

Andrzej KOSIARA

EKSPERYMENTALNA IDENTYFIKACJA MOMENTÓW BEZWŁADNOŚCI GŁÓWNYCH CZŁONÓW SYMULATORA KOPARKI JEDNONACZYNIOWEJ

Streszczenie

W artykule przedstawiono znaną z literatury tzw. trójkątkową metodę eksperymentalnej identyfikacji masowych momentów bezwładności obiektów technicznych. Metoda ta w swej ogólnej postaci dopuszcza prowadzenie eksperymentów z użyciem platformy pomiarowej. W takich przypadkach konieczne jest jednak precyzyjne określenie położenia środka ciężkości platformy wraz z badanym zespołem lub elementem. W tekście zaproponowano, aby robić to przy pomocy przetworników siły zamontowanych na każdym z cięgien platformy. Przedstawiono zależności matematyczne pozwalające na określenie współrzędnych środka ciężkości platformy przy założeniu, że znane są siły przenoszone przez każde z cięgien.

Przedstawione teoretyczne zależności zostały wykorzystane do określenia momentów bezwładności głównych członów symulatora koparki jednonaczyniowej. W pracy zaprezentowano wybrane wyniki eksperymentów. Zwrócono uwagę na zadawalającą dokładność i powtarzalność uzyskiwanych wyników przy jednoczesnej prostocie wykorzystywanej metody i stanowiska.

WSTĘP

Prototypowe systemy do wspomaganie obsługi koparek jednonaczyniowych, przed wdrożeniem wymagają najczęściej czasochłonnego przetestowania na rzeczywistym obiekcie. Badania takie są kosztowne, bo prowadzą do długotrwałego wyłączenia wykorzystywanych w testach koparek z normalnej eksploatacji. Aby zmniejszyć tego typu koszty w Laboratorium Katedry Inżynierii Maszyn Roboczych i Pojazdów Przemysłowych Politechniki Wrocławskiej powstał symulator koparki jednonaczyniowej. Z powodzeniem może on być wykorzystywany między innymi do testowania systemów wspierających procesy pozycjonowania narzędzi koparek jednonaczyniowych. Planuje się go używać razem z oprogramowaniem do symulacji komputerowej układów wieloczłonowych LMS Virtual.Lab Motion oraz oprogramowaniem VeriStand firmy National Instruments, które ułatwia przeprowadzanie testów typu hardware-in-the-loop. Symulator został wyposażony we własne swobodnie programowalne mikrosterowniki oraz komputer czasu rzeczywistego. Aktualny widok stanowiska pokazuje fotografia 1.

Efektywne wykorzystywanie zbudowanego symulatora wymaga znajomości wielu jego parametrów w tym także momentów bezwładności jego członów. Momenty bezwładności wyznaczone na podstawie trójwymiarowej dokumentacji CAD nie zawsze są dokładne. Składa się na to wiele czynników. Do ważniejszych z nich można zaliczyć:

- nieuwzględnianie w modelu brylowym spoin,
- niedokładne odwzorowywanie w modelu części zakupionych, dla których producenci nie udostępnili modeli geometrycznych,
- niedokładne odwzorowanie lub brak odwzorowania takich elementów jak przewody hydrauliczne czy przewody elektryczne,
- odstępstwa rzeczywistych wymiarów od wymiarów przyjętych w dokumentacji CAD wynikające z założonych tolerancji wykonania.

Z powodu braku zaufania do wartości momentów bezwładności określonych na podstawie modelu geometrycznego stanowiska, postanowiono niezależnie określić je na drodze eksperymentalnej. Do eksperymentalnej identyfikacji masowych momentów bezwładności członów symulatora postanowiono wykorzystać metodę wahadła fizycznego oraz metodę wahadła trójkątkowego. Pierwsza z

metod z uwagi na to, że jest powszechnie znana i wykorzystywana nie będzie tu omawiana. Sposób wykorzystania drugiej z metod opisano poniżej w punkcie 1.



Fot. 1. Symulator koparki jednonaczyniowej w laboratorium Katedry Inżynierii Maszyn Roboczych i Pojazdów Przemysłowych Politechniki Wrocławskiej

1. STANOWISKO DO EKSPERYMENTALNEJ IDENTYFIKACJI MOMENTÓW BEZWŁADNOŚCI OBIEKTÓW

Metodę wahadła trójkątowego po raz pierwszy opisał w 1948 roku Charles E. Crede [1]. Jest ona obecnie wykorzystywana w różnych odmianach. Najprościej masy moment bezwładności metodą tą możemy wyznaczyć gdy:

- znamy położenie środka ciężkości badanego obiektu,
- obiekt ma regularny kształt zbliżony do walca (np. koło oponowe pojazdu),
- badany obiekt można bezpośrednio podwiesić na trzech cięgnach tak, aby cięgna były równo od siebie odległe oraz tak, aby środek ciężkości badanego obiektu był w równej odległości od każdego z cięgien.

W powyższej sytuacji szukany masowy moment bezwładności J_{CC} względem osi równoległej do nieruchomych cięgien oraz przechodzącej przez środek ciężkości badanego obiektu można wyliczyć z zależności:

$$J_{CC} = \frac{m \cdot g \cdot R^2 \cdot T^2}{4 \cdot \pi \cdot l} \quad (1)$$

W zależności (1) zastosowano następujące oznaczenia: m – masa badanego obiektu, R – odległość osi przechodzącej przez środek ciężkości badanego obiektu od cięgien, T – mierzony okres wahań skrętnych obiektu podwieszono na cięgnach, l – długość zastosowanych cięgien.

W przypadku gdy nie jesteśmy w stanie zapewnić, aby środek ciężkości był umieszczony centralnie pomiędzy cięgnami, moment bezwładność względem przechodzącej przez środek ciężkości osi CC należy wyznaczyć z zależności (2).

$$J_{CC} = \frac{m \cdot g \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot l} \cdot \frac{R_1 \cdot \sin(\phi_1) + R_2 \cdot \sin(\phi_2) + R_3 \cdot \sin(\phi_3)}{R_2 \cdot R_3 \cdot \sin(\phi_1) + R_1 \cdot R_3 \cdot \sin(\phi_2) + R_1 \cdot R_2 \cdot \sin(\phi_3)} \quad (2)$$

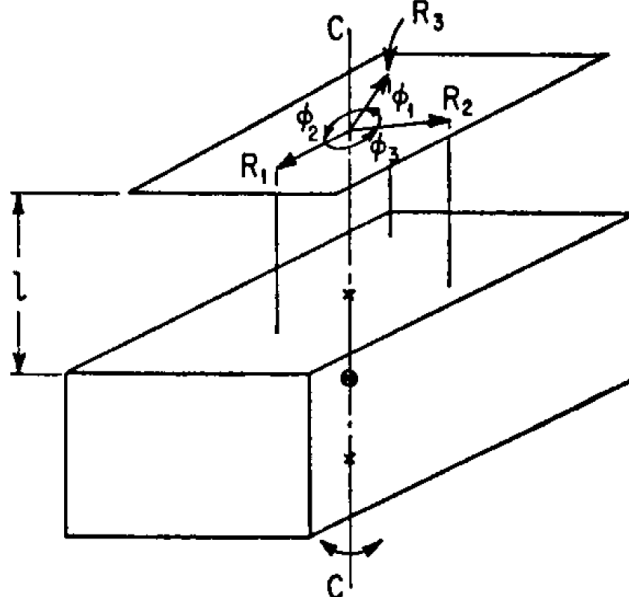
Zastosowane w zależności (2) oznaczenia wyjaśnia rys. 1.

Zadanie eksperymentalnego określenia momentu bezwładności bryły komplikuje się jeszcze bardziej gdy nie możemy jej bezpośrednio podwiesić na cięgnach. W takich przypadkach na cięgnach podwiesza się platformę, na której dopiero umieszcza się badany obiekt. Oczywiście wyznaczony okres wahań platformy z obiektem pozwala na wyliczenie z zależności (2) momentu bezwładności zespołu platforma-obiekt. Aby określić moment bezwładności samego badanego obiektu należy dodatkowo określić masowy moment bezwładności samej platformy. Znając go szukany moment bezwładności można wyliczyć z równania (3).

$$J_{CC_O} = J_{AA_Z} - J_{BB_P} - m_P \cdot d_P^2 - m_O \cdot d_O^2 \quad (3)$$

W zależności (3) użyto następujących oznaczeń: J_{CC_O} – moment bezwładności badanego obiektu względem osi CC przechodzącej przez jego środek ciężkości, J_{AA_Z} – moment bezwładności zespołu badany obiekt – platforma względem osi AA przechodzącej przez wypadkowy środek ciężkości zespołu, J_{BB_P} – moment bezwładności platformy względem osi BB przechodzącej przez jej środek ciężkości, m_P – masa platformy, m_O – masa badanego obiektu, d_P – odległość między osiami AA i BB , d_O – odległość między osiami AA i CC .

Największą trudność w korzystaniu z ogólnej trójkątowej metody eksperymentalnej identyfikacji momentów bezwładności sprawia konieczność precyzyjnego określania położenia środków ciężkości platformy i zespołu badany obiekt – platforma. Aby było to w ogóle możliwe zbudowane stanowisko wyposażono w trzy czujniki mierzące siły przenoszone przez każdą z linek. Widok zbudowanego stanowiska zaprezentowano na fotografii 2.



Rys. 1. Schemat układu do określania momentu bezwładności w przypadku gdy środek ciężkości badanego obiektu nie leży centralnie względem cięgien [2]



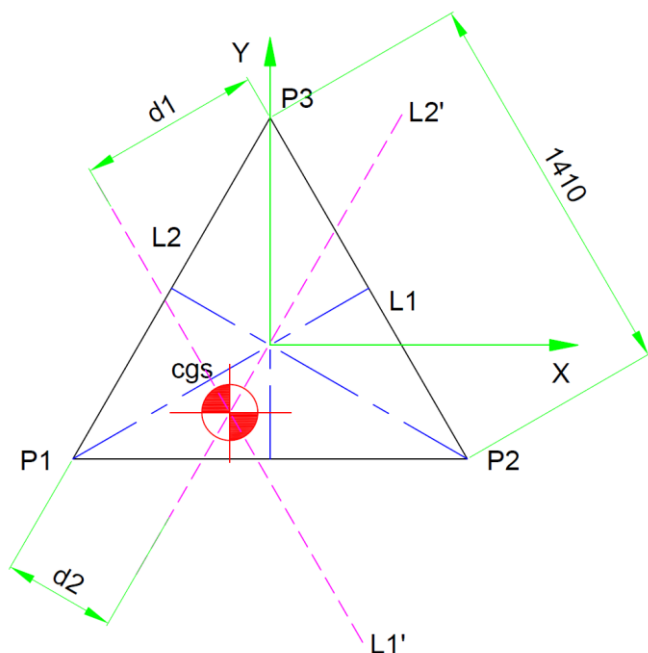
Fot. 2. Zbudowane stanowisko do eksperymentalnego określenia momentów bezwładności

2. IDENTYFIKACJA POŁOŻENIA ŚRODKA CIĘŻKOŚCI PLATFORMY

Korzystając z równań statyki ułożonych dla platformy można wyznaczyć zależności (4) i (5) określające odległości d_1 i d_2 .

$$d_1 = \frac{m_1 \cdot h}{m} = \frac{a \cdot m_1 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot m} \quad (4)$$

$$d_2 = \frac{m_2 \cdot h}{m} = \frac{a \cdot m_2 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot m} \quad (5)$$



Rys. 2. Zarys platformy pomiarowej z naniesionymi obiektami geometrycznymi wykorzystywanymi w obliczeniach; P_1, P_2, P_3 – punkty, w których podwieszono platformę do cięgien; $L_1 (L_2)$ – prosta przechodząca przez punkty P_2 i P_3 (P_1 i P_3); $L_1' (L_2')$ – prosta równoległa do prostej $L_1 (L_2)$ i przechodząca przez środek ciężkości cgs ; cgs – środek ciężkości platformy lub zespołu platforma-badany obiekt, $d_1 (d_2)$ – odległość pomiędzy prostą $L_1' (L_2')$ i prostą $L_1 (L_2)$

W zależnościach (4) i (5) zastosowano następujące oznaczenia: m – masa platformy z ładunkiem jeśli taki na niej spoczywa, m_1, m_2 i m_3 – masy utrzymywane odpowiednio przez cięgna nr 1, 2 i 3, h – wysokość trójkąta równobocznego, którego wierzchołki pokrywają się z punktami mocowania cięgien.

Równania prostych L_1 i L_2 określają zależności (6) i (7).

$$L_1: \quad Y = -\sqrt{3} \cdot X + \frac{a \cdot \sqrt{3}}{3} \quad (6)$$

$$L_2: \quad Y = \sqrt{3} \cdot X + \frac{a \cdot \sqrt{3}}{3} \quad (7)$$

Wykorzystując równania (4), (5), (6) i (7) oraz zależność na odległość między dwoma prostymi równoległymi określono równania (8) i (9) prostych L_1' i L_2' .

$$L_1': \quad Y = -\sqrt{3} \cdot X + \frac{a \cdot \sqrt{3}}{3} - \frac{a \cdot \sqrt{3} \cdot m_1}{m} \quad (8)$$

$$L_2': \quad Y = \sqrt{3} \cdot X + \frac{a \cdot \sqrt{3}}{3} - \frac{a \cdot \sqrt{3} \cdot m_2}{m} \quad (9)$$

Zauważając, że środek ciężkości leży na przecięciu prostych L_1' i L_2' wyznaczono równania (10) i (11) określające jego współrzędne.

$$X_{CG} = \frac{a \cdot (m_2 - m_1)}{2 \cdot m} \quad (10)$$

$$Y_{CG} = \frac{a \cdot \sqrt{3} \cdot (2 \cdot m - 3 \cdot m_1 - 3 \cdot m_2)}{6 \cdot m} \quad (11)$$

Znając współrzędne środka ciężkości, potrzebne do określenia momentu bezwładności długości R_1, R_2 i R_3 , wyznaczono z zależności (12), (13) i (14).

$$R_1 = \sqrt{(X_{CG} - X_{P1})^2 + (Y_{CG} - Y_{P1})^2} \quad (12)$$

$$R_2 = \sqrt{(X_{CG} - X_{P2})^2 + (Y_{CG} - Y_{P2})^2} \quad (13)$$

$$R_3 = \sqrt{(X_{CG} - X_{P3})^2 + (Y_{CG} - Y_{P3})^2} \quad (14)$$

Korzystając z zależności na sinus kąta między wektorami oraz z tzw. jedynki trygonometrycznej określono równania (15), (16) i (17) pozwalające wyznaczyć pozostałe wielkości potrzebne do określania momentów bezwładności.

$$\begin{aligned} \sin(\theta_1) &= \sqrt{1 - \cos^2(\theta_1)} = \\ &= \sqrt{1 - \left[\frac{(X_{P2} - X_{CG}) \cdot (X_{P3} - X_{CG}) + (Y_{P2} - Y_{CG}) \cdot (Y_{P3} - Y_{CG})}{R_2 \cdot R_3} \right]^2} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sin(\theta_2) &= \sqrt{1 - \cos^2(\theta_2)} = \\ &= \sqrt{1 - \left[\frac{(X_{P1} - X_{CG}) \cdot (X_{P3} - X_{CG}) + (Y_{P1} - Y_{CG}) \cdot (Y_{P3} - Y_{CG})}{R_1 \cdot R_3} \right]^2} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sin(\theta_3) &= \sqrt{1 - \cos^2(\theta_3)} = \\ &= \sqrt{1 - \left[\frac{(X_{P1} - X_{CG}) \cdot (X_{P2} - X_{CG}) + (Y_{P1} - Y_{CG}) \cdot (Y_{P2} - Y_{CG})}{R_1 \cdot R_2} \right]^2} \end{aligned} \quad (17)$$

3. UZYSKANE WYNIKI

Przykładowe wartości momentów bezwładności, wyznaczone przy wykorzystaniu zaprezentowanej metody i stanowiska, zamieszczono w tabeli 1. Na fotografii 3 pokazano nadwozie symulatora koparki umieszczone na platformie pomiarowej w czasie określania danych niezbędnych do wyznaczenia jednego z poszukiwanych momentów bezwładności.

Wyniki uzyskiwane w czasie pomiarów cechowały się zadawalającą powtarzalnością. Momenty bezwładności określane dla poszczególnych osi nadwozia symulatora koparki nie różniły się między sobą o wartość większą niż $0,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. W przypadku analogicznych momentów bezwładności uzyskiwanych dla ramienia i wysięgnika symulatora koparki różnice były mniejsze i nie przekraczały $0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

PODSUMOWANIE

Zaczerpnięta z literatury i dostosowana do potrzeb pomiarowych metoda doświadczalnego określania momentów bezwładności sprostała wymaganiom eksperymentatorów. Zbudowana platforma pomiarowa została zaprojektowana do badania obiektów o masach z przedziału od 200 do 600 kg. Ale jak potwierdziły testy można ją z powodzeniem używać do określania momentów bezwładności także lżejszych obiektów. Dokładności wyznaczanych momentów bezwładności przy użyciu opisanej w tekście metody zależą przede wszystkim od dokładności określania położenia środków ciężkości platformy z różnymi obiektami oraz od dokładności określania okre-

sów wahań platformy [3]. Przy wykorzystaniu ogólnie dostępnych środków technicznych metoda pozwala na uzyskiwanie wyników obciążonych błędem mniejszym niż 1%.

Tab. 1. Przykładowe wartości momentów bezwładności wyznaczone przy pomocy opisanej w tekście metody

Obiekt	Orientacja osi	Masa badanego obiektu [kg]	Masowy moment bezwładności obiektu względem osi przechodzącej przez jego środek ciężkości [kg*m ²]
Nadwozie symulatora koparki	pionowa	455,7	49,6
Nadwozie symulatora koparki	pozioma poprzeczna	455,7	68,2
Wysięgnik symulatora koparki	pozioma poprzeczna	82,2	5,0
Ramię symulatora koparki	pozioma poprzeczna	74,1	2,0



Fot. 3. Nadwozie symulatora koparki w czasie wyznaczania wielkości potrzebnych do określenia momentu bezwładności względem osi pionowej

BIBLIOGRAFIA

1. Crede Charles E., *Determining Moment of Inertia*. Machine Design 1948, August, pp.138.
2. Praca zbiorowa, *Harris' Shock and Vibration Handbook*. McGraw-Hill, 2010.

3. du Bois J. L., Lieven N. A. J., Adhikari S., *Error Analysis in Trifilar Inertia Measurements*. Experimental Mechanics 2009, no. 49, pp. 533-540.

EXPERIMENTAL IDENTIFICATION OF MOMENTS OF INERTIA OF SINGLE-BUCKET EXCAVATOR SIMULATOR MAIN BODIES

Abstract

The following article presents a method that enables identification of moments of inertia of technical objects. The method is called three-string method and has already been described in references. According to it, moments of inertia identification process can be carried out using a measurement platform. In such a case, centre of mass of the platform coupled with technical object being under investigation has to be determined very accurately. To do so, force transducers mounted to each string supporting the measurement platform can be applied, what has been proposed within following article. Equations enabling calculation of centre of mass coordinates have been also presented.

The formulas presented were utilised in order to determine moments of inertia of single-bucket excavator simulator main bodies. Some of the results have been shown within the article. It is noticeable that despite the simplicity of the method and equipment, which was used during experiments, the results obtained are repeatable and precision is sufficient. Paper discussed the impact of alcohol on the psychophysical properties of human and its metabolism. Particular attention was paid to the influence of alcohol on driving ability. Authors proposed action to be taken to reduce

Autor:

dr inż. **Andrzej Kosiara** – Politechnika Wroclawska, Wydział Mechaniczny, Katedra Inżynierii Maszyn Roboczych i Pojazdów Przemysłowych