0$ ,  $S^s_{10} = S^s_{gh} = 2$ . W związku z tak ustaloną strukturą i charakterystyką użytych zasobów (grup roboczych), wykonawca ma możliwość utworzenia optymalnego harmonogramu z uwzględnieniem kryterium czasu trwania całego przedsięwzięcia  $C_{max}$ .

Przyjęto rozwiązanie wyjściowe (referencyjne) z założeniem realizacji według kolejności numeracji obiektów tj. dla następującej zmiennej decyzyjnej  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{15})$ , gdzie:

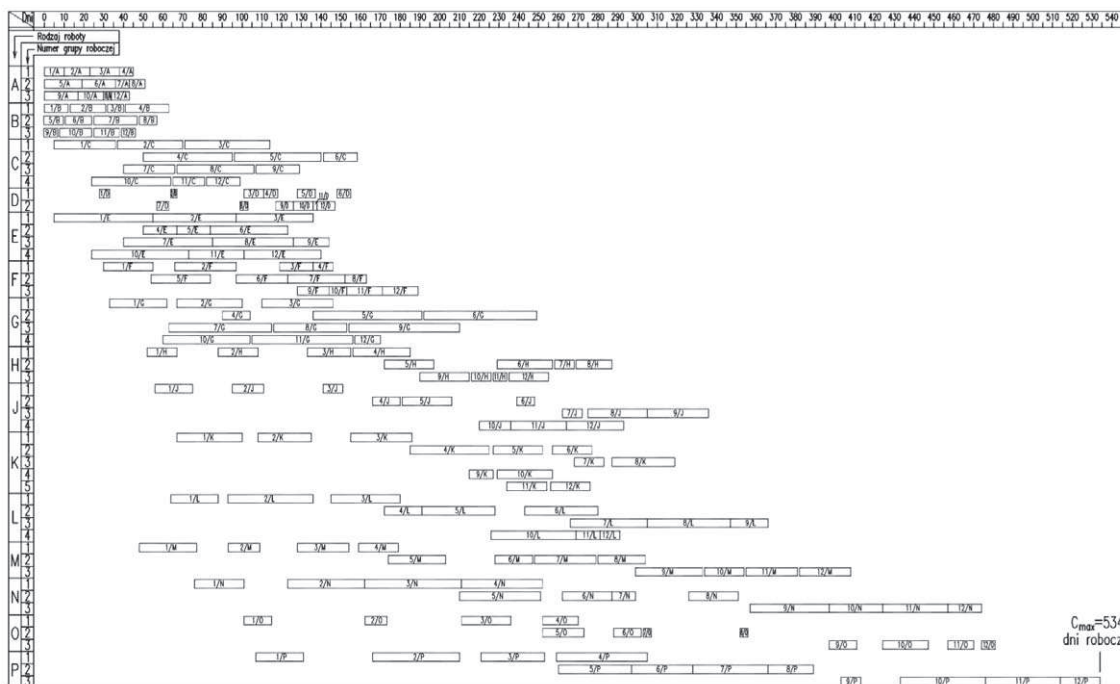
$$\pi_1 = \pi_2 = \pi_6 = \pi_8 = \pi_{12} = \pi_{13} = \pi_{14} = \pi_{15} = ((1,2,3,4), (5,6,7,8), (9,10,11,12)),$$

$$\pi_3 = \pi_5 = \pi_7 = \pi_9 = \pi_{11} = ((1,2,3), (4,5,6), (7,8,9), (10,11,12)),$$

$$\pi_4 = ((1,2,3,4,5,6), (7,8,9,10,11,12)),$$

$$\pi_{10} = ((1,2,3), (4,5,6), (7,8), (9,10), (11,12)).$$

Czas realizacji przedstawionego przedsięwzięcia dla przyjętej zmiennej decyzyjnej  $\pi$  wynosi 534 dni robocze. Harmonogram przedsięwzięcia dla rozwiązania wyjściowego został przedstawiony na rysunku 5.



**Rys. 5.** Harmonogram przedsięwzięcia wieloobektowego dla rozwiązania wyjściowego

#### 4. Rozwiązanie problemu optymalizacyjnego przykładu obliczeniowego za pomocą algorytmu poszukiwania z zakazami

Algorytm poszukiwania z zakazami (*tabu search*, w skrócie TS) jest aktualnie z powodzeniem stosowany do rozwiązywania różnych zagadnień optymalizacyjnych ze względu na bardzo dobrą jakość dostarczanych rozwiązań. Powiela on naturalny proces poszukiwania rozwiązania problemu realizowany przez człowieka. Podstawowa wersja algorytmu TS rozpoczyna działanie od określonego rozwiązania startowego. Następnie, dla tego rozwiązania znajdowane jest otoczenie. Definiuje się je jako zbiór rozwiązań, który można utworzyć po wykonaniu ruchów w danym rozwiązaniu tj. przekształceń transformujących dane rozwiązanie w inne według ustalonych zasad. W otoczeniu poszukiwane jest rozwiązanie z najmniejszą wartością funkcji celu. To rozwiązanie staje się rozwiązaniem bazowym dla następnej iteracji. Wynikiem działania algorytmu jest najlepsze rozwiązanie z całej trajektorii poszukiwań. Obecnie algorytmy TS należą do jednych z najskuteczniejszych narzędzi wykorzystywanych w teorii szeregowania zadań. Jego forma użyta do rozwiązywania zagadnienia optymalizacyjnego w przedstawionym modelu została opracowana na podstawie pracy [6] i szczegółowo opisana w pracy [7]. Implementację programową algorytmu TS dla rozpatrywanego modelu dokonano w środowisku Mathematica. Obliczenia algorytmem TS wykonano trzykrotnie. Uzyskany przybliżony minimalny czas trwania całego przedsięwzięcia przedstawionego w przykładzie

(najlepsza wartość  $C_{max}$ ) wynosi 264 dni robocze, który został osiągnięty w 16250 iteracji pracy algorytmu (rys. 6). Wartość funkcji celu dla wyjściowej zmiennej decyzyjnej wynosił 534 dni robocze. Za pomocą algorytmu TS poprawiono ten wynik o 50,6 %.

Najlepszy czas trwania przedsięwzięcia został otrzymany dla zestawu permutacji podziału rozłącznego  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{15})$ , gdzie:

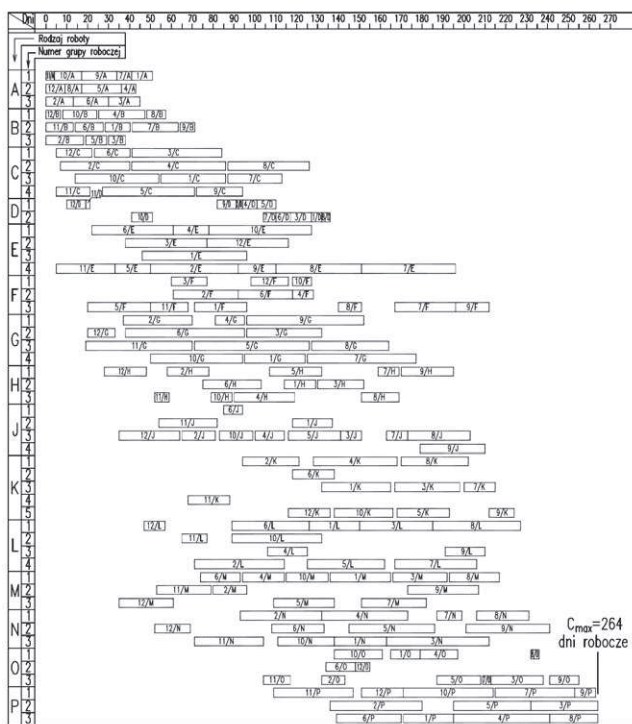
$\pi_1 = ((11, 10, 9, 7, 1), (12, 8, 5, 4), (2, 6, 3))$ ,  $\pi_2 = ((12, 10, 4, 8), (11, 6, 1, 7, 9), (2, 5, 3))$ ,  $\pi_3 = ((12, 6, 3), (2, 4, 8), (10, 1, 7), (11, 5, 9))$ ,  $\pi_4 = ((12, 11, 9, 2, 4, 5), (10, 7, 6, 3, 1, 8))$ ,  $\pi_5 = ((6, 4, 10), (3, 12), (1), (11, 5, 2, 9, 8, 7))$ ,  $\pi_6 = ((3, 12, 10), (2, 6, 4), (5, 11, 1, 8, 7, 9))$ ,  $\pi_7 = ((2, 4, 9), (12, 6, 3), (11, 5, 8), (10, 1, 7))$ ,  $\pi_8 = ((12, 2, 5, 7, 9), (6, 1, 3), (11, 10, 4, 8))$ ,  $\pi_9 = ((6), (11, 1), (12, 2, 10, 4, 5, 3, 7, 8), (9))$ ,  $\pi_{10} = ((2, 4, 8), (6), (1, 3, 7), (11), (12, 10, 5, 9))$ ,  $\pi_{11} = ((12, 6, 1, 3, 8), (11, 10), (4, 9), (2, 5, 7))$ ,  $\pi_{12} = ((6, 4, 10, 1, 3, 8), (11, 2, 9), (12, 5, 7))$ ,  $\pi_{13} = ((2, 4, 7, 8), (12, 6, 5, 9), (11, 10, 1, 3))$ ,  $\pi_{14} = ((10, 1, 4, 8), (6, 12), (11, 2, 5, 7, 3, 9))$ ,  $\pi_{15} = ((11, 12, 10, 7, 9), (2, 5, 3), (6, 1, 4, 8))$ .

#### 5. Podsumowanie

Przedsięwzięcia wieloobektowe są szczególnym przypadkiem przedsięwzięć budowlanych, w których mogą wystąpić zagadnienia optymalizacyjne. Zagadnienia te dla modeli ogólnych są najczęściej NP-trudne, czyli niemożliwe do rozwiązania za pomocą algorytmów dostarczających rozwiązania dokładne. Teoria szeregowania zadań jest dziedziną w której są stosowane narzędzia tj. algorytmy metaheurystyczne do rozwiązywania tego rodzaju zagadnień mogących również wystąpić w harmonogramowaniu przedsięwzięć budowlanych [7]. W przedstawionym w artykule przykładzie obliczeniowym zastosowany algorytm TS umożliwił skrócenie czasu realizacji przedsięwzięcia o ponad 50%. Stanowi to istotne potwierdzenie skuteczności działania algorytmu i samej potrzeby poszukiwań rozwiązań optymalnych w planowaniu przedsięwzięć budowlanych.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Harris R. B., Ioannou P. G., Scheduling projects with repeating activities. *Journal of Construction Engineering and Management*, 1998, 124(4), 269–278
- [2] Hejducki Z., Rogalska M., Time couplings methods. Oficyna Wydawnicza PWR., Wrocław, 2011
- [3] Jaworski K. M., Metodologia projektowania realizacji budowy, Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 1999
- [4] Lumdsen P., The line of balance method. Pergamon Press, London, 1968
- [5] Marcinkowski R., Metody rozdziału zasobów realizatora w działalności inżynierjno-budowlanej. Warszawa, WAT, 2002
- [6] Nowicki E., Smutnicki C., The flow shop with parallel machines: A taboo search approach. *European Journal of Operational Research*, 1998, 106, 226–253
- [7] Podolski M., Analiza nowych zastosowań teorii szeregowania zadań w organizacji robót budowlanych. Praca doktorska, Raporty Inst. Bud. PWroc. 2008, Ser. PRE nr 5/08
- [8] Rong-yau Huang, Kuo-Shun Sun, A GA optimization model for workgroup-based repetitive scheduling (WoRSM). *Advances in Engineering Software*, 2009, 40, 212–228
- [9] Smutnicki C., Algorytmy szeregowania. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2002



Rys. 6. Harmonogram przedsięwzięcia wieloobektowego dla znalezionej rozwiązania suboptymalnego