

Prognozowanie rynku usług transportowych

W niniejszej pracy pokazano szeroką klasę modeli stosowanych w prognozowaniu wskaźników przewozów. Przedstawiono wieloparametrowe modele przewozów. Zaproponowano algorytm prognozowania przewozów na bazie analizy dynamiki procesów zachodzących w makroekonomicznym otoczeniu transportu kolejowego.

Słowa kluczowe: prognozowanie, modele prognozowania, modele przewozów, wielkość prognozowana.

Wprowadzenie

Podstawowym zadaniem prognozowania jest ustalenie stanu procesu w przyszłości, obciążonego minimalnym błędem, określonym miarą adekwatności wybranego modelu do rozpatrywanego procesu. Wyboru modelu dokonuje się na podstawie obserwacji mierników rozwoju procesu.

W ostatnim dziesięcioleciu rozpowszechnione zostały stochastyczne modele prognozowania. Modele deterministyczne mogą być wykorzystywane tylko do wąskiej klasy procesów i na krótkie okresy prognozy, zaś modele stochastyczne mogą być stosowane do szerokiej klasy procesów i na stosunkowo długie okresy prognozy. Szerokie zastosowanie znajdują również adaptacyjne modele prognozowania, wyliczone na podstawie pewnego kryterium analitycznego [4, 6]. Są to zazwyczaj lekko zmodyfikowane klasy modeli liniowych, wielomianowych, wykładniczych.

Z uporządkowanego według stopnia złożoności zbioru modeli wylicza się kolejne modele do prognozowania retrospektywnego szeregu czasowego dopóty, dopóki stopień ich złożoności nie obniży jakości (dokładności) prognozy. Adaptacyjne modele prognozowania są efektywne w określaniu wartości prognozowanych w modelowaniu symulacyjnym, w systemach automatycznego zarządzania i podejmowania decyzji, a także w prognozowaniu obszernej klasy niezależnych mierników inercyjnych.

W niniejszej pracy przedstawiono szeroką klasę modeli stosowanych w prognozowaniu wskaźników przewozów kolejowych.

Modele prognozowania rynku usług transportowych

Analiza szerokiej klasy modeli prognozowania produkcji i konsumpcji w rejonach ciężenia regionalnej sieci transportowej doprowadziła do powstania modeli przejścia, wyróżnionych równaniami różniczkowymi następującej postaci:

$$X''(t) = ax'(t)e^{-bx'(t)} \quad (1)$$

Model (1) okazał się adekwatny do opisu większości realnych szeregów czasowych wskaźników dynamiki procesów ekonomicznych zachodzących w transporcie. Rozwiązania równania (1) przy różnych wartościach parametrów a i b pokazano na rys. 1–3.

Z rys. 1–3 wynika, że model (1) opisuje szeroką klasę często wykorzystywanych w prognozowaniu krzywych logistycznych. Równanie (1) nie posiada dokładnego rozwiązania analitycznego.

Przyjmując, że $z = x'(t)$, otrzymamy następujące rozwiązanie:

$$\int \frac{e^x dx}{x} = E_1(x) = C + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{nn!}$$

Dla tego rozwiązania można zaproponować następujący algorytm określenia przedziału wielkości prognozowanej. Wartości parametrów a i b wyrazimy jako funkcję od $X(t_0 + j\Delta t) = x_j, j = 1, 2, \dots, n$, gwarantującą minimalność wartość funkcji:

$$f(a, b) = \sum_{j=2}^n [x''(t_j) - ax'(t_j)e^{-bx'(t_j)}]^2 \quad (2)$$

gdzie: $t_j = t_0 + j\Delta t$

Parametr b w funkcji (2) jest nieliniowy. Dla uproszczenia procesu obliczania parametru b zamiast równania (1) wykorzystamy następujące równanie:

$$|x''(t)| = |a||x'(t)|e^{-bx'(t)} \quad (3)$$

Logarytmując obie strony równania (3) i upuszczając, otrzymamy:

$$\ln \left| \frac{x''(t)}{x'(t)} \right| = -bx'(t) + \ln|a| \quad (4)$$

Teraz funkcję (2) możemy zamienić funkcją następującą:

$$f(a, b) = \sum_{j=2}^n \left[\ln \left| \frac{x''(t_j)}{x'(t_j)} \right| + bx'(t_j) - \ln|a| \right]^2 \quad (5)$$

Z równania (1) wynika, że jeżeli $x''(t)x'(t) > 0$, to $\alpha > 0$, w przypadku przeciwnym $\alpha < 0$.

Parametry a i b , zmieniające wartości funkcji (5) i spełniające równanie (1), można wyrazić następująco:

$$b = \frac{AC - BL}{DL - C^2} \quad (6)$$

$$a = \begin{cases} \exp\left(\frac{AD - CB}{DL - C^2}\right) & \text{jeżeli } \overline{x''x'} > 0 \\ -\exp\left(\frac{AD - CB}{DL - C^2}\right) & \text{jeżeli } \overline{x''x'} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

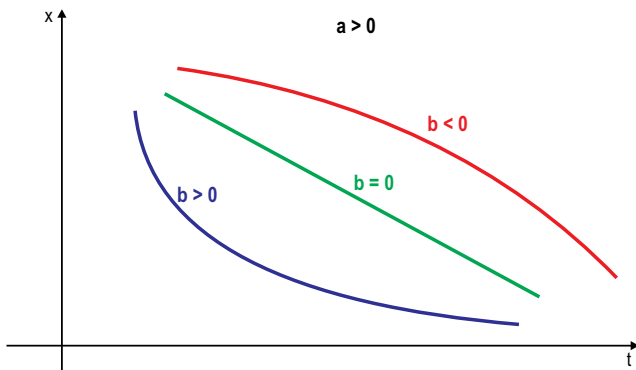
gdzie $\overline{x''}$ – średnia arytmetyczna $x''(t)$, a $\overline{x'}$ – średnia arytmetyczna x' .

$$A = \sum_{j=2}^n \ln \left| \frac{x''(t_j)}{x'(t_j)} \right|, \quad B = \sum_{j=2}^n x'(t_j) \ln \left| \frac{x''(t_j)}{x'(t_j)} \right|, \quad (8)$$

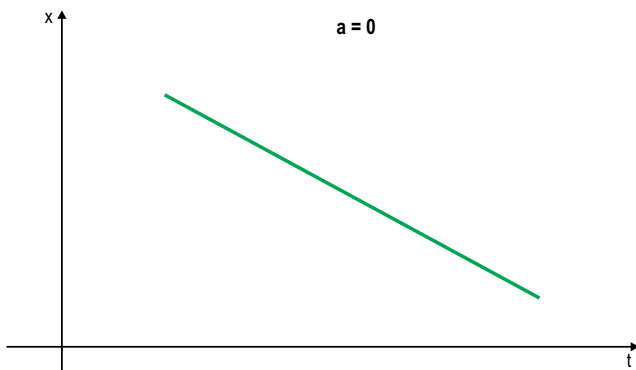
$$C = \sum_{j=2}^n x'(t_j), \quad D = \sum_{j=2}^n x'(t_j)^2$$

Parametr b , minimalizujący wartość funkcji (5), korzystnie jest określać wzorem (7), zaś parametr a , minimalizujący wartość funkcji (2), można określić następująco:

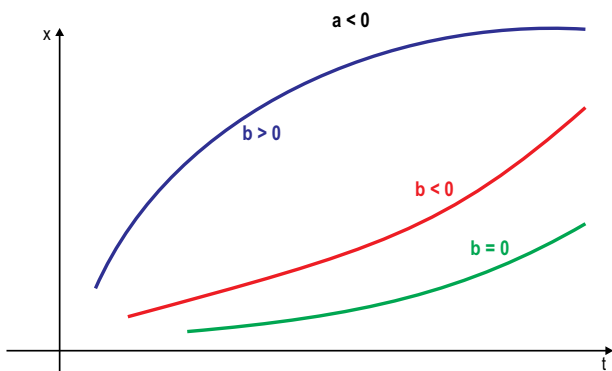
$$a = \frac{\sum_{j=2}^n x(t_j)x''(t_j)e^{-bx'(t_j)}}{\sum_{j=2}^n x(t_j)x''(t_j)e^{-2bx'(t_j)}} \quad (9)$$



Rys. 1. Rozwiązanie równania (1) przy $\alpha > 0$
Źródło: oprac. własne.



Rys. 2. Rozwiązanie równania (1) przy $\alpha = 0$
Źródło: oprac. własne.



Rys. 3. Rozwiązanie równania (1) przy $\alpha < 0$
Źródło: oprac. własne.

Dane wejściowe, opisujące stan systemu w przeszłości, bardzo często są danymi przybliżonymi. W związku z tym budowa modelu prognozującego zachowanie się systemu jest zadaniem niezwykle trudnym, ciężko bowiem określić jest dokładną trajektorię zachowania się tegoż systemu w przyszłości. Wydaje się, że można jedynie zbudować pewien „korytarz”, w którym powinna znajdować się ta trajektoria. Korytarz ten uzyska się, analizując różne modele wraz z różnymi wektorami parametrów wejściowych. Poniżej przedstawiono algorytm poszukiwania korytarza dla trajektorii zachowania się systemu w przyszłości.

Krok 1. Dla danych wartości $x(t_j)$ w punktach $t_j = t_0 + j\Delta t$ określamy:

$$x'(t_j) = \frac{x(t_j) - x(t_{j-1})}{\Delta t}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$x''(t_j) = \frac{x'(t_j) - x'(t_{j-1}))}{\Delta t}, \quad j = 2, 3, \dots, n$$

Zakładamy, że $m = n$ i przechodzimy do kroku 2.

Krok 2. Znając wartości $x(t_j)$, $x'(t_j)$, $x''(t_j)$, $j = 2, 3, \dots, n$ i korzystając ze wzorów (6) i (7), określamy parametry a i b w funkcji m , t_j , $a = a(m)$, $b = b(m)$, przechodzimy do kroku 3.

Krok 3. Stosując metodę Rungego-Kutty, znajdujemy rozwiązanie równania $x''(t) = a(m)x'(t)e^{-b(m)x(t)}$, przy warunkach początkowych $x'(t_m) = x'_m$, $x(t_m) = x_m$, dla przedziału $[t_0 + m\Delta t, t_0 + (m + 1)\Delta t]$. Otrzymane rozwiązanie to:

$$x_{m+1} = x(t_{m+1}), \quad x'_{m+1} = \frac{x(t_{m+1}) - x(t_m)}{\Delta t}, \quad x''_{m+1} = \frac{x'(t_{m+1}) - x'(t_m)}{\Delta t}$$

Zwiększamy wartość m o jeden. Jeżeli czas $t_0 + m\Delta t$ jest większy od okresu prognozy, to przechodzimy do kroku 4, w przypadku przeciwnym przechodzimy do kroku 2.

Krok 4. Określamy średnie arytmetyczne wielkości a i b :

$$M(a) = \frac{1}{m-n} \sum_{j=n}^m a(j), \quad M(b) = \frac{1}{m-n} \sum_{j=n}^m b(j)$$

oraz ich odchylenia standardowe:

$$\sigma(a) = \sqrt{M(a^2) - [M(a)]^2}$$

$$\sigma(b) = \sqrt{M(b^2) - [M(b)]^2}$$

Rozwiązanie równania $x''(t) = [M(a) - \gamma\delta(a)]x'(t)e^{-[M(b) + r\delta(b)]x(t)}$, spełniającego warunki początkowe $x'(t_n) = x'_n$, $x(t_n) = x_n$, oznaczmy przez $x_1(t_j)$; $j = n + 1, n + 2, \dots, n + m$; $\gamma, r \in (0; +\infty)$.

Rozwiązanie równania $x''(t) = [M(a) - \gamma\delta(a)]x'(t)e^{-[M(b) + r\delta(b)]x(t)}$ przy warunkach początkowych $x'(t_n) = x'_n$, $x(t_n) = x_n$ oznaczmy przez $x_2(t_j)$; $j = n + 1, n + 2, \dots, n + m$; $\gamma, r \in (0; +\infty)$.

Poszukiwanym korytarzem prognozy o horyzoncie czasowym $t > T$ są wartości $x(t)$ należące do przedziału $[x_1(t), x_2(t)]$.

W praktyce efektywność stosowania w prognozowaniu danych wskaźników określonej klasy modeli często jest niewielka. W związku z powyższym prognozowanie każdego konkretnego wskaźnika jest procesem twórczego wyboru modelu prognozowania spośród klasy wszystkich znanych modeli.

Do klasy tej należą [3, 5]:

□ stochastyczne modele autoregresji różnego stopnia:

$$x_t = a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + \dots + a_r x_{t-r}$$

□ stochastyczne modele autoregresji z trendem:

$$x_t = a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + \dots + a_r x_{t-r} + f(t)$$

(w charakterze trendu można wykorzystać następujące funkcje:

- stałą $f(t) = c_0$,
- liniową $f(t) = c_0 + c_1t$,
- kwadratową $f(t) = c_0 + c_1t + c_2t^2$,

□ sezonowe stochastyczne modele autoregresji z trendem i bez trendu:

$$x_t = \sum_{k=1}^r a_k x_{t-k} + \sum_{m=1}^s b_m x_{t-mp} + f(t) \quad (10)$$

gdzie: p - okres sezonu procesu prognozowanego, $f(t)$ - funkcja trendu;

□ zdeterminowane krzywe logistyczne:

- regresji liniowej: $x_t = b_0 + b_1t$

- regresji hiperbolicznej: $x_t = b_0 + \frac{b_1}{t}$; $x_t = \frac{1}{b_0 + b_1 t}$
 - regresji wykładniczej: $x_t = b_0 e^{b_1 t}$
 - regresji logarytmicznej: $x_t = b_0 + b_1 \ln t$
 - regresji typu $x_t = b_0 10^{b_1 t}$; $x_t = \frac{t}{b_0 + b_1 t}$; $x_t = \frac{1}{b_0 + e^{-t}}$
- $$x_t = b_0 t^{b_1}; x_t = \frac{b_0}{b_1 + t}; x_t = \frac{b_0 t}{b_1 + t}; x_t = b_0 e^{\frac{b_1}{t}}; x_t = b_0 10^{\frac{b_1}{t}}$$

- modele przejścia typu (2);
- wielowymiarowe modele autoregresji;
- wielowymiarowe liniowe modele regresji typu:

$$x_t = a_1 y_t^1 + a_2 y_t^2 + \dots + a_m y_t^m$$

$$x_t = [y_t]^{a_1} [y_t^2]^{a_2} \dots [y_t^m]^{a_m}$$

gdzie: y_t^i – wartość i -tego niezależnego czynnika w chwili t .

Zakończenie

Procedura określenia prognozy dla danego wskaźnika przewiduje kilka etapów postępowania: przygotowanie danych wejściowych, wybór klasy modeli prognozowania, ocenę parametrów modelu prognozowania, weryfikację adekwatności modelu prognozowania. Przygotowanie danych wejściowych wymaga określenia okresu podstawy prognozy. Okres podstawy prognozy powinien być stosunkowo krótki i powinien wyrażać tendencje zmian danego wskaźnika. Zbyt długi okres retrospektywnych wartości prognozowanego wskaźnika może mieć ujemny wpływ na wyniki prognozowania. Wynika to z braku zależności pomiędzy wcześniejszymi i kolejnymi wartościami prognozowanego wskaźnika, tj. współczynnika autokorelacji $r(x_t, x_{t-1}) \approx 0$, gdzie x_t – wartość prognozowanego wskaźnika w chwili t .

Dla podkreślenia „dojrzałości” danych retrospektywnych w analizie parametrów modeli można wykorzystać współczynniki wagi. I tak w ocenie parametrów modelu

$$w_t = f(a_0, a_1, \dots, a_m, t, \bar{X}_{t-k}) \quad (11)$$

gdzie $\bar{X}_{t-k} = (x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k})$ sumę kwadratów odchyłeń można wyrazić następująco:

$$S = \sum_{t=1}^r \omega_t [x_t - f(a_0, a_1, \dots, a_m, t, \bar{X}_{t-k})]^2 \quad (12)$$

gdzie: ω – współczynnik wagi danych retrospektywnych w chwili t .

Identyczne współczynniki $\omega_t = 1$ dla wszystkich chwil $t = 1, 2, \dots, \tau$ określają jednakową wartość wszystkich elementów szeregu czasowego. Dla stacjonarnych szeregów czasowych współczynniki wagi często mają postać $\omega_t = \alpha^t$, gdzie $0 < \alpha < 1$. Przy $\alpha \rightarrow 1$ zwiększa się wpływ na prognozę wczesnych wartości szeregu czasowego, zaś przy $\alpha \rightarrow 0$ „stare” dane odgrywają mniejszą rolę w prognozie.

Wyniki obserwacji realnych systemów mogą również zawierać zjawiska anomalne: wzrost zapotrzebowania na produkcję przy gwałtownym, związanym ze strajkami, spadku jej poziomu, gwałtowny spadek produkcji rolniczej w związku z suszą itp. Tego typu zjawiska nie poddają się dokładnemu opisowi matematycznemu. Budując prognozę, w takich przypadkach należy wykorzystać metody oparte na informacji niesformalizowanej i wiedzy ekspertów. Prognozując wskaźniki przewozów w regionie sieci transportowej

również ważna jest informacja o klasie modeli prognozowania, stosowanych we wcześniejszych prognozach.

Jednym „z wąskich gardeł” w prognozowaniu są metody określenia adekwatności modeli prognozowania do analizowanego procesu, gdyż jakościowa miara zgodności modelu i prognozy jest możliwa tylko w retrospektywie, zaś prognoza dotyczy przyszłości. Miarą zgodności modelu i prognozy są statystyczne współczynniki odchyłeń modeli od szeregu czasowego, takie jak: odchylenie standardowe, średnia arytmetyczna, współczynniki korelacji, błąd współczynnika korelacji i inne.

Czasami w budowie prognozy stosuje się techniczne sposoby określenia klasy modeli prognozowania. W szczególności jednym z nich jest podział szeregu czasowego na trzy części o różnym przeznaczeniu. Część pierwsza (przedział pierwszy) służy do oceny parametrów modelu, przedział drugi – do określenia stabilności parametrów modelu, zaś część trzecia (trzeci przedział) – do określenia adekwatności modelu prognozy do analizowanego procesu.

W prognozowaniu przewozów w regionie sieci transportowej, z powodu zbyt małej długości szeregów czasowych oraz malejącej wartości współczynników autokorelacji oraz wzrostu odstępów pomiędzy wartościami wskaźnika prognozowanego, techniczne sposoby określenia klasy modeli prognozowania są mało efektywne. Efektywne są natomiast decyzje dotyczące adekwatności, podjęte dzięki jakościowemu i ilościowemu porównaniu wyników. Porównania ilościowego dokonuje na podstawie analizy statystycznych współczynników odchyłeń wyników prognozy (przy zastosowaniu różnych modeli) od wartości szeregu czasowego, zaś porównanie jakościowe oparte jest na wizualizacji informacji i dodatkowej informacji niesformalizowanej.

Szeroka klasa modeli stosowana w prognozowaniu wskaźników przewozów jest podstawą wysokiej jakości wyników i wysokiej oceny ich adekwatności.

Bibliografia:

1. Gajda J., *Prognozowanie i symulacja a decyzje gospodarcze*, Wyd. C.H. Beck, Warszawa 2001.
2. *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowanie*, pod red. M. Cieślak, PWN, Warszawa 2001.
3. Zeliaś A., Pawełek B., Wanat S., *Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania*, PWN, Warszawa 2003.
4. Żukowska J., *Prognozowanie przewozów. Modele. Metody. Przykłady*, Politechnika Krakowska, Kraków 2005.
5. Żurkowski A., *Modelowanie przewozów międzyaglomeracyjnych*, „Problemy Kolejnictwa” 2009, z. 148.
6. Мамаев Э. А., *К оценке и прогнозированию пропускных способностей транспортных коридоров в регионе*, Научные труды РГУПС, Ростов н/Д, 2004.

Autor:

prof. nadzw., dr hab. inż. **Tadeusz Cisowski** – Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych w Dęblinie

Forecasting of the transport market

The paper presents the models used in forecasting transport indicators. Multilevel transport market models were discussed. The author proposed an algorithm for predicting carriage on the basis the assessment of the dynamics processes occurring in the macroeconomic environment of rail transport.

Keywords: forecasting, prediction models, models of carriage.