

MIEĆ MIEDŹ, CZYLI JAK SZACOWANO ZASOBY ZŁOŻA MIEDZI WCZORAJ I DZISIAJ – NA PRZYKŁADZIE ZŁOŻA Cu-Ag SIEROSZOWICE

RESOURCES ESTIMATION YESTERDAY AND TODAY'S – ON THE EXAMPLE OF Cu-Ag SIEROSZOWICE DEPOSIT

Adam Jędrzejek, Patrycja Otrębska, Monika Wasilewska-Błaszczuk, Jerzy Wójtowicz – WGGiOŚ, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

W artykule przedstawiono wyniki szacowania zasobów Cu na etapie wstępnego rozpoznania złoża za pomocą otworów wiertniczych z wykorzystaniem metod wieloboków Bołdyriewa i krigingu zwyczajnego. Porównano je z oszacowaniami zasobów metodą krigingu zwyczajnego dokonanymi po rozcięciu złoża wyrobiskami górniczymi i ich opróbowaniu, traktując je jako bliskie nieznanym rzeczywistym zasobom. Wyniki wskazują na około 2-krotnie mniejsze błędy oszacowania zasobów w przypadku zastosowanej metody geostatystycznej. Zasoby Cu obliczone metodą wieloboków Bołdyriewa obciążone są około 24% przeszacowaniem. Przeszacowanie w przypadku metody krigingu zwyczajnego jest o blisko połowę mniejsze. Z tych względów metoda krigingu powinna być rekomendowana w przypadku szacowania złóż rudnych cechujących się nieciągłością występowania i dużą zmiennością parametrów złożowych.

Słowa kluczowe: metoda wieloboków Bołdyriewa, kriging zwyczajny, złożo Cu-Ag, szacowanie zasobów

The paper presents the results of Cu resources estimation, at the stage of preliminary exploration of the deposit through boreholes, using Boldyriev's polygons and ordinary kriging methods. Results of this estimation were compared with ordinary kriging estimation made after deposit cutting with mining excavations and their sampling, treating the latter as close to the real unknown resources. The results indicate an approximately 2-times lower resource estimation errors for ordinary kriging. Cu resources calculated using Boldyriev's polygons are biased with approximately 24% overestimation, and overestimation in the case of ordinary kriging method is nearly half this value. For these reasons, the kriging method should be recommended for the estimation of ore deposits which are characterized by a discontinuity and high variability of resource parameters.

Keywords: Boldyriev polygons, ordinary kriging, Cu-Ag deposit, resources estimation

Wstęp

Na wstępnym etapie rozpoznania złoża rzadką siecią otworów wiertniczych powszechnie stosowaną metodą szacowania zasobów jest metoda wieloboków Bołdyriewa (określana w literaturze zachodniej jako Voronoi polygons, Thiessen polygons). Częste stosowanie tej metody w opracowaniach dokumentacyjnych wynika z prostoty obliczeń, a jednocześnie pozornie dużej dokładności tej metody. Metoda ma jednak szereg wad, m. in. między zasobami rzeczywistymi a zasobami dla danego wieloboku mogą zachodzić zasadnicze różnice. Szczególnie wyraźnie występuje to w złożach rud o dużej zmienności (Nieć red. 2012). Przy rzadkiej sieci otworów wiertniczych metoda ta spowodowała przeszacowanie zasobów wielu złóż (Błażda 2010).

Metoda wieloboków Bołdyriewa była i jest nadal wykorzystywana do szacowania zasobów złoża Cu-Ag LGOM, w części złoża rozpoznanej w kategorii C_1 . W obszarach rozpoznanych w kategorii A + B szacowanie zasobów odbywa się w blokach obliczeniowych wynikających z rozpoznania złoża wyrobiska-

mi górniczymi (Rożek, Kaczmarek 2006).

Głównym celem prezentowanych badań była ocena dokładności oszacowania zasobów Cu we fragmencie złoża Cu-Ag LGOM na etapie wstępnego rozpoznania złoża za pomocą otworów wiertniczych. Podstawę weryfikacji oszacowanych zasobów stanowiły informacje z opróbowania złoża w wyrobiskach górniczych za pomocą prób punktowych w układzie liniowym. Obszar badań stanowił fragment złoża Sieroszowice, w znacznej mierze objęty eksploatacją.

Podstawy teoretyczne wykorzystanych metod szacowania zasobów

Do szacowania zasobów Cu wykorzystano klasyczną metodę szacowania zasobów – metodę wieloboków Bołdyriewa oraz geostatystyczną metodę krigingu zwyczajnego.

Podstawą metody wieloboków Bołdyriewa jest wielobok skonstruowany wokół otworu wiertniczego. Zasoby w wieloboku oblicza się jako iloczyn zasobności jednostkowej określonej dla otworu i pola powierzchni wieloboku. Boki wieloboków

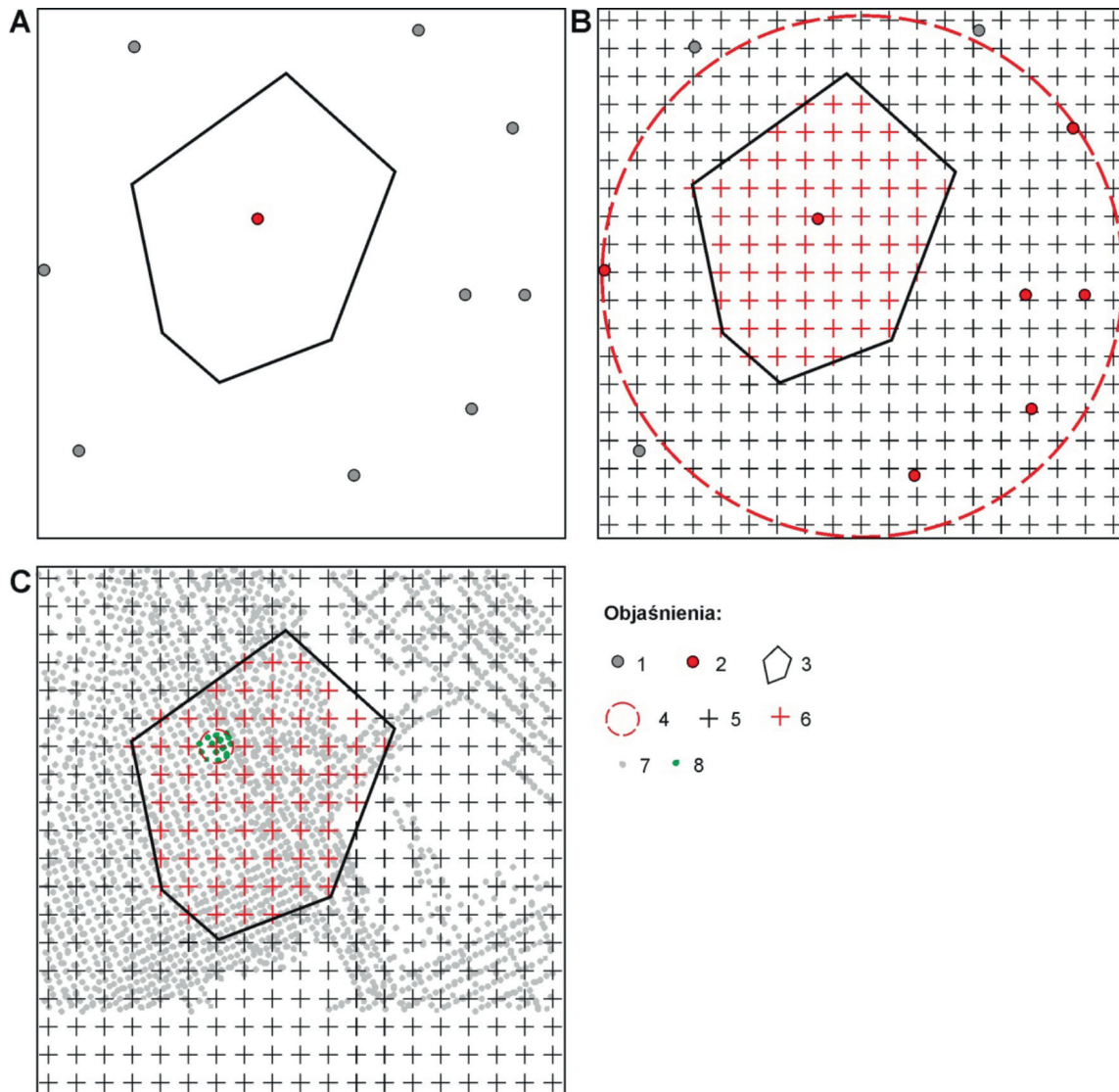
wyznaczają symetralne odcinków łączących otwór bazowy z sąsiednimi otworami wiertniczymi (Nieć red. 2012).

Podstawą geostatystycznej metody kriginu zwyczajnego jest informacja o strukturze zmienności parametru złożowego wyrażona za pomocą semiwariogramu empirycznego. Model semiwariogramu wykorzystywany jest w układzie równań kriginu do wyliczenia wag kriginu uwzględnianych przy szacowaniu wartości parametru złożowego przy wykorzystaniu algorytmu średniej ważonej. Wagi kriginu uwzględniają informację o konfiguracji punktów opróbowań względem punktu szacowania (węzła interpolacji) oraz względem siebie.

Porównanie oszacowań zasobów

Dla danych rozpoznania wiertniczego zasoby miedzi obliczono metodami wieloboków Bołdyriewa oraz metodą kriginu zwyczajnego. Oszacowania zasobów metodą kriginu punktowego (w węzłach siatki interpolacyjnej) dla porównania wyników z metodą wieloboków Bołdyriewa uśredniono w granicach wieloboku (rys. 1B, C).

Jako miarę dokładności szacowania zasobów Cu na etapie wstępnego rozpoznania przyjęto różnice względne zasobów oszacowanych metodą wieloboków Bołdyriewa (wariant I) i



Rys. 1. Schemat objaśniający metodykę szacowania zasobów Cu, na etapie wstępnego rozpoznania złoża, metodą wieloboków Bołdyriewa (A) i metodą kriginu zwyczajnego (B) oraz po dokonaniu rozpoznania górniczego metodą kriginu zwyczajnego (C)
Objaśnienia: 1 – otwór wiertniczy, 2 – otwór wiertniczy uwzględniony w szacowaniu zasobów, 3 – wielobok Bołdyriewa, 4 – koło zliczania danych w metodzie kriginu zwyczajnego, 5 – węzeł siatki interpolacyjnej z oszacowaną zasobnością Cu metodą kriginu, 6 – węzeł siatki interpolacyjnej z oszacowaną zasobnością Cu metodą kriginu uwzględniony w szacowaniu zasobów w granicach wieloboku Bołdyriewa, 7 – stanowisko opróbowania złoża w wyrobiskach górniczych, 8 – stanowisko opróbowania złoża w wyrobiskach górniczych uwzględnione w szacowaniu zasobów w węzle siatki interpolacyjnej (uwzględniano 8 prób z otoczenia)

Fig. 1. Diagram explaining the methodology of Cu resources estimation, at the preliminary stage of deposit recognition, using Boldyriev's polygons (A) and ordinary kriging (B) and after the mining recognition using ordinary kriging (C)
Explanation: 1 – borehole, 2 – borehole included in the resources estimation, 3 – Boldyriev's polygon, 4 – Boldyriev's polygon covered by the deposit exploitation in nearly 50% of its surface, 4 – search area for ordinary kriging, 5 – grid node with estimation value of Cu accumulation index, 5 – grid node with estimation value of Cu accumulation index included in the resources estimation within the Boldyriev polygon, 7 – mine workings, 8 – mine workings included in the resources estimation within the Boldyriev polygon in grid node (included 8 nearest samples)
Explanation: 1 – borehole, 2 – borehole included in the resources estimation, 3 – Boldyriev's polygon, 4 – search circle, 5 - grid node with the estimated Cu accumulation index by ordinary kriging, 5 - grid node with the estimated Cu accumulation index by ordinary kriging included in the estimation of resources within the Boldyriev's polygon, 7 - sample of deposit in the mine workings, 8 - sample of deposit in the mine workings included in the resources estimation in the grid node (taken into account 8 samples from the environment)

krigingu zwyczajnego (wariant II) dla danych z otworów wiertniczych oraz stwierdzonych (bliskich rzeczywistym) zasobów Cu w poszczególnych wielobokach Bołdyriewa oszacowanych na podstawie danych z rozpoznania górniczego.

Dla obu wariantów badania jako miarę dokładności szacowania wyznaczono średni absolutny błąd względny:

$$\bar{\varepsilon}_{AR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|z_i^* - z_i|}{z_i} \cdot 100\%$$

gdzie: N – liczba danych,

z_i^* – oszacowana wartość parametru w wieloboku Bołdyriewa „i”,

z_i – rzeczywista wartość parametru w wieloboku Bołdyriewa „i”.

O wysokiej jakości oszacowania zasobów świadczą możliwie niskie wartości średnie błędów absolutnych $\bar{\varepsilon}_{AR}$.

Material podstawowy badań

Bazę danych dla przeprowadzonych badań stanowiły informacje ze wstępnego rozpoznania złoża za pomocą otworów wiertniczych oraz informacje pochodzące z eksploatacyjnego rozpoznania złoża w wyrobiskach górnichich za pomocą prób

punktowych w układzie liniowym. W obszarze badań zlokalizowanych jest 95 otworów wiertniczych oraz blisko 80 tys. stanowisk opróbowania złoża w wyrobiskach górnichich (rys. 2). Otwory wiertnicze oddalone są od siebie o około 1-1,5 km, natomiast stanowiska opróbowania złoża w wyrobiskach górnichich tworzą w przybliżeniu sieć 40x40 m. Obszar Górniczy Sierszowice podzielono na mniejsze obszary odpowiadające wielobokom Bołdyriewa wokół otworów wiertniczych. Do badań wyselekcjonowano wieloboki Bołdyriewa, których co najmniej połowa powierzchni została wyeksploatowana, zatem złożo zostało tam szczegółowo rozpoznane. Badaniami objęto 42 wieloboki Bołdyriewa zajmujące około dwie trzecie powierzchni obszaru górnichich Sierszowice (rys. 2).

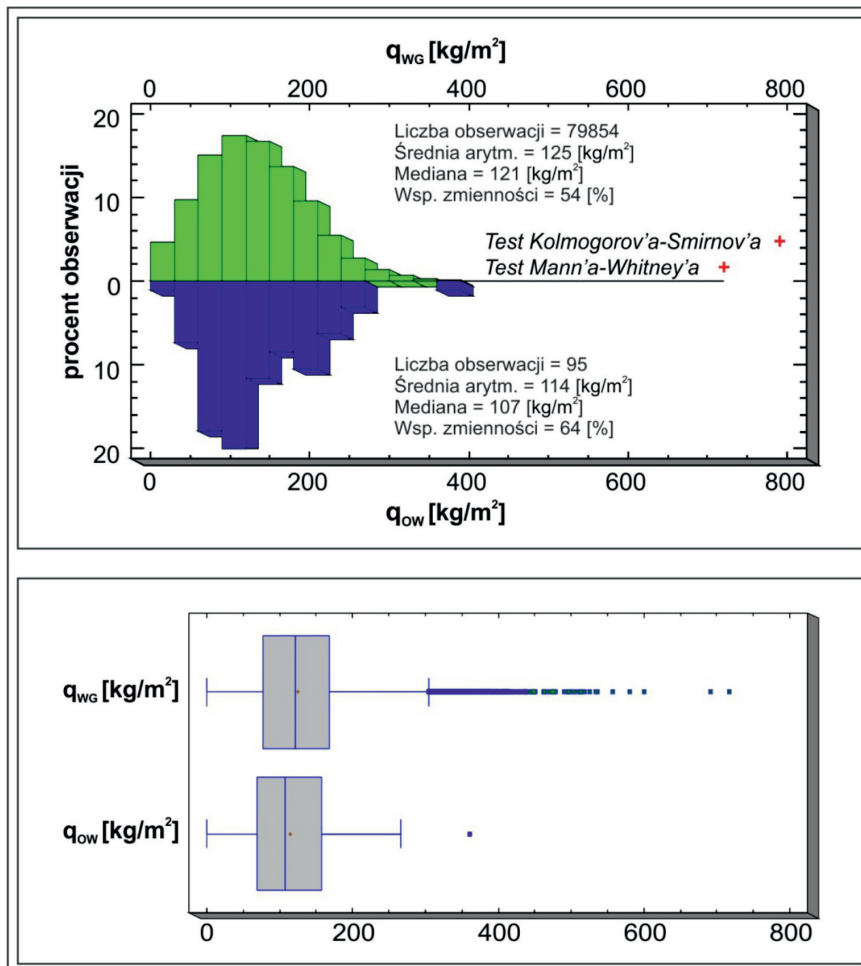
Pomimo drastycznie zróżnicowanych liczebnościowo zbiorów danych z otworów wiertniczych i wyrobisk górnichich, średnie arytmetyczne i mediany zasobności jednostkowych są zbliżone. Wizualne podobieństwo histogramów dla obu zbiorów danych potwierdzają statystyczne testy zgodności ich median (test Mann’a-Whitney’a) i rozkładów (test Kołmogorow’a-Smirnov’a) (rys. 3). Zmienność zasobności jednostkowej w obu zbiorach danych można określić jako dużą, jednak stwierdzony poziom zmienności złoża na obu etapach rozpoznania jest zbliżony.

Semiwariogramy i dopasowane do nich modele teoretyczne zasobności jednostkowej dla wstępnego i eksploatacyjnego eta-



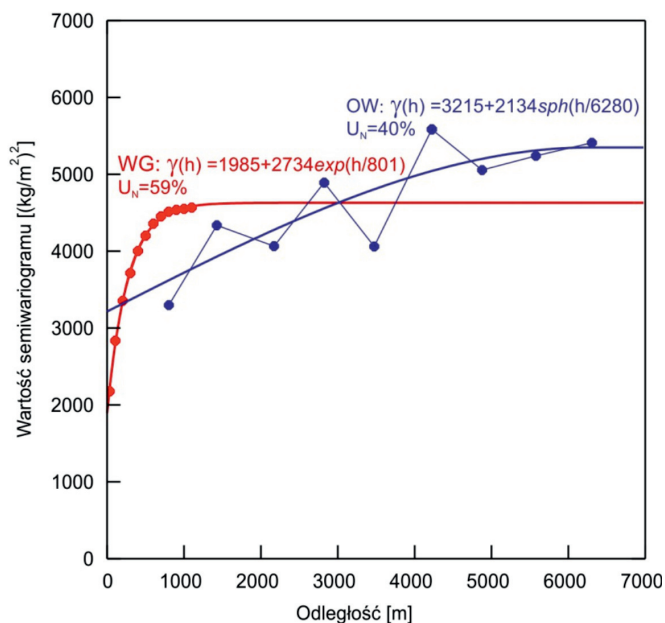
Rys. 2. Lokalizacja punktów opróbowania złoża Sierszowice na tle wieloboków Bołdyriewa
Objaśnienia: 1 – otwór wiertniczy, 2 – stanowisko opróbowania złoża w wyrobiskach górnichich, 3 – wielobok Bołdyriewa, 4 – wielobok Bołdyriewa objęty eksploatacją złoża w blisko 50% jego powierzchni

Fig. 2. Localization of samples in Polkowice deposit on the background of Boldyriev's polygons
Explanation: 1 – borehole, 2 – mine workings, 3 – Boldyriev's polygon, 4 – Boldyriev's polygon covered by the deposit exploitation in nearly 50% of its surface



Rys. 3. Histogramy i wykresy ramka-wąsy zasobności jednostkowej Cu dla danych z wyrobisk górniczych (WG) i otworów wiertniczych (OW)
 Objaśnienia: „+” – brak podstaw do odrzucenia hipotezy o identyczności rozkładów (Test Kolmogorowa – Smirnowa) lub median (Test Mann’a - Whitney’a) dla poziomu prawdopodobieństwa $P=0,95$, „-” – odrzucenie hipotezy o identyczności rozkładów lub median z ryzykiem błędu nie większym niż 5%

Fig. 3. Histograms and box-and-whiskers plots of Cu accumulation index for mining workings data (WG) and boreholes data (OW)
 Explanation: „+” – there is no statistically significant difference between the two distributions (Kolmogorov-Smirnov test) or the medians (Mann-Whitney test) at the 95.0% confidence, „-” – there is a statistically significant difference between the two distributions or medians



Rys. 4. Semiariogramy i modele teoretyczne zasobności jednostkowej Cu dla danych z wyrobisk górniczych (WG) i otworów wiertniczych (OW)

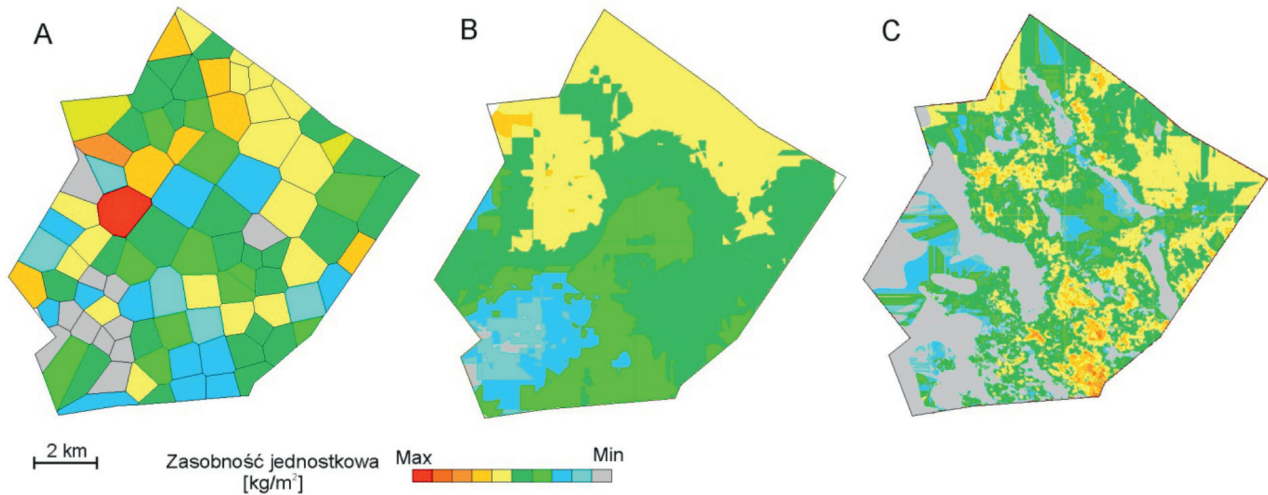
Fig. 4. Semivariograms and theoretical models of Cu accumulation index for mining workings data (WG) and boreholes data (OW)

pu rozpoznania złoża znacznie się różnią (rys. 4). Duży zasięg autokorelacji zasobności jednostkowej określony na podstawie otworów wiertniczych (około 6 km) nie został potwierdzony na semiariogramie dla danych z wyrobisk górniczych (około 0,8 km). Struktura zmienności zasobności jednostkowej Cu określona dla rozpoznania wiertniczego cechuje się umiarkowanym udziałem składnika nielosowego ($U_N=40\%$), który dla rozpoznania górniczego wzrósł do blisko 60%. Wzrost udziału składnika nielosowego oraz mniejsza wariancja zmienności lokalnej (przecięcie modelu teoretycznego z osią Y) to cechy struktury zmienności badanego parametru, które decydują o wzroście dokładności szacowania metodą kriginu.

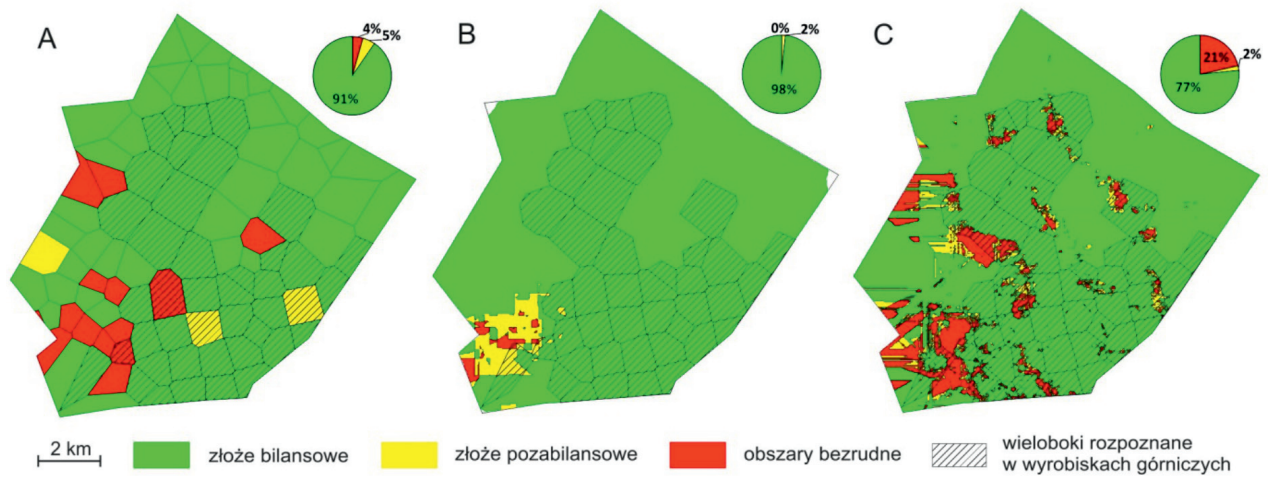
Dokładność szacowania zasobów Cu

Przestrzenne rozkłady zasobności jednostkowej Cu dla danych wstępnego, wiertniczego etapu rozpoznania złoża wykonane metodami wieloboków i kriginu zwyczajnego (rys. 5A, 5B) oraz dla danych eksploatacyjnych wykonane metodą kriginu zwyczajnego (rys. 5C) znacznie się różnią.

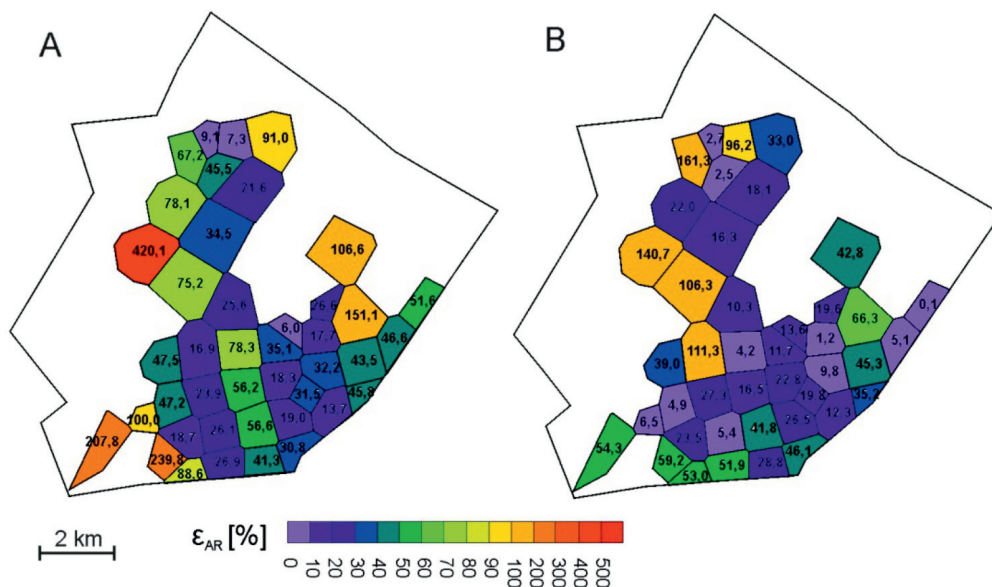
W oparciu o oszacowaną wcześniej zasobność Cu, stosując kryteria bilansowości dla złóż Cu, wyznaczono w obszarze złoża obszary bezzłożowe oraz granice złoża bilansowego i pozabilansowego (rys. 6). Udziały procentowe tych powierzchni w granicach wieloboków Bołdyriewa, gdzie złożo rozpoznane jest



Rys. 5. Mapy zasobności jednostkowej Cu dla danych ze wstępnego rozpoznania złoża w wielobokach Boldyriewa (A) i wykonane metodą kriginu zwyczajnego dla danych rozpoznania wiertniczego (B) oraz dla wyników opróbowania wyrobisk górniczych złoża (C)
 Fig. 5. Maps of Cu accumulation index for preliminary recognition data in Boldyriev polygons (A), using ordinary kriging for boreholes data (B) and the results of deposit sampling in mining workings (C)



Rys. 6. Mapy rozmieszczenia obszarów złożowych (bilansowych i pozabilansowych) oraz bezzłożowych dla danych wstępnego rozpoznania wykonana metodą wieloboków Boldyriewa (A) i metodą kriginu zwyczajnego (B) oraz dla danych rozpoznania górniczego wykonana metodą kriginu zwyczajnego (C)
 Fig. 6. Maps of distribution of deposit areas (economic and subeconomic) and non-ore areas for preliminary recognition data using Boldyriev polygons (A), ordinary kriging for boreholes data (B) and ordinary kriging estimations for the results of deposit sampling in mining workings (C)

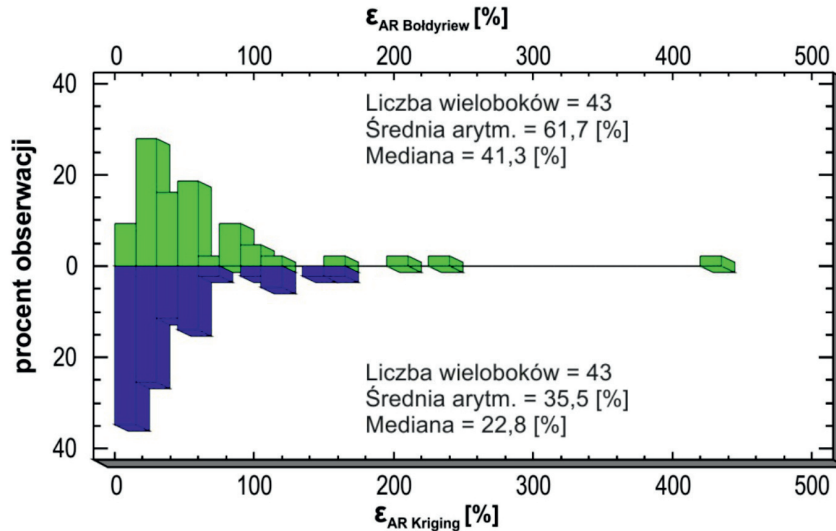


Rys. 7. Mapy różnic względnych absolutnych oszacowania zasobów (ϵ_{AR}) w granicach wieloboków na etapie wiertniczego rozpoznania złoża dla metod wieloboków Boldyriewa (A) i kriginu zwyczajnego (B); podstawę weryfikacji stanowiły oszacowania metodą kriginu dla danych z rozpoznania górniczego
 Fig. 7. Maps of relative absolute differences of resource estimation (ϵ_{AR}) at the stage of boreholes recognition within the Boldyriev polygons (A) and ordinary kriging (B); the basis of verification were kriging estimation for mining workings

górnictwo przedstawione na wykresach kołowych są znacząco różne (rys. 6). Wielkość powierzchni występowania stref bezżyłowych stwierdzona w wyrobiskach górniczych (rys. 6C) ale również ich przestrzenne rozmieszczenie są znacząco różne od uzyskanych wyłącznie na podstawie rozpoznania wiertniczego (rys. 5A, 5B). Na tej podstawie można stwierdzić, że zastosowane metody szacowania zasobów na etapie rozpoznania wiertniczego nie wskazują prawidłowo granic złoża.

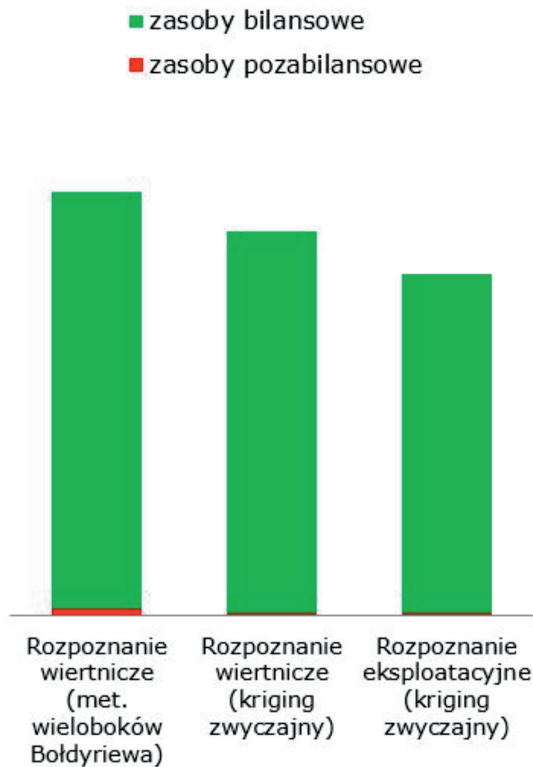
Zakresy różnic względnych absolutnych oszacowania za-

sobów (ϵ_{AR}) w granicach wieloboków na etapie wiertniczego rozpoznania złoża są o ponad połowę mniejsze dla metody kriginu zwyczajnego (rys. 7, 8). Średnie różnice oszacowań zasobów (odniesione do zasobów określonych dla rozpoznania górnictwa) w wielobokach wynoszą 62% dla metody wieloboków Bołdyriewa i 36% dla metody kriginu zwyczajnego. Z uwagi na silnie asymetryczny rozkład różnic i występowanie na histogramie (rys. 8) wielkości anomalnych lepszą miarą tendencji centralnej jest mediana. Mediany różnic względnych



Rys. 8. Histogramy względnych różnic oszacowania zasobów Cu (ϵ_{AR}) dla rozpoznania wstępnego (wiertniczego) i eksploatacyjnego (w wyrobiskach górniczych) metodami wieloboków Bołdyriewa i kriginu zwyczajnego

Fig. 8. Histograms of the relative differences of Cu resource estimation (ϵ_{AR}) for preliminary recognition (with boreholes) and deposit exploitation (in mining workings) using Bouldyriev polygons and ordinary kriging methods



Rys. 9. Poglądowe zestawienie zasobów bilansowych i pozabilansowych Cu dla rozpoznania wstępnego (wiertniczego) i eksploatacyjnego (w wyrobiskach górniczych) oszacowanych metodami wieloboków Bołdyriewa i kriginu zwyczajnego

Fig. 9. Comparison of economic and subeconomic Cu resources for preliminary recognition (with boreholes) and exploration in mining workings, estimated using Bouldyriev's polygons and ordinary kriging

oszacowania zasobów przyjmują wartości odpowiednio 41% dla metody wieloboków i 23% dla metody kriginu zwyczajnego. Blisko 2-krotne obniżenie wielkości względnych różnic oszacowania zasobów wskazuje na istotną przewagę metody kriginu wykorzystanej do szacowania zasobów na etapie wstępnego rozpoznania złoża. Rozpatrując wielkości względnych różnic oszacowania zasobów w pojedynczych wielobokach, w przypadku metody kriginu aż w około 35% wieloboków różnice są mniejsze od 20%, natomiast w metodzie wieloboków w niespełna 10% wieloboków (rys. 8).

Na rysunku 9 przedstawiono graficznie wielkości zasobów bilansowych i pozabilansowych oszacowanych na etapach wstępnego i eksploatacyjnego rozpoznania złoża. Na etapie rozpoznania wiertniczego globalne przeszacowanie całkowitych zasobów obliczonych metodą kriginu zwyczajnego wynosiło 13% natomiast metodą wieloboków Bołdyriewa blisko 24%.

Podsumowanie i wnioski

Założono, że zasoby oszacowane metodą kriginu na podstawie opróbowania eksploatacyjnego są zbliżone nieznanym rzeczywistym zasobom Cu. Średnia różnica absolutna pomiędzy nimi, a oszacowanymi zasobami na etapie wstępnego wiertniczego rozpoznania złoża, metodą kriginu zwyczajnego wynosi 36%, natomiast metodą wieloboków Bołdyriewa jest blisko dwukrotnie większa (65%). Odnosząc się do wielkości dopuszczalnego błędu oszacowania zasobów dla kategorii rozpoznania C_1 (30%) i C_2 (40%) błędy oszacowania metodą wieloboków przewyższają zauważalnie obie te wartości.

Obie wykorzystane metody szacowania zasobów (wielobo-

ków Bołdyriewa i krigingu zwyczajnego) na etapie rozpoznania złoża otworami wiertniczymi (odległość między otworami około 1 km) błędnie wydzielają obszary złożowe (bilansowe i pozabilansowe) oraz strefy bezzłożowe. Odpowiedzialna jest za to duża zmienność i nieciągłość złoża nie ujawniająca się na tym etapie rozpoznania.

W porównaniu do zasobów oszacowanych na etapie eksploatacji złoża, globalne przeszacowanie zasobów metodą krigingu wynosi około 13% natomiast metodą wieloboków sięga aż 24%.

Metoda krigingu zwyczajnego pozwala na dokładniejsze oszacowanie zasobów w porównaniu z metodą wieloboków Bołdyriewa, zatem może być rekomendowana jako właściwsza do szacowania zasobów złóż charakteryzujących się dużą zmiennością.

Zasadne wydaje się zbadanie dokładności szacowania zasobów na etapie wstępnego rozpoznania złoża metodami symulacji geostatystycznej oraz sprawdzenie możliwości prognozy wielkości błędów tych oszacowań metodami symulacji i krigingu.

„Praca zrealizowana została w ramach badań statutowych Katedry Geologii Złożowej i Górniczej (nr 11.11.140.320) w 2016 roku”

Literatura

- [1] Blajda R., 2010: Ocena możliwości wykorzystania niezagospodarowanych złóż rud cynku i ołowiu regionu górnośląskiego. Zeszyty Naukowe Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, nr 79, s. 111-120
- [2] Rożek R., Kaczmarek W., 2006: Wpływ zjawiska konwergencji i wyciskania złoża do wyrobisk górniczych na ewidencję zasobów rudy miedzi w kopalni „Rudna”. *Górnictwo Odkrywkowe*, R. 48, nr 1-2, s. 108-112
- [3] Nieć M. (red.), 2012: *Metodyka dokumentowania złóż kopalni stałych. Część VI: Szacowanie zasobów*. IGSMiE PAN – Wydawnictwo, Kraków



Chęciny Góra Rzepka - ECEG UW

fot. A. Borowicz