Analizy dotyczące procesów typu parabolicznego dla szacowania stabilności odwzorowań przemieszczeń terenu górniczego w systemie INGEO

W pracy przedstawiono rozważania dotyczące analizy w homomorfizmie procesów: deformacji z odniesieniem do drgań ośrodka (górotworu) generujących zagrożenia fizykalne podobszaru przekształceń topologicznych. Podstawowe są tu odwzorowania deformacyjne, służące do modelowania procesów przemieszczeń komunikujących się z procesem para-sejsmicznym. Cechami zależności czasowych są: struktura i dynamika procesów. Proces zniszczenia części warstw górotworu w otoczeniu eksploatacji złoża, wywołuje deformacje i najczęściej przekształcenia topologiczne kolejnych warstw, często generuje również wstrząsy górnicze - co związane jest głównie z przekroczeniem stanów granicznych ośrodka. Istotna jest tu informacja pomiarowa odnośnie do przekształceń ośrodka oraz zdefiniowania parametrów i miar charakteryzujących anizotropię jego struktur. Prace badawcze w projekcie INGEO dotyczyły m.in. rozwiązań bazujących na przystosowaniu opisu różniczkowego parabolicznego, wspomaganego monitorowaniem konkretnego fizykalnego procesu przemieszczeń. Wyróżniono w przestrzeni deformacji stan odwzorowania trajektorii procesu poprzez matematyczne algorytmy. Numeryczne modelowanie pól deformacyjnych wspomagane było, zastosowaniem sensorów GPS - innowacyjny bezpośredni monitoring - technologia GNSS on-line oraz czujników kompakcji do pomiarów złożonych pól przemieszczeń, co stanowi nową technologię. Zoptymalizowany – w zakresie parametrów- model trafnie odtwarza wzorcowy (wyniki pomiaru) rozkład przemieszczeń pionowych.

Słowa kluczowe: estymacja parametryczna, model paraboliczny, pomiary on-line, proces deformacji, trajektorie, zjawiska losowe

1. WPROWADZENIE

Podziemna eksploatacja złoża narusza pierwotny stan naprężeń górotworu w otoczeniu wyrobisk eksploatacyjnych - w konsekwencji następuje niszczenie warstw stropowych, generując proces przemieszczeń nadległych struktur geologicznych ośrodka. W skrajnych przypadkach powoduje to gromadzenie i wyzwalanie energii w górotworze i wstrząsy mogące powodować często tragiczne w skutkach tąpnięcia. Do oceny zagrożenia tąpaniami stosowane są w kopalniach doskonalone od lat iskrobezpieczne systemy, np. ARAMIS i ARES opisane w literaturze [4], [5] i [6], wykorzystujące w swym działaniu analizę drgań rejestrowanych w górotworze.

W innowacyjnym systemie INGEO przeznaczonym również do oceny zagrożenia tąpaniami dodatkowo umożliwiono dokonywanie rejestracji deformacji wyrobisk w rejonie wydobycia oraz precyzyjnych rejestracji deformacji na powierzchni w rejonie nad przemieszczającą się ścianą wydobywczą.

Procesy to fakty empiryczne odzwierciedlające zmiany zachodzące w kolejnych etapach rozwoju zjawiska i stanowiące istotne źródło wspomagania badań naukowych. Obserwacje geodezyjnie przemieszczania się punktów powierzchni terenu, stanowią podstawę szacowania przekształcenia podobszaru – nie są jednak w pełni wystarczające, bowiem często nie opisują zadawalająco złożoności procesów destrukcji górotworu [12].

Podstawową procedurą dochodzenia do ogólnych praw fizycznych jest wnioskowanie poprzez interpolację wyników eksperymentu [2]. Analizując proces przekształceń ośrodka generowany eksploatacją podziemną najczęściej postępujemy wg. schematu: hipoteza – sformułowanie problemu model. Przedmiotem rozważań jest tu modelowanie procesu przemieszczeń punktów górotworu w obszarze wpływów eksploatacji podziemnej.

Procesy, które zachodzą szybko lub są krótkotrwałe, podlegają z reguły metodom **monitoringu** (zawał, wstrząsy). Procesy, które zachodzą powoli i w długim okresie czasu można monitorować jak i modelować, jako procesy przemieszczeń pogórniczych. Procedury te pozwalają prowadzić T – optymalizację celem wyboru modelu dobrze przybliżającego analizowany proces.

Oczekiwanie, iż model będzie doskonale przystawał do danych, jest wygórowane – z wielu powodów. Jeśli zdarza się, że model pasuje do danych nie oznacza to, że jest modelem adekwatnym. Obserwowane ilościowo (pomiar) pole przemieszczeń jest nieliniowe oraz zaburzone losowo, więc dla różnych podzbiorów wyników eksperymentu nie jest spełnione globalnie minimum funkcji strat. Istota jest tu emergentną (wieloraką) złożonością [9].

2. CHARAKTERYSTYKA PROBLEMU

Celem projektu było wykorzystanie najnowszych osiągnięć współczesnej inżynierii dla stworzenia bazy i zarazem oferty nowoczesnych rozwiązań w dziedzinie wielorakich analiz przekształceń środowiska ukierunkowanych na zrównoważony rozwój oraz na poprawę jakości analizowanej podprzestrzeni.

Przedstawiono zatem techniki monitorowania oraz modelowania zmian środowiska w warunkach zagrożeń skojarzonych: drgania i przemieszczenia. Problematyka monitorowania drgań została wyczerpująco opisana np. w [4], a procesy przemieszczeniowe ośrodka o współrzędnych stanu, jako transformacja jednego stanu w inny poprzez destrukcję ośrodka w [13]. Ogólnie wiedzę podaje tzw. ogólny teoremat transportu wielkości ekstensywnych. Całą informację o polu wektorowym niesie *n* funkcji X_i których wartość koduje wartość współrzędnych wektora

$$X(x) = X_i(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x_i}$$

Współczesny rozwój techniki wymaga poszukiwania coraz dokładniejszych modeli matematycznych wraz z jednoczesnym uzyskiwaniem precyzyjniejszych informacji o otaczających nas zjawiskach. Odpowiednia wiedza w tym zakresie pozwoli na przewidywanie przebiegu i skutków analizowanego zjawiska w różnych warunkach, kontrolowanych przez człowieka czy też niekontrolowanych. Jeżeli fizycznie zlokalizowane punkty podobszaru nie są stabilne to dla zobrazowania tego ruchu wykorzystujemy znany fakt z topologii, że ciągłe i różnowartościowe odwzorowanie przestrzeni metrycznej zwartej jest homeomorfizmem na swój obraz (pomiar) [1]. Dalej, jeśli któraś z wartości własnych macierzy ma dodatnią część rzeczywistą, to punkt "stacjonarny" x_0 analizowanego podobszaru nie jest stabilny w sensie Lapunowa.

Działania naukowo-badawcze – w większości nowatorskie, realizowanie w projekcie poprawiają efektywność modelowania procesów destrukcji górotworu. Innowacyjne technologie pomiaru stanu ośrodka (rzeczywistej sceny) pozwalają dostroić modele w sensie optymalnego rozwiązania nowych zdefiniowań i adaptacji już istniejących rozwiązań przeznaczonych do oceny stanu zagrożenia środowiska. Pomiary sceny rzeczywistej rozumiemy szerzej niż pobieranie liczby. Ostatecznie są to dość skomplikowane procesy rozważane, jako mieszanina sytuacji czystych. W efekcie dochodzimy do pojęcia stanów własnych, wartości własnych oraz funkcji własnych.

Formalnie można zapisać odwzorowanie pomiarowe f_y jako złożenie następujących stanów:

$$f_y = k \circ m \circ s$$

gdzie:

- k funkcja odwzorowująca X w przestrzeń Ω przedmiotów poznania.
- m funkcja opisująca właściwy pomiar, czyli przyporządkowanie przedmiotom poznania $\omega \in \Omega$.
- s funkcja skalowania.

Jeżeli punkt ośrodka (powierzchni) w R²⁺¹ (X, Z; t) przemieszcza się pod wpływem rozwijającej się eksploatacji to fenomenologicznie pojawia się coś w rodzaju wędrującego wektora. Czy możliwym jest wyznaczenie (bez odwołania się do pomiaru) ruchu punktu, jeśli nie jest jednoznacznie określona trajektoria jego przemieszczania się – to problem otwarty zarówno w sensie geometrii różniczkowej jak i teorii pola [12], [14]. Wyznaczone pomiarowo trajektorie $w_i(x,t)$ czy też $u_i(x,t)$ przemieszczania się punktów są z prawdopodobieństwem dążącym do 1 różne dla istotnie różnych punktów przestrzeni. Wyniki pomiarów określają "wąskie" przedziały liczbowe, a funkcje przekształcające "f" są regularne. Jeśli pole U jest odpowiednio gładkie (np. klasy C¹), to problem początkowy jest lokalnie dobrze postawiony. Oznacza to, że dla każdego punktu $x \in M$ istnieje lokalnie jedyna krzywa całkowa $f_x(t)$, tj.

$$\langle -\varepsilon, \varepsilon \rangle \supset t \to f_x(t) \in M$$

startująca z tego punktu, tzn. spełniająca warunek początkowy $f_x(0) = x$.

Układ naprężeń w górotworze, w którym prowadzona jest eksploatacja górnicza zależy od istniejących warunków w układzie pierwotnym (przed rozpoczęciem robót górniczych) oraz od geomechanicznych uwarunkowań prowadzonej eksploatacji m.in. od sąsiedztwa zrobów czy kierunku postępu eksploatacji względem stref quasi stabilnych. Można więc wyróżnić w przestrzeni stan odwzorowania trajektorii procesu poprzez matematyczne algorytmy.

3. MODELOWANIE I ANALIZA PROCESU PRZEMIESZCZEŃ

Prace badawcze dotyczyły m.in. rozwiązań bazujących na przystosowaniu opisu różniczkowego wspomaganego monitorowaniem do odwzorowania konkretnego procesu fizykalnego. Opracowano modele i algorytmy opisujące deformacje górotworu w obszarze eksploatacji podziemnej.

Uzyskanie informacji o stanie destrukcji górotworu dostarczanej przez model matematyczny stanowi, że wszystkie parametry tego modelu będą dokładnie znane, jak również informacja pomiarowa dostarczana z urządzeń pomiarowych będzie dokładna. Formuła modelu oraz błędy pomiaru, implikują konieczność charakterystyki jakości modelowania [7]. Modelowanie procesu w powiązaniu z algorytmem lokacji pewnej (wystarczającej) liczby urządzeń pomiarowych pozwala na zdobycie dostatecznej wiedzy dla analizy podobszaru deformacji. Rozwiązania zostały więc ukierunkowane na wspomaganie działań dotyczących rewitalizacji środowiska oraz stanu bezpieczeństwa ludności. Niech $\Omega \in topR^n$ oznacza przestrzeń, w której zachodzi proces przemieszczeń pogórniczych, natomiast przez ω oznaczmy powierzchnię ograniczającą daną przestrzeń. Przez element $d\vec{\omega}$ przepływa elementarny strumień energii wyzwolonej bilansowanego układu [14], a mianowicie:

$$du = -\Phi d\vec{\omega}$$

 $d\vec{\omega}$ – element powierzchni traktowany, jako wektor \perp do $\omega d\vec{\omega}$

Lokalną miarą niejednorodności pola przemieszczeń jest jego gradient Φ definiowany przez prawo Fouriera:

$$\Phi = a \cdot \nabla u$$

Generowane eksploatacją górniczą pole przemieszczeń można opisać [14], korzystając ze sformułowań różniczkowych a mianowicie:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \Im\left(x,t,u,\frac{\partial u}{\partial x_1},\frac{\partial u}{\partial x_2},\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2},\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2},\Theta\right)$$
$$f\left(x,t,u,\frac{\partial u}{\partial x_1},\frac{\partial u}{\partial x_2},\Theta\right) = 0$$
$$u(x,0) = u_0(x)$$
(1)

j

gdzie:

$$\begin{split} \Omega &\in (a,b) \times (0,T), \ \partial'\Omega \\ \Omega & - \text{dwuwymiarowy spójny i ograniczo-} \\ & \text{ny obszar } \Omega \in R^2, \\ u &= u(x,t) & - \text{zmienna stanu,} \\ \Theta &= (\theta_1, \dots, \theta_m) - \text{wektor parametrów; } \Theta \in R^m. \end{split}$$

Dokładność estymacji parametrów Θ zależy od lokalizacji punktów obserwacyjnych, ważnym jest tu dobór miejsc obserwacji układu z czasoprzestrzenną dynamiką [8]. Obserwowane pole przemieszczeń w ogólności jest nieliniowe oraz zaburzone losowo niejednorodnością struktury górotworu. A więc obserwowane pomiarowo pole przemieszczeń podobszaru $u(x,t) = u^{pom}(x,.)$ jest obciążone.

$$E\left\{\varepsilon\left(x^{j},t\right)\right\}=0$$
$$E\left\{\varepsilon\left(x^{j},t\right)\right\}=\sigma^{2}\cdot\delta_{ij}\cdot\delta(t-\tau)\right\}$$

 $\delta_{ij} \cdot \delta(t-\tau)$ – odpowiednio delty Kroneckera i Diraca, $\{\varepsilon(x^j, t)\}$ – szum pomiarowy.

Estymatory parametrów:

$$\hat{\Theta} = \arg\min_{\theta \in \Theta} \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \left[y_{i}^{j} - \hat{u} \left(x^{j}, t_{i}; \theta \right) \right]^{2} \text{ pomiar dyskretny} \\ \hat{\Theta} = \arg\min_{\theta \in \Theta} \sum_{j=1}^{m} \int_{0}^{t} \left[y^{j} - \hat{u} \left(x^{j}(t), t; \theta \right) \right]^{2} dt \text{ pomiar ciagly}$$

$$(2)$$

Estymata $\hat{\theta}$ zależy od lokalizacji czujników x^{i} . Fakt ten uzasadnia potrzebę optymalnego doboru lokalizacji czujników, które maksymalizowałyby dokładność otrzymywanych estymat parametrów. Z pracy [7] wynika, że przy dostatecznie długim horyzoncie obserwacji odwrotność IMF (macierz Fishera) jest asymptotyczną macierzą kowariancji estymowanych parametrów – tj. miarą rozproszenia estymat wokół wektora prawdziwych wartości parametrów. Sekwencja $\{x^{1},...,x^{l}\}$ to różne miejsca wykonywania pomiarów, oraz ciąg odpowiadających im wartości $\{n,...,n\}$. Budujemy macierz punktów nośnika planu, którą definiujemy następująco, jako zbiór par:

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} x^1, x^2, \dots, x^l \\ p_1, p_2, \dots, p_l \end{bmatrix}$$
$$= \frac{n}{l}$$

Zakładamy, że przestrzeń stanów składa się ze skończonej liczby punktów $(x_0 < x_1 < ... < x_N) \subset R$ (stany dyskretne). Różnicowanie polega na przechodzeniu procesu do kolejnego stanu. Punkty x_i mogą również opisywać wydzielone grupy stanów. Model kontroli jakości rozkładu obserwowanego pola przemieszczeń, zwany również multikompartmentalnym, ma następującą postać [8]:

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = a_i(t) \cdot m_i(t) + b_{i-1}(t) \cdot m_{i-1}(t) - b_i(t) \cdot m_i(t) \quad (3)$$

gdzie:

gdzie p_i

- m_i ilość punktów w podobszarze odpowiadającym stanowi x_i ,
- *a_i* współczynnik wzrostu populacji w podobszarze *i* przez podziały wewnątrz podobszaru

 b_i – szybkość różnicowania.

Jak wspomniano, dokładność estymacji parametrów modelu zależy od lokalizacji w przedmiotowym obszarze punktów pomiarowych – pole nieliniowe obciążone. Ponieważ punkty pomiarowe z reguły są stacjonarne, zaś obserwacje realizowane są w skończonej liczbie sesji pomiarowych $t_1,...,t_k$ to zachodzi:

$$u_k^j = u\left(x^j, t_k: \hat{\theta}\right) + \mathcal{E}(x^j, t_k) \stackrel{j=1,\dots,n}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\overset{j=1,\dots,K}{\overset{j=1}{\underset{k=1,\dots,K}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}{\underset{k=1,\dots,K}{\underset{k=1,\dots,K}{\underset{k=1,\dots,K}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}{\underset{k=1,\dots,K}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}{\underset{k=1,\dots,K}}}}}}}}}}}}}}}}}}}$$

 $\varepsilon(x,t)$ – szum pomiarowy.

Numeryczne modelowanie emisji pól deformacyjnych wspomagane było, zastosowaniem sensorów – odbiorniki GPS [3], [11], dostosowano je do przekazu bezpośredniego – nowa technologia GNSS on-line oraz czujników kompakcji do pomiarów złożonych pól przemieszczeń, co stanowi innowacyjną technologię określania wpływu poszczególnych oddziaływań, jako całości przemieszczających się struktur górotworu. Spełnione są tu uwarunkowania teorii nie sprzecznej, jeśli nie ma formuły A takiej, że zarówno A jak i negacja A mogą być wyprowadzone z aksjomatów danej teorii za pomocą związanego z nią systemu dedukcji.

Algorytmicznie procedury modelowania stanowią, że:

- każdy stan rozwoju eksploatacji jest rzutowaniem procesu definiującego,
- istnieje przejście pomiędzy stanami,
- stan poprzedni ← ^{operator(prefiksu)}→ stan kolejnego zdarzenia,
- stan początkowy $l \neq 0$ to instancja procesu w klauzuli specyfikacji,
- stan końcowy l_N → END bez definicji kolejnych akcji.

4. ODWZOROWANIE PROCESU PRZEMIESZCZEŃ

Celem dokonania ilościowego opisu procesu według przedstawionej metodyki oraz algorytmów obliczeniowych, w projekcie INGEO przeprowadzono kilka eksperymentów obliczeniowych. Testy dotyczyły typowej sytuacji górniczo-geologicznej, tzn. pokład eksploatowano systemem ścianowym z zawałem stropu. Weryfikacja miała charakter wielowątkowy, dotyczyła głównie oceny użytkowej algorytmów, dokładności opisu oraz wpływu warunków dodatkowych (brzegowe i początkowe), na jakość odwzorowania. Ponadto dla każdego procesu aktywnego generowano brzeg obszaru pola przemieszczeń.

Porównywanie wyników symulacji numerycznych i wyników pomiarów doświadczalnych jest podstawowym etapem procesu dostrajania modeli matematycznych [9].

4.1. Model procesu przemieszczeń

Niech (X, Σ_1) i (X, Σ_2) oznaczają przestrzenie mierzalne

gdzie: X, Y – zbiory mierzalne, $\Sigma_1, \Sigma_2 - \sigma$ – algebry.

Statystyka T: $(X, \Sigma_1) \rightarrow (X, \Sigma_2)$ jest dostateczna wtedy i tylko wtedy, gdy istnieją *F* - mierzalne funkcje $g_{\theta} (\theta \in \Theta)$ oraz Σ_2 mierzalna funkcja *h* taka że:

$$p_{\theta}(x) = g_{\theta}(T(x)) \cdot h(x)$$

Statystyka T jest dostateczna wtedy i tylko wtedy, gdy gęstość rozkładu próby ($X_1, X_2, ..., X_n$) można przedstawić w postaci:

$$f_{\theta}(x_1,\ldots,x_n) = g_{\theta}(x_1,\ldots,x_n) \cdot h(x_1,\ldots,x_n)$$

czyli jako iloczyn funkcji h zależnej od wartości próby, ale niezależnej od parametru Θ i funkcji g_{θ} zależnej od parametru Θ i zależnej od próby, ale tylko poprzez wartość statystyki T (tw. o faktoryzacji).

Modelowanie to znalezienie jednej, najlepszej aproksymacji procesu:

$$O_X = F(X, \Theta) \tag{5}$$

Zwiększenie dokładności całkowania w czasie (1, 6) nie wymaga dodatkowych ograniczeń ze względu na czas i przestrzeń. Jest to możliwe dzięki zastosowaniu metody punktu środkowego (obliczenie pochodnej centralnej w 2 punktach, co daje znacznie większą precyzję) – metoda Cranka – Nicolsona.

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \eta \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \tag{6}$$

Aproksymacja rozwiązania

$$u = u_0 \left[\frac{x}{l} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{i \cdot \pi} (-1)^i \cdot \sin\left(\frac{i \cdot x}{l}\right) \cdot \exp\left(\frac{-i^2 \cdot \pi^2 \cdot k \cdot t}{l}\right) \right]$$
(7)

Prawdopodobieństwo wygenerowania wektora obserwacji O_t przez model M zadane jest następująco:

$$P(O_t|\mathbf{M}) = P(O_{t1}|\mathbf{M}) \cdot P(O_{t2}|\mathbf{M}), \dots, P(O_{ts}|\mathbf{M}) \quad (8)$$

4.2. Proces deformacji – odwzorowanie w 3D

Przedstawienie wyników modelowania w 3D (obiekt trójwymiarowy) zapewnia możliwość restytucji: zespół rzutów $\xrightarrow{restytucja}$ obiekt 3D z możliwością analizy jego własności geometrycznych z uwzględnieniem elementów niewłaściwych tworzących przestrzeń rzutową. Każdy bowiem obiekt trójwymiarowy składa się z wielu powierzchni - cyfrowa edycja obrazu. Poprawne odwzorowanie jest trudne, bowiem winno zapewniać, że osie współrzędnych prostokątnych przestrzennie rzutują się na dowolne współpękowe proste – co pozwala dowolnie dobrać układ aksjonometryczny $\xleftarrow{}$ (dimetria).

Przykłady rezultatów modelowania, również w 3D przedstawiają poniższe rysunki i wykresy.



Rys. 1. Przemieszczenia pionowe 3D – górotwór (40 m powyżej złoża)



Rys. 2. Przemieszczenia pionowe 3D – powierzchnia terenu



Rys.3. Wektory przemieszczeń poziomych 2D – górotwór (40 m powyżej złoża)



Rys.4. Rozkład pochylenia terenu 3D – powierzchnia



Rys. 5 Rozkład odkształceń poziomych 3D – powierzchnia terenu

4.3. Obserwacje geodezyjne pola przemieszczeń terenu górniczego

W ramach obserwacji geodezyjnych, w projekcie INGEO wykonano analizę zmian wysokości powierzchniowych punktów terenowych, dla punktów znajdujących się w rejonie eksploatacji kopalni – w strefie oddziaływań eksploatacji podziemnej.

Z uwagi na bardzo mały udział czynnika reologicznego w kształtowaniu się procesu deformacji, problem opisu nieustalonych niecek obniżeniowych można przyporządkować odwzorowaniu niecek ustalonych z uwzględnieniem wpływu kierunku i kolejności eksploatacji na ich kształt.

Założona sieć pomiarowa umożliwia pozyskanie informacji o deformacjach terenu górniczego. Stanowiska zostały usytuowane w sposób quasi-optymalny – wytypowano punkty o charakterystycznym położeniu w danym podobszarze. Zabieg ten pozwolił na późniejsze oszacowanie stanu procesu w dowolnym punkcie analizowanego terenu. Zaprojektowana osnowa pomiarowa zapewniała możliwość obserwacji pola przemieszczeń. Punkty pomiarowe rozmieszczono w odległościach ok. 25 m. Lokalizacja punktów pomiarowych sieci oraz jej gęstość zostały ustalone w sposób umożliwiający określenie:

- stanu zmienności przestrzennej pola deformacji,
- oszacowania przemieszczeń poza punktami pomiarowymi oraz w innym momencie czasu,
- prawdopodobieństwa przypisania danego punktu lub obszaru do kategorii zagrożenia terenu górniczego oraz prawdopodobieństwa przekroczenia wartości progowej.

Metoda wykrywania brzegu podobszaru deformacji to analiza lokalnych pochodnych. Pierwsza i druga pochodna odwzorowania pola zostały wykorzystane do detekcji miejsca brzegu. Gradient obrazu I w punkcie (x, y) jest wektorem określonym następującym wzorem:

$$\nabla I(x, y) = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} \end{bmatrix}$$
(9)



Rys. 6. Fragment mapy wyrobisk górniczych, pomiar i odwzorowanie przemieszczeń



Rys. 7. Porównanie wyników modelowania i monitoringu procesu przemieszczeń pionowych

5. WIZUALIZACJA ZBIORÓW WYNIKÓW MONITORINGU PRZEMIESZCZENIOWEGO GNSS ONLINE

Pomiary geodezyjne na terenach górniczych to podstawowe źródło informacji o deformacjach terenu, w tym o przemieszczeniach. Monitoring terenu górniczego należy rozumieć, jako nowatorskie przedsięwzięcie kontrolno – pomiarowe służące weryfikacji stanu deformacji konkretnego podobszaru górniczego, ale również, jako podstawa analiz przekształceń topologicznych danego rejonu [3], [11], które mogą być weryfikowane stosowaną metodą INSAR [10].

Równanie obserwacyjne fazy posiada następującą postać:

$$\Phi = \frac{f \cdot d}{c} + f(dt - dT) - \frac{f}{c}(d_{trop} - d_{jons}) + N + \varepsilon_{\Phi}$$
(10)

gdzie:

- Φ zmierzona faza,
- N początkowa nieoznaczoność pomiaru fazy,
- f częstotliwość fali nośnej,
- ε_{Φ} błąd pomiaru fazy,
- *d* odległość pomiędzy anteną odbiornika a satelitą,

dt – offset zegara satelitarnego,

- dT offset zegara odbiornika,
- djons opóźnienie jonosferyczne,
- dtrop opóźnienie troposferyczne,
- *c* prędkość światła,
- e_p błąd pomiarowy pseudoodległości.

Równanie obserwacyjne pseudoodległości posiada następującą postać:

$$p = d + c \cdot (dt - dT) + d_{trop} + d_{jons} + \varepsilon_p \qquad (11)$$

gdzie:

- p zmierzona pseudoodległość,
- d odległość pomiędzy anteną odbiornika a satelitą,
- ε_p błąd pomiarowy pseudoodległości.

W badaniach wykorzystano programowanie biurowe Trimble.

Obsługa systemu monitoringu wykonywana jest poprzez moduły:

- moduł do post-processingu danych GNSS (GPS) dla rozwiązań wektorów (linii bazowych) krótkich i długich,
- moduł Trimble RTK Engine dla rozwiązań RTK wektorów do 35 km,

- moduł Network Motion Engine do monitorowania sieci odbiorników GPS poprzez użycie wyznaczenia wielostanowiskowego,
- moduł Rapid Motion Engine dokładnie namierza pozycje anten w sieci zakładanej, w celu obserwacji niewielkich i powolnych deformacji oraz rzadko występujących gwałtownych ruchów (np. osunięcia, wstrząsy).

Najważniejszymi rezultatami monitoringu przemieszczeniowego w technologii GPS uzyskanymi w projekcie INGEO są następujące graficzne formy wizualizacji zbiorów wyników:

- kompletny widok satelitów na niebie, możliwych do zaobserwowania z dostępnych anten,
- wykresy trójkierunkowych przemieszczeń (Deformation monitoring),
- historia przemieszczeń w płaszczyźnie poziomej punktów zamocowania anten GPS, względem punktu obserwacyjnego (Scatter Plot).

Wykresy prezentowane przedstawiają graficzne obrazy (wizualizacje) w 3D przyrostów przemieszczeń szczytów wież w odniesieniu do położenia punktów zamocowania anten GPS w chwili startowej rejestracji wyników pomiarów monitoringowych przemieszczeń, wykonanych w technologii GPS.

Wykresom przemieszczeń w 3D przyporządkowano kolory:

- $-\Delta$ Northing północny kierunek przemieszczenia,
- $-\Delta$ Easting wschodni kierunek przemieszczenia,
- Δ Height pionowy kierunek przemieszczeń zmiana wzdłuż wysokości wieży).

Niech trajektorię przemieszczenia pomiędzy sąsiednimi chwilami czasu opisuje ogólne wyrażenie:

$$u = U_0 \ln\left(\frac{t}{\beta}\right) \tag{12}$$

z kolei pomiędzy punktami $u_i(t_i)$ oraz $u_{i+1}(t_{i+1})$ trajektoria przemieszczenia będzie przybliżeniem liniowym:

$$u^{l} = \frac{(t - t_{i}) \cdot (u_{i+1} - u_{i})}{(t_{i+1} - t_{i})}$$
(13)

Średnia odchyłka wynikająca z przyjętego przybliżenia liniowego od rzeczywistej wartości na odcinku pomiędzy u_i oraz u_{i+1} wynosi:

$$dt_{i} = \frac{1}{(u_{i+1} - u_{i})} \cdot \int_{i}^{i+1} (u - u^{i}) d\tau \qquad (14)$$



Rys. 8. Trajektorie przemieszczeń: ΔN; ΔE; ΔH punktu w okresie 22.03.2016 ÷ 28.04.2016



Rys. 9. Diagram przemieszczeń w 2D (E,N), punktu zamocowania anten GPS w okresie 24.09.2015 ÷ 28.04.2016



Rys.10. Przykładowy diagram przemieszczeń w 2D (E,N) dla badanego szybu – 28.04.2016 (z taktem $\Delta t = 0.25 h$)

Dodajmy, że istnieje możliwość rozbudowy systemu monitoringu stacji referencyjnej względem stacji ASG Eupos poprzez zakup jednej licencji oprogramowania T 4D Control.

Istotnym elementem monitoringu przemieszczeniowego w technologii GPS jest stwierdzona jego podstawowa użyteczność tzn.: ciągłe zobrazowanie przemieszczeń podobszaru górniczego oraz użyteczność w formie wspomagania pomiarów w trybie GPS RTK na liniach pomiarowych układu lokalnych sieci geodezyjnych, usytuowanych na obszarach górniczych.

Z rejestracji 2D w okresie 2 miesięcy (24.02 – 28.04. 2016) wynika, że pole trajektorii przebywania punktu szczytu wieży badanego szybu obejmowało obszar: w kierunku N = 11 mm, a w kierunku E = 9 mm.

6. WNIOSKI I SPOSTRZEŻENIA

Dla rzeczywistego procesu U (przemieszczeń) o trajektoriach prawostronnie ciągłych (càdlàg) został sformułowany i zanalizowany problem modelowania procesu, którego trajektorie winny być jednostajnie bliskie trajektoriom procesu U_p (obserwowanego)

Na podstawie dokonanych pomiarów geodezyjnych i technologii GNSS on-line i wielorakich analiz formalnych można przedstawić następujące wnioski:

- 1. Sformułowany model opisu procesu ewolucji przemieszczeń pogórniczych działa na odsprzężonym polu fizycznym – korzysta się tu z operacji linearyzacyjnych (całkowanie, dyskretyzacja itd.) W rozwiązaniu nie uwzględnia się efektów niemonotoniczności (wypiętrzenia, nieciągłości) typowych dla pól sprzężonych. Zoptymalizowany – w zakresie parametrów, model trafnie odtwarza wzorcowy (wyniki pomiaru) rozkład przemieszczeń pionowych. W otoczeniu brzegu $\partial\Omega$ pola przemieszczeń wyniki odwzorowania mogą być obciążone wymuszeniem ewolucji "swobodnego" brzegu.
- 2. Jakość odwzorowania. Mając różne parametry funkcji rozkładu i odpowiedni model możemy obliczyć wiarygodność danych. Przeprowadzona walidacja oprogramowania opracowanego dla potrzeb analiz prowadzonych w projekcie INGEO, obejmującego modelowanie procesów deformacyjnych z uwzględnieniem zaburzeń losowych potwierdziła zbieżność uzyskanych rezultatów z danymi otrzymanymi w wyniku monitorowania obiektu, jakim jest górotwór zlokalizowany nad obszarem eksploatacji.

- 3. Monitoring terenu górniczego przeprowadzony w projekcie INGEO należy rozumieć, jako nowatorskie przedsięwzięcie kontrolno-pomiarowe służące weryfikacji stanu deformacji konkretnego podobszaru górniczego. Jest to również podstawa analiz przekształceń topologicznych danego rejonu. Monitoring oparto o rozwiązania i modyfikację technologii GNSS: pomiary online. Technologie pomiaru Time-To-First-Fix (TTFF) umożliwiają poprawę dostępności sygnału satelitarnego w podobszarach trudnych środowiskowo - co pozwala zobrazować trajektorie oraz poszukiwać pewnej miary przestrzennej zależnej od czasu. Przedstawiona metodyka modelowania i monitoringu umożliwia T - optymalizację celem wyboru modelu dobrze przybliżającego analizowany proces.
- 4. Istotnie nowym elementem monitoringu przemieszczeniowego on-line w technologii GPS jest stwierdzona jego podstawowa użyteczność tzn.: ciągłe zobrazowanie przemieszczeń podobszaru górniczego oraz użyteczność w formie wspomagania pomiarów w trybie GPS RTK pojedynczych obiektów jak i linii pomiarowych układu lokalnych sieci geodezyjnych, usytuowanych na obszarach górniczych.
- 5. Aktualnie w opracowywaniu znajdują się wyniki badań wykonanych przy wykorzystaniu pełnego modelu stochastycznego. Ich celem jest próba uzyskania doświadczeń mających na celu określenie czy możliwe jest wykorzystywanie modelowania i opracowanych modeli uwzględniających losowy charakter badanych procesów dla predykcji występowania zagrożeń spowodowanych losowymi zdarzeniami, jakimi są wstrząsy górnicze. Uzyskanie miarodajnych rezultatów wymaga jednak dłuższego okresu prowadzenia obserwacji w powiązaniu z wynikami monitorowania w odniesieniu do parametrów zaobserwowanych wstrząsów.
- 6. Podjęcie próby skojarzenia procesów przemieszczenia ↔ drgania: to innowacyjne podejście do modelowania niepełnej informacji o preferencjach procesów. Wprowadzenie relacji typu trade-off, może być stosowane do analizy teoretycznej procesu podejmowania decyzji w odniesieniu do tzw. procesów koalicyjnych.

Literatura

- Adams R., Fournier J.: Sobolev Spaces. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2003.
- Allemang R.J., Brown D.L.: A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis. Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference, s. 110 -116, Orlando, 1982.
- Bosy J., Figurski M.: Problematyka opracowania obserwacji satelitarnych GPS w precyzyjnych sieciach lokalnych. Wydawnictwa Akademii Rolniczej we Wrocławiu, 2003.

- Isakow Z.: Safecomine intrinsically safe system for monitoring of hazards in mines related to disturbance of the strata and environment equilibrium. Proceedings of 7th International Symposium on Rockburst and Seismicity in Mines, Dalian, Chiny, 2009, s. 1045-1056.
- Isakow Z.: Systemy do oceny zagrożeń sejsmicznych w kopalniach. Cz. 1. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, 2004, 4/399, 5-18.
- Isakow Z.: Systemy do oceny zagrożeń sejsmicznych w kopalniach. Cz. 2. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, 2004, 5/400, 9-25.
- Khuri A. I., Cornell, J. A.: *Response Surfaces, Design and Analyses.* 2nd ed. Statistics: Textbooks and Monographs. Marcel Dekker, New York, 1996.
- Marciniak-Czochra A., Stiehl T., Ho A. D., Jäger W. and Wagner W.: Modeling asymmetric cell division in hematopoietic stem cells - regulation of self-renewal is essential for efficient repopulation. Stem Cells Dev., 2008.
- 9. McLachlan G. J.: Discriminant Analysis and Statistical Pattern Recognition. Wiley Interscience, Nowy Jork, 1992.
- Mirek K., Isakow Z.: Preliminary analysis of InSAR data from south-west part of Upper Silesian Coal Basin. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, 2009, 25/3, str. 239-246.
- 11. Narkiewicz J.: Globalny system pozycyjny GPS. Budowa, działanie, zastosowanie. Wyd. WKIŁ, 2008.
- Piwowarski W.: Estimation of the missing results of the surveys concerning a non-stationary post-mining dislocations field. Geodezja i Kartografia 52(3), Wydawnictwa PAN, Warszawa 2003.
- 13. Sweatt David J.: Mechanisms of memory. Elsevier, 2003.
- Uciński D.: Optimal Measurement Methods for Distributed-Parameter System Identification. CRC Press, Boca Raton, FL, 2005.

Artykuł powstał w wyniku realizacji projektu o akronimie INGEO, pt. Innowacyjne metody i system do oceny zagrożenia tąpaniami na podstawie probabilistycznej analizy procesu pękania i geotomografii online, dofinansowanego przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju w ramach Programu Badań Stosowanych, nr umowy PBS2/B2/8/2013.

> JACEK JUZWA IRENA KUCIARA KAZIMIERZ SICIŃSKI {J.Juzwa,I.Kuciara,K.Sicinski}@ibemag.pl Instytut Technik Innowacyjnych EMAG ul. Leopolda 31, 40-189 Katowice

WIESŁAW PIWOWARSKI prof. dr hab. inż. piwowar@agh.edu.pl Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska Akademia Górniczo Hutnicza al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków