

# Symulacja deformacji górotworu spowodowanych eksploatacją górnictwem w sąsiedztwie szczelin uskokowych z wykorzystaniem teorii automatów komórkowych

Simulation of rock mass deformation caused by mining exploitation in the vicinity of fault gaps using the theory of cellular automata



Dr hab. inż. Ryszard Mielimka \*)



Dr inż. Paweł Sikora \*)

**Treść:** W pracy przedstawiono rozwinięcie koncepcji budowy płaskiego modelu górotworu zbudowanego w oparciu o teorię automatów komórkowych. Pokazano została możliwość odwzorowania dyslokacji tektonicznych. Odwzorowanie szczeliny uskokowej odbywa się na zasadzie podobieństwa geometrycznego. Jej oddziaływanie na rozkład deformacji w modelu zależy od szeregu czynników. M.in. od głębokości eksploatacji, nachylenia szczeliny uskokowej oraz grubości nadkładu. Wpływ wymienionych czynników został przedstawiony na przykładach abstrakcyjnej eksploatacji górnictwem.

**Abstract:** This paper presents the evolution of the concept of development of the 2-dimensional rock mass model based on the theory of cellular automata. The possibility of mapping tectonic dislocations has been shown. The projection of the fault gap is based on geometric similarity. Its influence on the deformation distribution in the model depends on a number of factors, among others, the depth of exploitation, the slope of the fault gap and the thickness of the overburden. The influence of these factors has been presented based on examples of abstract mining exploitation.

## Słowa kluczowe:

obniżenia górotworu, szczelina uskokowa, automat komórkowy

## Keywords:

rock mass subsidences, fault gap, cellular automaton

## 1. Wprowadzenie

Wyniki obserwacji geodezyjnych potwierdzają, że obecność dyslokacji tektonicznych w rejonie podziemnej eksploatacji górnictwem może w istotny sposób wpływać na charakter ujawniających się na powierzchni deformacji (Białek 2013, Białek, Sikora 2012, Chwastek i in. 1990, Kowalski i in. 1985, Praca zbiorowa 1980, Ściagała 2013, Wesołowski 2013). Na ich rozkład ma jednak wpływ wiele różnych czynników. Mechanizm oddziaływania samej szczeliny uskokowej nie został jeszcze rozpoznany w stopniu wyczerpującym (Praca zbiorowa 1980, Ściagała 2013, Wesołowski 2013). Mimo tego istnieją metody matematyczne pozwalające symulować w ujęciu teoretycznym wpływ szczelin uskokowych na rozkład deformacji. Można tu wymienić m.in. osiągnięcia R. Ściagały (2013) oraz M. Wesołowskiego (2013). Są to metody, które pozwalają ocenić możliwość wystąpienia dodatkowych

zaburzeń w rozkładzie deformacji dla określonych założeń górnictwo-geologicznych. Charakteryzują się niestety pewnym stopniem złożoności. W przypadku pierwszego rozwiązania konieczne jest wprowadzenie do modelu obliczeniowego dodatkowych parametrów. W drugim przypadku Autor wykorzystuje do obliczeń numerycznych metodę różnic skończonych FDM (ang. *Finite Difference Method*). Metoda jest obiecująca, szczególnie w ocenie deformacji nieujmowanych metodą geometryczno-całkową S. Knothe (Chwastek i in. 1990, Knothe 1953, Wesołowski 2013). Niestety w metodzie mogą wystąpić pewne trudności w ustalaniu parametrów naprężeniowych modelu obliczeniowego. Podobnie odwzorowanie szczeliny uskokowej wymaga dodatkowego ustalenia początkowego stanu naprężeń (Wesołowski 2013). Istotne jest także zapotrzebowanie metody na dużą moc obliczeniową maszyny liczącej. Wobec wymienionych rozwiązań spore możliwości daje metoda automatów komórkowych (ang. *Cellular Automaton, CA*). Prace (Białek, Sikora 2012, Białek, Sikora 2012, Sikora 2011) wskazują na duży potencjał możliwości wykorzystania metody przy ocenie możliwości

\*) Politechnika Śląska w Gliwicach, Wydział Górnictwa i Geologii

wpływu szczelin uskokowych na rozkład deformacji spowodowanych podziemną eksploatacją górnictw. Metoda przyjmuje zasadę podobieństwa geometrycznego. Charakteryzuje się przejrzystością i prostotą matematyczną. Dotychczas wykazano już, że możliwe jest symulowanie bezpośredniego oddziaływania szczelin uskokowych na rozkład obniżeń. W literaturze przedstawione zostały także elementarne założenia modelowe (Białek, Sikora 2012, Sikora 2010, 2011). Celem niniejszego artykułu jest pokazanie teoretycznych możliwości przedmiotowej metody w ocenie wpływu szczeliny uskokowej na rozkład przemieszczeń pionowych górotworu. W artykule wykorzystano dwuwymiarowy model obliczeniowy jako skończony automat deterministyczny (Sikora 2010).

## 2. Budowa dwuwymiarowego modelu obliczeniowego jako deterministyczny automat skończony

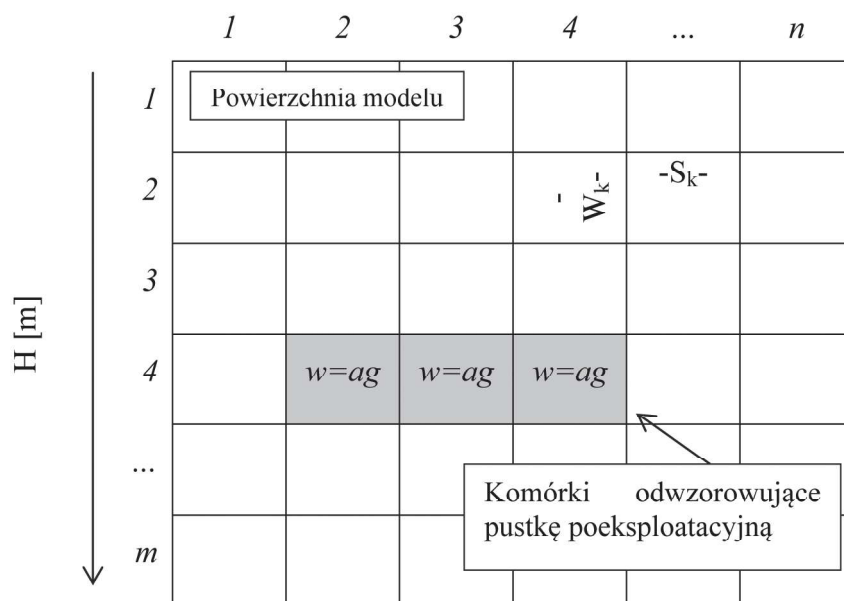
Teoria automatów komórkowych została zapoczątkowana w latach 40. ubiegłego wieku (Wolfram 2002). Za prekursora uważa się powszechnie J. von Neumana (Neumann, Morgenstern 1944). Metoda była pierwotnie dedykowana dla symulowania skomplikowanych procesów fizycznych, tj. takich, w których oddziałuje między sobą wiele elementów. Obecnie jej zastosowanie jest niezwykle szerokie (Packard, Wolfram 1985, Wolfram 2002). Jest powszechnie stosowana m.in. do symulowania ruchu ulicznego, do testowania algorytmów komputerowych, czy do generowania skomplikowanych tekstur graficznych. W zakresie ochrony terenów górniczych ideę wykorzystania metody opartej na teorii automatów komórkowych przedstawił po raz pierwszy T. Niemiec (1985). Możliwość praktycznego stosowania metody przedstawił w późniejszym czasie P. Sikora (2010). Duży wkład w dalszy jej rozwój mieli (Białek, Sikora 2012, Mielimąka, Sikora 2017). Wyniki prac autorów potwierdziły założenia teoretyczne na przykładach rzeczywistej eksploatacji.

Automat komórkowy jest systemem pojedynczych komórek o jednakowych kształtach i rozmiarach, które ściśle do siebie przylegają. Siatka może być 1, 2 lub 3 wymiarowa. W niniejszej pracy przedstawiono wariant dwuwymiarowy

przedstawiający płaski przekrój przez górotwór. W utworzonej siatce można wyróżnić ograniczoną ilość kolumn  $n$  oraz wierszy  $m$  (rys. 1). Komórkom przypisuje się odwzorowywane w rzeczywistości wymiary – szerokość  $S_k$  [m] i wysokość  $W_k$  [m] (rys. 1). W ten sposób w siatce automatu można odwzorować pustkę poeksploatacyjną. Odwzorowanie sprowadza się oprócz dopasowania geometrycznego do przypisania odpowiednim komórkom zmiany stanu z pierwotnego na stan oznaczający wystąpienie deformacji. Jednocześnie komórkom tym przypisuje się wartość liczbową będącą ekwiwalentem objętości powstałej pustki. Odpowiada iloczynowi grubości furty eksploatacyjnej  $g$  [m] oraz współczynnika eksploatacji  $a$  określającego sposób kierowania stropem.

Utworzona w ten sposób siatka z odwzorowaną pustką poeksploatacyjną określa początkowe warunki brzegowe symulacji rozkładu deformacji. W modelu obliczeniowym symulowany jest wysyp rumoszu skalnego w kierunku początkowo zainicjowanej pustki poeksploatacyjnej. Proces odbywa się kolejno poziom po poziomie aż do osiągnięcia powierzchni modelu. Zakłada się, że za proces ten odpowiada wyłącznie siła grawitacji. Założenie to pozwala zdefiniować kluczowe elementy automatu komórkowego odpowiadające za ewaluację modelu i tym samym charakterystykę rozkładu deformacji.

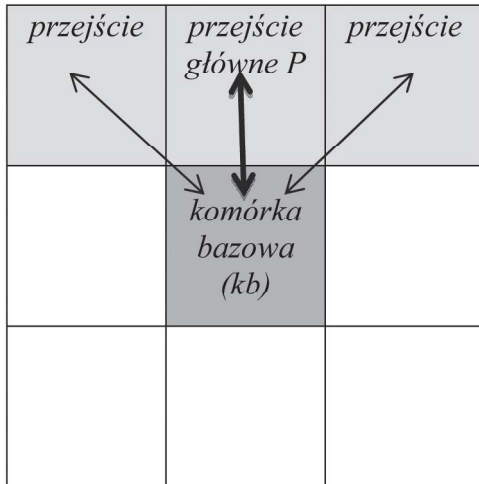
Działanie automatu komórkowego polega na synchronicznej zmianie stanów wszystkich komórek w jednej chwili czasowej (Sikora 2010). Innymi słowy polega na poddaniu wszystkich komórek w siatce działaniu ściśle zdefiniowanego algorytmu. Algorytm ten nazywany jest funkcją przejścia (ang. *transition function*) (Sikora 2010). Może mieć charakter deterministyczny lub losowy. W teorii zadaniem funkcji przejścia jest zmiana stanu komórek w zależności od stanu pozostałych komórek. W praktyce rozpatruje się komórki jedna po drugiej i zmienia jej stan w zależności od stanu komórek z jej bezpośredniego otoczenia. Otoczenie oznacza się jako sąsiedztwo komórkowe (ang. *cellular neighborhood*). Określa ono komórki w stosunku do położenia rozpatrywanej w danym momencie komórki bazowej ( $kb$ ), w obrębie której dojdzie do zmiany stanu i przekazania danych. W przypadku modelu górotworu sąsiedztwo komórkowe wyznacza układ



Rys. 1. Siatka automatu komórkowego odwzorowującego płaski przekrój przez górotwór z odwzorowanym, wyeksploatowanym pokładem (źródło własne)

Fig. 1. Cellular automaton grid reflecting the plain cross-section of rock mass with the mapped example of exploited bed (own source)

komórek, z których nastąpi „wypływ” ekwiwalentu objętości mas skalnych do komórki bazowej. Na poniższym rysunku przedstawiono zdefiniowane sąsiedztwo komórkowe komórki bazowej dla przypadku modelu dwuwymiarowego z regularną siatką komórek (rys. 2). Ogranicza się do trzech komórek stycznych z komórką bazową położonych w wierszu nadległym (Sikora 2010).



Rys. 2. Przyjęte sąsiedztwo komórkowe (źródło własne)  
Fig. 2. Assumed cellular neighborhood (own source)

Funkcja przejścia określa proporcje w jakich nastąpi rozkład obniżenia z komórki bazowej do komórek z przyjętego sąsiedztwa. Szczególnym kierunkiem propagacji jest pionowe przejście do komórki zalegającej bezpośrednio nad komórką bazową. Nazywane jest przejściem głównym  $P$ . Reszta obniżenia jest przekazywana najczęściej w równym udziale do pozostałych komórek z sąsiedztwa. Na poniższym rysunku przedstawiono charakterystykę przejścia dla symulacji przemieszczeń pionowych.

Funkcja przejścia jest jednakowa w każdym przypadku. Algorytm przejścia (rozkładu obniżenia  $w$ ) wykonuje się dla każdej komórki. W praktyce do wykonania tego zadania wykorzystuje się maszyny liczące. W środowisku programistycznym założenie o jednoczesnej ewaluacji modelu w czasie chwilowym realizuje prosta pętla programowa.

Symulacja kończy się z chwilą, gdy suma obniżenia zapisanych w komórkach reprezentujących powierzchnię modelu obliczeniowego będzie równa sumie obniżenia przypisanych wszystkim komórkom na etapie odwzorowania dokonanej

eksploatacji. Oznacza to, że symulacja wykonywana jest bezstratnie.

W wyniku działania symulacji otrzymuje się rozkład obniżenia w całej siatce automatu komórkowego. Przyjęta w pracy charakterystyka modelu obliczeniowego odpowiada charakterystyce ośrodka sypkiego (Litwiniszyn 1954).

### 3. Odwzorowanie szczeliny uskokowej w modelu obliczeniowym i jej oddziaływanie na rozkład deformacji

W pracy (Białek, Sikora 2012) wykazano, że metoda umożliwia symulowanie wpływu szczelin uskokowych na rozkład deformacji. Zdyskretyzowany w postaci siatki komórek płaski przekrój przez górotwór pozwala na odwzorowanie w nim przebiegu szczeliny na dwa sposoby: jako strefę przebiegającą w miejscu styku komórek lub jako wydzieloną grupę komórek.

W obu przypadkach odwzorowanie następuje poprzez dopasowanie geometryczne. Dokładność odwzorowania szczeliny w siatce automatu komórkowego związana jest z jego rozdzielczością definiowaną przyjętymi wymiarami komórki. W niniejszym opracowaniu wykorzystano metodę odwzorowania na krawędziach komórek. Na potrzeby rozwiązania utworzono drugą siatkę komórek będącą kopią głównej siatki modelu obliczeniowego. W siatce uskoków komórkom, wzdłuż których przebiega szczelina uskokowa, zmienia się stan pierwotny określony cyfrą 0 na stan oznaczony cyfrą 1. Stan określony jako „1” oznacza, że wzdłuż lewej krawędzi komórki przebiega szczelina (rys. 4).

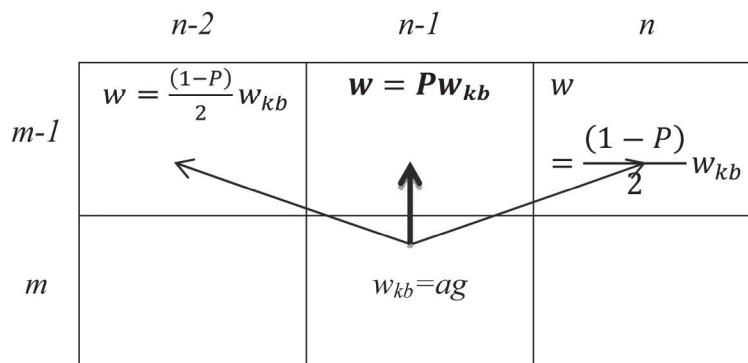


Rys. 4. Możliwe do przyjęcia stany przez komórki z siatki uskoków (źródło własne)

Fig. 4. Acceptable states by cells from the fault grid (own source)

W ten sposób można aproksymować przebieg szczeliny w siatce uskoków. Przykład odwzorowania pokazano na poniższym rysunku (rys. 5).

Szczelina uskokowa w przedmiotowym modelu obliczeniowym definiowana jest początkową głębokością uskoku  $h_u$ , długością (skośną)  $l_u$ , kątem nachylenia względem osi



Rys. 3. Charakterystyka funkcji przejścia dla symulacji przemieszczeń pionowych (źródło własne)

Fig. 3. Characteristics of the transition function for the simulation of vertical displacements (own source)

0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0

Rys. 5. Przykład odwzorowania przebiegu szczeliny uskokowej w siatce modelu (Białek, Sikora 2012)

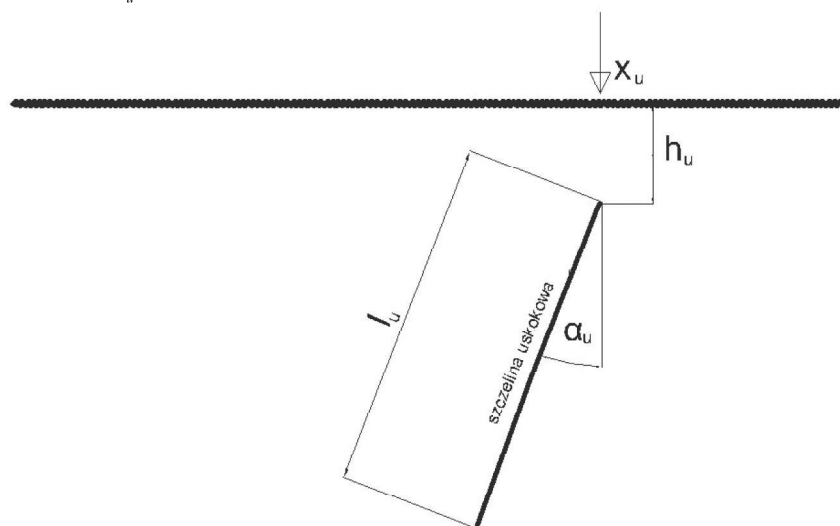
Fig. 5. An example of mapping the course of a fault in the model grid (Białek, Sikora 2012)

pionowej  $\alpha_u$  oraz kierunkiem zapadania (względem osi pionowej – lewo lub prawo). Na potrzeby odwzorowania szczeliny w środowisku programistycznym definiuje się także indeks kolumny początkowej w tablicy  $x_u$  (rys. 6).

W opisywanym modelu szczelinę uskokową traktuje się jako krawędź ślizgu. Jeżeli na drodze rozkładu deformacji wystąpi szczelina uskokowa, to nastąpi zaburzenie domyślnie przyjętej funkcji przejścia. W tym celu przed wykonaniem procedury rozkładu z danej komórki bazowej sprawdza się czy na kierunkach przejścia nie występuje szczelina uskokowa. Rozpatrywane są wszystkie możliwe kombinacje położenia szczeliny uskokowej względem komórki bazowej. Przykład występowania ograniczenia ze strony uskoku przedstawiono na poniższym rysunku (rys. 7).

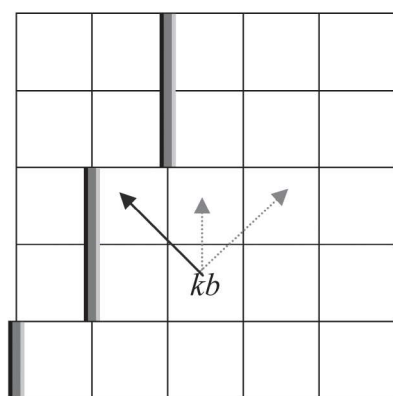
Jeżeli procedura sprawdzająca stwierdzi występowanie ograniczenia, to pierwotne przejście zostanie zaburzone (Białek, Sikora 2012). Charakterystykę asymetrycznej funkcji rozkładu uwzględniającą ograniczenie przejścia ze względu na wystąpienie uskoku na kierunku lewym lub prawym względem komórki bazowej przedstawiono na poniższym rysunku (rys. 8). W opisywanym rozwiązaniu przejście pionowe nie jest ograniczane.

Do modelu wprowadzono parametr  $u_f$  przyjmujący wartości z przedziału  $\langle 0; 1 \rangle$ . Decyduje on o sile oddziaływania uskoku na funkcję rozkładu. Wartość 1 oznacza pełne oddziaływanie, natomiast wartość 0 brak oddziaływania.

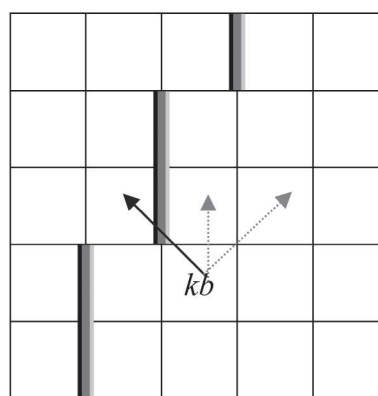


Rys. 6. Charakterystyka szczeliny uskokowej zapadającej w kierunku lewym w przyjętym modelu górotworu (Białek, Sikora 2012)

Fig. 6. Characteristics of the fault sloping towards the left in the adopted rock mass model (Białek, Sikora 2012)



Brak ograniczenia – fałsz

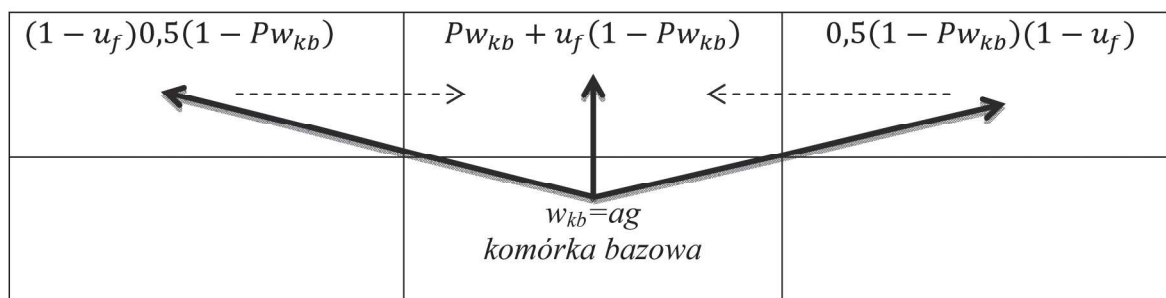


Występuje ograniczenie – prawda

Rys. 7. Przykład ograniczenia przejścia z uwagi na obecność szczeliny uskokowej (źródło własne)

Fig. 7. Example of a transition limitation due to the presence of a fault (own source)





Rys. 8. Charakterystyka funkcji przejścia zaburzonej ograniczeniem ze strony uskoku (źródło własne)

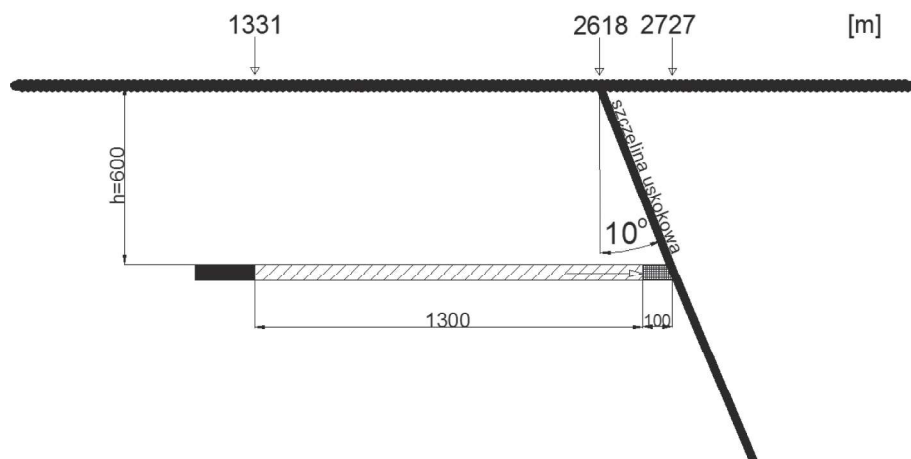
Fig. 8. Characteristics of the transition function disturbed by the fault constraint (own source)

#### 4. Wpływ oddziaływania szczeliny uskokowej na rozkład przemieszczeń pionowych

W celu pokazania oddziaływania zmodyfikowanej funkcji przejścia na rozkład deformacji w rejonie szczeliny uskokowej wykonano symulację dla przykładu eksploatacji abstrakcyjnej parceli. Założono, że wybrano parcelę o wybiegu 1300 m zalegającą poziomo na głębokości 600 m. Grubość abstrakcyjnej parceli wynosiła 1 m. Eksploatację zakończono 100 m przed szczeliną uskokową na danym poziomie, która nachylona była pod kątem  $10^\circ$  (względem linii pionu) i zalegała w kierunku

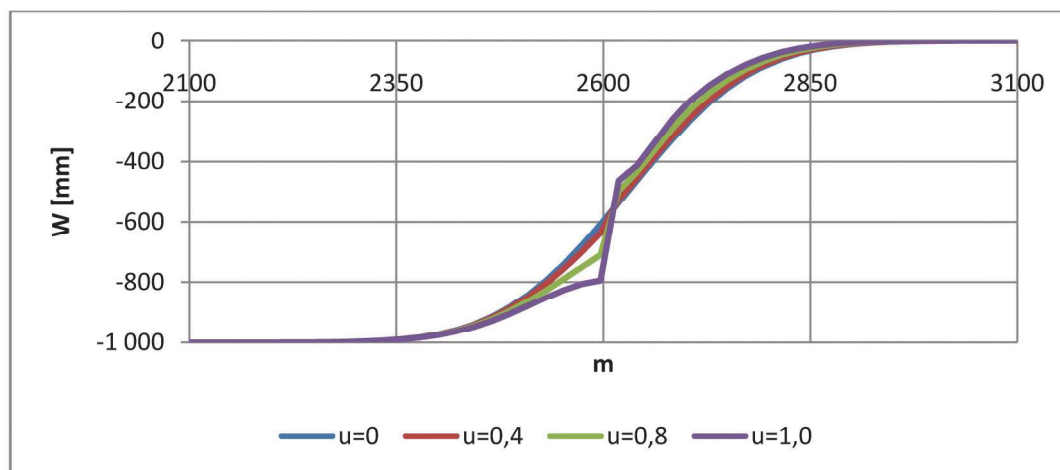
prawym (w stosunku do linii pionu). Szczelina uskokowa występowała w całym przekroju siatki (od powierzchni do najgłębszego poziomu). Opisaną sytuację przedstawiono na rysunku 9.

Wykonano szereg symulacji rozkładu obniżenia dla parametrów modelu odpowiadającym typowym dla Górnośląskiego Zagłębia Węglowego (Chwastek i in. 1990, Mielimąka, Sikora 2017). Symulacje różniły się wartością parametru  $u_f$  określającego siłę oddziaływania szczeliny uskokowej na funkcję przejścia. Wyniki w postaci profilu prawej części niecki obniżeniowej przedstawiono na poniższym wykresie (rys. 10).



Rys. 9. Abstrakcyjny przykład eksploatacji w rejonie szczeliny uskokowej (źródło własne)

Fig. 9. Abstract example of exploitation in the area of the fault gap (own source)



Rys. 10. Wpływ szczeliny uskokowej na profil niecki obniżeniowej dla różnych wielkości  $u_f$  (źródło własne)

Fig. 10. Influence of the fault gap on the subsidence trough profile for various sizes of  $u_f$  (own source)

Z otrzymanych danych wynika, że wraz ze wzrostem wielkości parametru  $u$ , profil niecki obniżeniowej charakteryzował się większą asymetrią. W przypadku gdy parametr oddziaływania uskoku miał wartość 1 (pełne oddziaływanie), wartość anomalii względem profilu nieuwzględniającego oddziaływanie uskoku dochodziła do ok. 20 cm. Ujawnione anomalie mogłyby oznaczać możliwość powstania deformacji nieciągłych na powierzchni terenu górniczego.

Przedmiotowy model umożliwia również ocenę wpływu nachylenia szczeliny uskokowej na rozkład deformacji. Na poniższym rysunku (rys. 11) przedstawiono przykład różnic obniżień fragmentu niecki obniżeniowej w rejonie wychodni uskoku dla przypadków różnych nachyleń szczeliny. Symulacje wykonano dla tych samych założeń modelowych.

Przykład pokazuje, że w przypadku szczeliny przebiegającej pionowo deformacje były największe. Wraz ze wzrostem jej nachylenia oddziaływanie na otrzymane obniżenia było mniejsze.

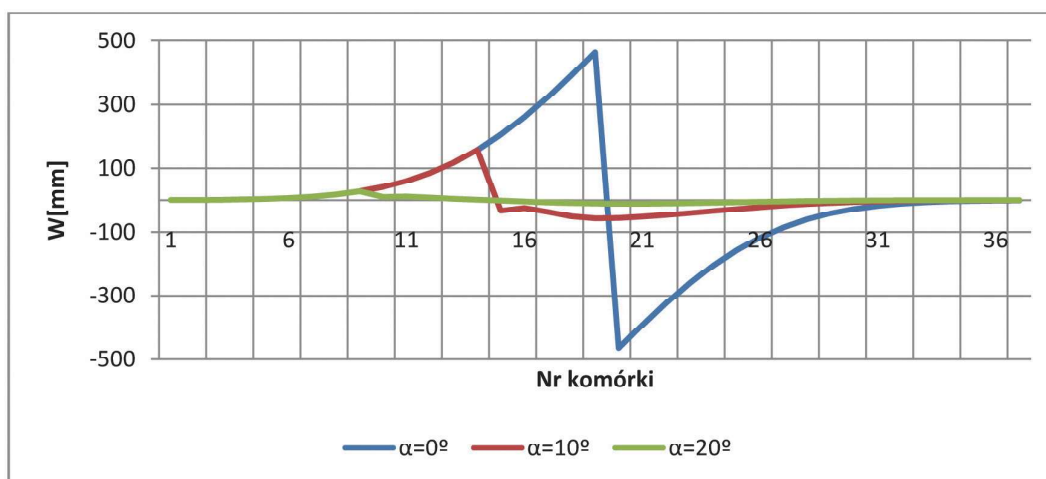
Kolejną zaletą opisywanej metody jest możliwość oceny wpływu grubości nadkładu na rozkład deformacji w rejonie oddziaływania dyslokacji tektonicznych. Nadkład w przedmiotowym modelu obliczeniowym rozumie się jako przestrzeń między powierzchnią a poziomem w siatce automatu, gdzie szczelina uskokowa nie występuje. Określa ją parametr uskoku  $h_u$  (rys. 12).

Wpływ grubości nadkładu na rozkład obniżień w strefie oddziaływania uskoku pokazano na przykładzie wyników symulacji różniących się grubością nadkładu (rys. 13). Przykłady przedstawiają różnice obniżień między profilem uzyskanym dla przypadku oddziaływania szczeliny o danej głębokości początkowej  $h_u$  i przypadku nieuwzględniającego oddziaływanie szczeliny. We wszystkich przypadkach pozostałe założenia modelowe były jednakowe.

Otrzymane wyniki wskazują, że w przypadku gdy szczelina uskokowa dochodziła do powierzchni, deformacje w przebiegu profilu niecki obniżeniowej były największe. W tym przypadku otrzymany profil niecki obniżeniowej może wskazywać na możliwość wystąpienia deformacji nieciągłych. Wraz ze wzrostem grubości nadkładu oddziaływanie szczeliny zmieniało swój charakter. W każdym przypadku wielkość deformacji była mniejsza od przypadku otrzymanego dla wielkości parametru  $h_u=0$ .

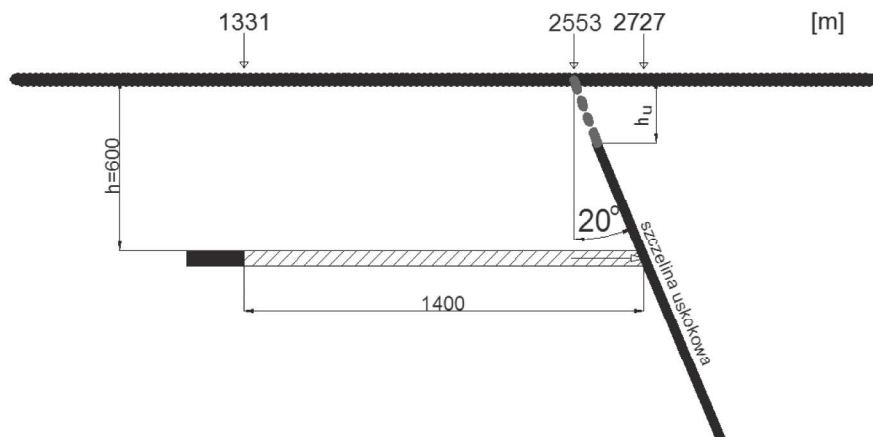
## 5. Podsumowanie i wnioski końcowe

W pracy rozwinęto dotychczas opisaną w literaturze koncepcję odwzorowania szczelin uskokowych w numerycznym modelu górotworu jako deterministyczny automat skończony. Przedstawiony wariant dwuwymiarowy modelu obliczeniowe-



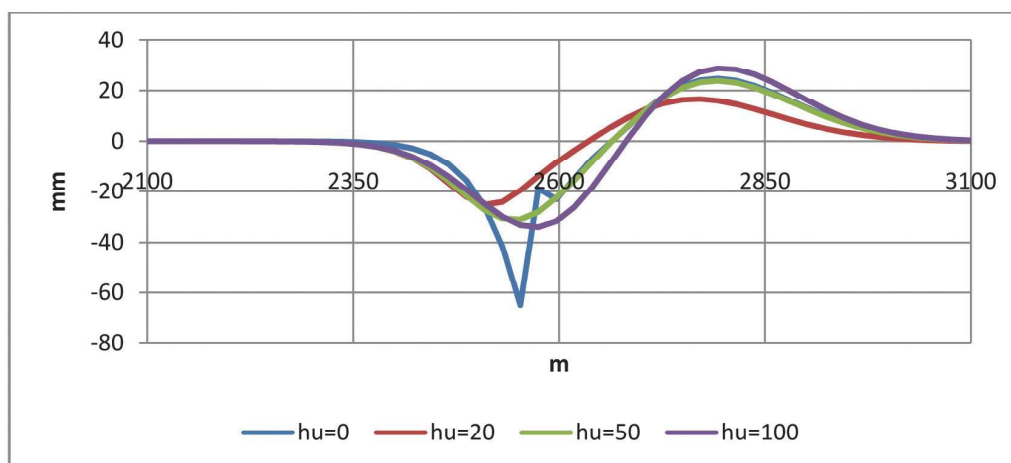
Rys. 11. Wpływ nachylenia szczeliny uskokowej na profil niecki obniżeniowej (źródło własne)

Fig. 11. Influence of the slope of the fault gap on the subsidence trough profile (own source)



Rys. 12. Abstrakcyjny przykład eksploatacji w rejonie szczeliny uskokowej z uwzględnieniem grubości warstw nadkładu (źródło własne)

Fig. 12. Abstract example of exploitation in the area of the fault gap taking into account the thickness of the overburden layers (own source)



Rys. 13. Wpływ grubości nadkładu na profil niecki obniżeniowej w rejonie szczeliny uskokowej (źródło własne)

Fig. 13. Impact of the overburden thickness on the subsidence trough profile in the area of the fault gap (own source)

go pozwala odwzorować poprzez podobieństwo geometryczne przebieg pojedynczej lub wielu szczelin uskokowych. Opisano podstawy implementacji rozwiązania poprzez dodanie do modelu drugiej siatki komórek będącej kopią siatki głównej. Rozwiązanie powstało z uwagi na konieczność pozostawienia podstawowej siatki niezaburzonej z uwagi na konieczność rejestracji danych o rozkładzie deformacji. W celu opisu wpływu szczeliny na rozkład deformacji górotworu wskutek podziemnej eksploatacji wprowadzono do modelu parametr oddziaływania uskoku  $u_f$ . Wystąpienie szczeliny na drodze rozkładu deformacji z danej komórki bazowej powoduje zmianę symetrii funkcji przejścia. Szczelina uskokowa oddziałuje na zasadzie krawędzi ślizgu.

W dalszej kolejności w artykule pokazano możliwości przedstawionego rozwiązania. Na przykładach teoretycznych pokazano, że stosując metodę automatów komórkowych możliwe jest:

- symulowanie wpływu szczeliny uskokowej na rozkład przemieszczeń pionowych górotworu,
- symulowanie wpływu nachylenia szczeliny uskokowej na rozkład przemieszczeń pionowych górotworu,
- symulowanie wpływu nadkładu na rozkład przemieszczeń pionowych górotworu.

Zaletą przedstawionego rozwiązania jest możliwość oceny wpływu szczeliny uskokowej na rozkład deformacji w sposób naturalny – bezpośredni. Odwzorowanie dokonanej eksploatacji oraz dyslokacji tektonicznych odbywa się na zasadzie podobieństwa geometrycznego. Metoda nie wymaga specjalistycznej wiedzy matematycznej żeby ją stosować. Jednocześnie jest efektywna w porównaniu do innych modeli numerycznych.

Należy jednak podkreślić, że w pracy zaprezentowano rozwiązanie najprostsze – dwuwymiarowy model obliczeniowy. Dla celów praktycznych ma on niestety marginalne znaczenie z uwagi na brak możliwości uwzględniania bardziej złożonych przypadków zrobów eksploatacyjnych względem skomplikowanych przebiegów dyslokacji tektonicznych. Wobec tego istnieje potrzeba opracowania analogicznego rozwiązania dla przypadku przestrzennego.

## Literatura

- BIAŁEK J. 2013 - Wpływ własności reologicznych górotworu oraz kierunku eksploatacji na kształt nieustalonych niecek obniżeniowych. „Przegląd Górniczy” t.69, nr 8, s. 8-13.
- BIAŁEK J., SIKORA P. 2012 - Symulacja wpływu nachylenia pokładu i szczeliny uskokowej na rozkład obniżeń za pomocą metody automatów komórkowych. „Przegląd Górniczy”, nr 8, s. 160-165.
- CHWASTEK J., JANUSZ W., MACIASZEK J., MIKOŁAJCZAK J., REPEŁOWSKI A., SZEWCZYK J. 1990 - Deformacje powierzchni terenu spowodowane działalnością górniczą. Zeszyty Naukowe AGH nr 1363, Sozologia i Sozotechnika, z. 30, Kraków, s. 132-142.
- KNOTHE S. 1953 - Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania. „Archiwum Górnictwa i Hutnictwa” t. 1, z.1.
- KOWALSKI A., POPIOŁEK Z., SZUKALSKI S. 1985 - Zaobserwowany przykład rozkładu wskaźników deformacji górotworu w strefie uskokowej. GIG, Katowice.
- LITWINISZYN J. 1954 - Przemieszczenia górotworu w świetle teorii prawdopodobieństwa. „Archiwum Górnictwa i Hutnictwa”, t. 2, z. 1.
- MIELIMĄKA R., SIKORA P. 2017 - Symulacja obniżeń górotworu spowodowana wielokrotną eksploatacją górniczą z wykorzystaniem teorii automatów komórkowych. „Przegląd Górniczy”, nr 12, s. 84-92.
- NEUMANN J., MORGENSTERN O. 1944 - Theory of Games and Economic Behavior, Princeton University Press.
- NIEMIEC T. 1985 - A Discrete Random Function of Influence in a Quantum Model of Surface Deformation. Polska Akademia Nauk Oddział w Krakowie. Prace Komisji Górniczo – Geodezyjnej. Geodezja 31.
- PACKARD N.H., WOLFRAM S. 1985 - Two-Dimensional Cellular Automata. Journal of Statistical Physics, no. 38, 901-946, March.
- Praca zbiorowa. Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi. „Śląsk”, Katowice, 1980.
- SIKORA P. 2010 - Wykorzystanie deterministycznego automatu skończonego do wyznaczania profilu linii obniżeń terenu spowodowanych podziemną eksploatacją. „Przegląd Górniczy” nr 10, s. 141-143.
- SIKORA P. 2011 - Opis obniżeń górotworu pod wpływem podziemnej eksploatacji z wykorzystaniem teorii automatów komórkowych. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice.
- ŚCIGAŁA R. 2013 - Wpływ tektoniki złoża na rozkład deformacji terenu górnego. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Gliwice.
- WESOŁOWSKI M. 2013 - Zastosowanie liniowego ośrodka transwersalnie izotropowego do modelowania deformacji terenu górnego. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Gliwice.
- WOLFRAM S. 2002 - A new kind of science. Wolfram Media. ISBN 1-57955-008-8.

Artykuł wpłynął do redakcji – październik 2018  
Artykuł akceptowano do druku 17.01.2019