

Joanna Bril, Edward Rydygier, Zygmunt Strzyżakowski

# Badania modelowe substruktur układu transportowego dla pojazdu szynowego kolei podziemnej

JEL: L92 DOI: 10.24136/atest.2018.409  
Data zgłoszenia: 19.11.2018 Data akceptacji: 15.12.2018

W artykule zostały przedstawione badania modelowe dynamiki układu transportowego dla struktury pojazdu szynowego kolei podziemnej. W tym przypadku przedmiotem badań jest układ pojazd szynowy – tor – tunel – podłoże gruntowe. Zbadano oddziaływania dynamiczne między tunelem a podłożem gruntowym zamodelowanym półprzestrzenią sprężystą. Wyznaczono transmitancje tunelu dla warunków pierwszej linii metra warszawskiego. Wykazano przydatność zaproponowanego sposobu modelowania oddziaływania kolei podziemnej na otoczenie w badaniach wpływu środków transportu na infrastrukturę miejską.

**Słowa kluczowe:** badania modelowe układu pojazd szynowy-tor-tunel-podtorze, półprzestrzeń sprężysta, oddziaływanie środków transportu na otoczenie

## Wstęp

Tor kolejowy może być posadowiony na gruncie dla kolei naziemnych lub za pośrednictwem tunelu dla kolei podziemnych. Dla kolei podziemnej model struktury badanego układu obejmuje oddziaływania między podstrukturą pojazdu szynowego a podstrukturą tor-tunel oraz podstrukturą tor-tunel a podstrukturą podłoża gruntowego.

## 1 Model struktury układu transportowego

Model struktury układu transportowego uwzględnia sześć podstawowych podstruktur (rysunek 1) [10]:

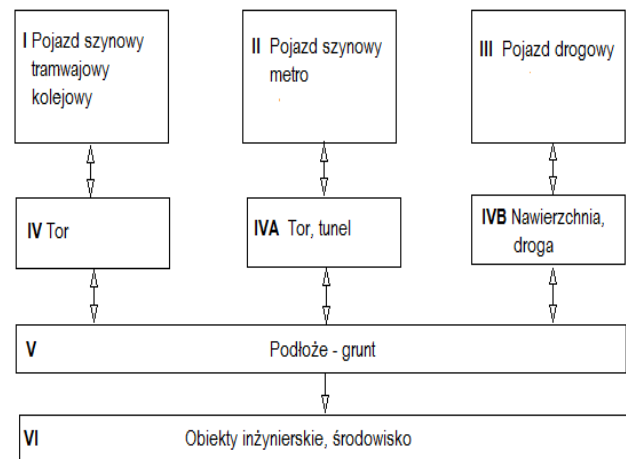
1. Substruktura pojazdu szynowego, kolejowego lub tramwajowego (Struktura I).
2. Substruktura pojazdu szynowego kolei podziemnej metra (Substruktura II).
3. Substruktura pojazdu drogowego (Substruktura III).
4. Substruktura jezdnii i toru (Substruktura IV).
5. Substruktura podłoża gruntowego jako ośrodka ciągłego w ogólności niejednorodnego (Substruktura V).
6. Substruktura konstrukcji obiektów inżynierskich znajdujących się w otoczeniu struktur I, II, III (Substruktura VI).

Pierwsze trzy z wyszczególnionych substruktur stanowią źródła generowania zakłóceń w postaci niepożądanych efektów w postaci hałasu i drgań [1]. Drgania powstałe podczas przejazdu pojazdów szynowych rozprzestrzeniają się w ośrodku (z założenia nieograniczonym) oddziałując na obiekty inżynierskie. Substruktury I, II, III są zwykle złożonymi układami mechanicznymi, które są źródłami oscylujących obciążeń ruchomych [2, 3]. Struktura IV obejmuje tor, tunele i jezdnie posadowione na gruncie, który traktowany jest jako ośrodek ciągły, odkształcalny, sprężysty lub lepko-sprężysty. Struktury IV zwykle są modelowane układami dyskretnymi, skupionymi typu masa-sprężyna, pasmami, płytami oraz układami dyskretno-ciągłymi opisującymi belki [7, 9, 10].

Struktura V obejmuje podłoże gruntowe w otoczeniu drogi, toru lub tunelu. Podłoże gruntowe stanowi ośrodek ciągły w ogólności

niejednorodny i anizotropowy, który przenosi różnego rodzaju fale wzdłużne, poprzeczne i powierzchniowe rozchodzące się od dróg, torów lub tuneli, które przeważnie propagują się w szerokim paśmie częstotliwości (od kilku do kilkuset herców). W niniejszej pracy do opisu podłoża gruntowego użyto modelu izotropowej jednorodnej półprzestrzeni sprężystej [8].

Strukturę VI stanowią obiekty inżynierskie (tunele, mosty i fundamenty budowli), czyli obiekty infrastruktury powierzchniowej i podpowierzchniowej, na które oddziałują zaburzenia akustyczne i fale rozprzestrzeniające się głównie w podłożu [3].



Rys. 1. Schemat modelu struktury układu transportowego

W takim ośrodku mogą występować trzy rodzaje fal: fale bezwzględne, dylatacyjne, wzdłużne (typu P od ang. *Primary wave*), fale wirowe, rotacyjne (typu S od ang. *Secondary wave*) oraz powierzchniowe (typu R, czyli fale Reylegha). Na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych stwierdzono filtracyjne własności gruntu. Składowe fal o wyższych częstotliwościach są pochłaniane bardziej niż składowe niskoczęstotliwościowe, co wpływa na zmianę kształtu fali [10].

Pomiędzy wymienionymi wyżej substrukturami występują oddziaływania sprzęgające te substruktury. Oddziaływania te mają charakter kontaktów mechanicznych przy warunkach brzegowych równości przemieszczeń, naprężeń lub ich pochodnych. W niniejszej pracy obiektem badań były substruktura II, IVA i V. Oddziaływania pomiędzy torem i tunelem (substruktura IVA) a podłożem (substruktura V) mają charakter mechaniczny przemieszczeniowy lub naprężeniowy. Oddziaływania tor – tunel – grunt należą do zasadniczych w dynamice całego układu transportowego pojazdu kolei podziemnej, gdyż określają ilość energii przenoszanej do gruntu [7].

## 2 Model dynamiczny układu pojazd – tor – tunel – podłoże gruntowe

W modelu dynamicznym układu pojazd – tor – tunel – grunt pojazd jest układem dyskretnym kontaktującym się z szynami za pomocą kół w sposób niezależny [1, 5]. Tunel kołowy jest modelo-

wany belką zginaną i skręcaną niezależnie obciążeniami wynikającymi z dyskretnych kontaktów z szynami [6]. Tunel zanurzony jest w otaczającym go gruncie stanowiącym ośrodek sprężysty, nieograniczony.

Równanie ruchu gruntu jako ośrodka ciągłego, sprężystego ma postać równania Lamé'go [4]

$$a_1^2 \nabla \nabla \mathbf{u} - a_2^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{u} = \ddot{\mathbf{u}} \quad (1)$$

gdzie:  $\mathbf{u}(u_x, u_r, u_\varphi)$  – wektor przemieszczeń we współrzędnych walcowych w półprzestrzeni sprężystej,  $\ddot{\mathbf{u}}$  – druga pochodna  $\mathbf{u}$  po czasie,  $a_1^2 = \frac{2\mu + \lambda}{\rho}$ ,  $a_2^2 = \frac{\mu}{\rho}$ ,  $a_1$  – prędkość fazowa fali podłużnej,  $a_2$  – prędkość fazowa fali poprzecznej,  $\lambda, \mu$  – stałe sprężystości Lamé'go,  $\rho$  – gęstość gruntu.

Warunki brzegowe kontaktu tunel – grunt dla  $r = R$  wyrażają ciągłość przemieszczeń obu podukładów i mają postać

$$u_x(R, \varphi, x, t) = \frac{\partial y}{\partial x} R \sin \varphi + \frac{\partial z}{\partial x} R \cos \varphi, \quad (2)$$

$$u_r = y \sin \varphi + z \cos \varphi,$$

$$u_\varphi = y \cos \varphi - z \sin \varphi + R\theta,$$

gdzie:  $y, z$  i  $\theta$  – przemieszczenia tunelu (rysunek 2).

Gdy pole przemieszczeń  $\mathbf{u}$  jest falowe, wówczas spełnia warunki promieniowania. W innych przypadkach powinno być regularne.

Tunel można opisać równaniami belki kołowej zginanej w dwóch prostopadłych płaszczyznach i skręcanej niezależnie od zginania w postaci:

W niniejszej pracy przyjęto równania ruchu tunelu w następującej postaci [9]

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - I \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho_t A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \int_0^{2\pi} [(R^2 \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial x} + R \sigma_{rr}) \cos \varphi + R \sigma_{r\varphi} \sin \varphi] d\varphi = q(x, t), \quad (3)$$

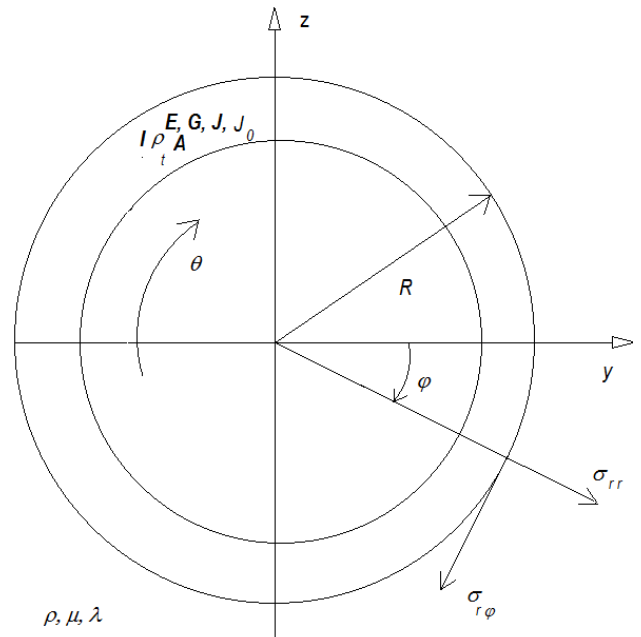
$$GJ_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \rho_t J_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + R^2 \int_0^{2\pi} \sigma_{r\varphi} d\varphi = q_s(x, t),$$

gdzie:  $q(x, t), q_s(x, t)$  – obciążenia,  $E, G$  – moduły elastyczności tunelu,  $I$  – poprzeczny moment bezwładności tunelu,  $J$  – połowy poprzeczny moment bezwładności,  $J_0$  – biegunowy poprzeczny moment bezwładności,  $\rho_t$  – gęstość masowa tunelu,  $\sigma_r, \sigma_\varphi$  – naprężenia we współrzędnych  $r, \varphi, x$ .

Naprężenia we współrzędnych  $r, \varphi, x$  wynoszą

$$\sigma_{rr} = 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] \quad (4)$$

$$\sigma_{r\varphi} = \mu \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} \right], \sigma_{rx} = \mu \left[ \frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right]$$



Rys. 2. Przekrój poprzeczny tunelu

Wyznaczone przemieszczenia w gruncie  $u_x, u_r, u_\varphi$  przy zastosowaniu transformacji Fouriera- Bessela (eliminacja zmiennej  $x$  i  $t$ ) wynoszą [6, 9]:

$$u_r = \{ \beta_1 \kappa_1 Z_1(\kappa_1 r) + \frac{1}{r} \beta_2 Z_1(\kappa_2 r) + ik [ \beta_{11} Z_0(\kappa_2 r) - \beta_{12} Z_2(\kappa_2 r) ] y \cos \varphi, \quad (5)$$

$$u_\varphi = - \{ \frac{1}{r} \beta_1 Z_1(\kappa_1 r) + \beta_2 \kappa_2 Z_1(\kappa_2 r) + ik [ \beta_{11} Z_0(\kappa_2 r) + \beta_{12} Z_2(\kappa_2 r) ] \}^* y \sin \varphi + R \frac{Z_0(\kappa_2 r)}{Z_0(\kappa_2 R)} \theta,$$

$$u_x = [ \beta_{11} \kappa_2 Z_0(\kappa_2 r) - \beta_{12} \kappa_2 Z_2(\kappa_2 r) - \frac{1}{r} \beta_{12} Z_2(\kappa_2 r) - ik \beta_1 Z_1(\kappa_1 r) ]^* y \cos \varphi,$$

gdzie:  $y, \theta$  – przemieszczenia tunelu w zależności od częstotliwości:

$$y(k, \omega) = \frac{R^4}{EJ} q(k, \omega) / [ k^4 R^4 - \frac{I}{EJ} R^4 k^2 \omega^2 - \frac{\rho_t^2}{EI} A \omega^2 R^4 - ik \Pi \frac{R^6}{EJ} \xi_1 + \frac{\Pi R^5}{EJ} \xi_2 ] \quad (6)$$

$$\theta(k, \omega) = \frac{R^2}{GJ_0} q_s(k, \omega) / [ R^2 \rho_t \frac{\omega^2}{G} - R^2 k^2 + \frac{\mu R^4}{GJ_0} \left[ r^2 \frac{Z_0''(r_2)}{Z_0'(r_2)} - 1 \right] ]$$

gdzie:  $Z_0, Z_1, Z_2$  – funkcje cylindryczne ze współczynnikami  $\kappa_1, \kappa_2$  przy zmiennej  $r$ , wielkości  $\beta_1, \beta_2, \beta_{11}, \beta_{12}$  – współczynniki z równań transformacji Fouriera-Bessela,  $\xi_1, \xi_2, r_2$  – współczynniki wprowadzone do obliczeń w trakcie wyznaczania przemieszczeń w gruncie.

Transmitancję przemieszczeń w gruncie  $t_i$  wyznaczono z następującej definicji [9]

$$S_{ui\ ui} = \langle u_i\ u_i^* \rangle = |t_i|^2 S_{qq}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

gdzie:  $u_1 = u_r, u_2 = u_\varphi, u_3 = u_x,$

$S_{qq}$  – funkcja gęstości widmowej obciążeń tunelu,

W przypadku skręcania tunelu można wyznaczyć transmitancję  $t_4$

$$S_{\theta\theta} = |t_4|^2 S_{qq}, \quad (8)$$

$S_{\theta\theta}$  – funkcja gęstości widmowej kąta skręcania tunelu.

Podobnie wyznaczono transmitancję naprężeń  $p_i$

$$S_{\sigma\sigma} = \langle \sigma_i\ \sigma_i^* \rangle = |p_i|^2 S_{qq}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (9)$$

gdzie:  $\sigma_1 = \sigma_{rr}, \sigma_2 = \sigma_{r\varphi}, \sigma_3 = \sigma_{xx}.$

Dla momentu zginającego tunel można wyznaczyć transmitancję  $r$

$$S_{MM} = |r|^2 S_{qq}. \quad (10)$$

### 3 WYNIKI OBLICZEŃ

W wyniku analizy numerycznej przy pomocy przestawionych wyżej modeli substruktur zostały wyznaczone kwadraty modułów transmitancji tunelu w zależności od częstotliwości dla warunków pierwszej linii metra warszawskiego. Dane odnośnie parametrów i współczynników wzięto z wyników badań geodynamicznych gruntu otaczającego linię metra (tablica 1) oraz z dokumentacji technicznej tunelu kołowego (tablica 2).

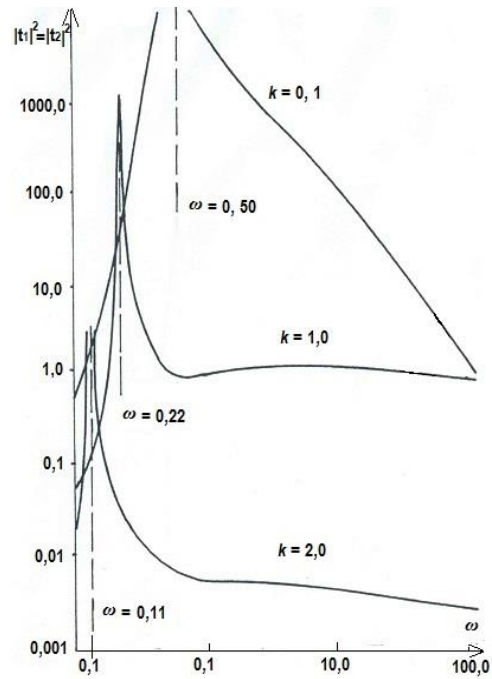
Tab. 1 Dane geodynamiczne gruntu

Miejsce linii Metra	$a_1$ [m/s]	$a_2$ [m/s]	$\rho$ [ $10^3$ kg/m <sup>3</sup> ]	$\lambda$ [MPa]	$\mu$ [MPa]	$\nu$ [MPa]
Lasek Bielański	420	210	1,8	153	79	214
Ogród Saski	750	320	2,8	728	205	563
Ursynów-Natolin	1000	325	2,3	1781	243	710

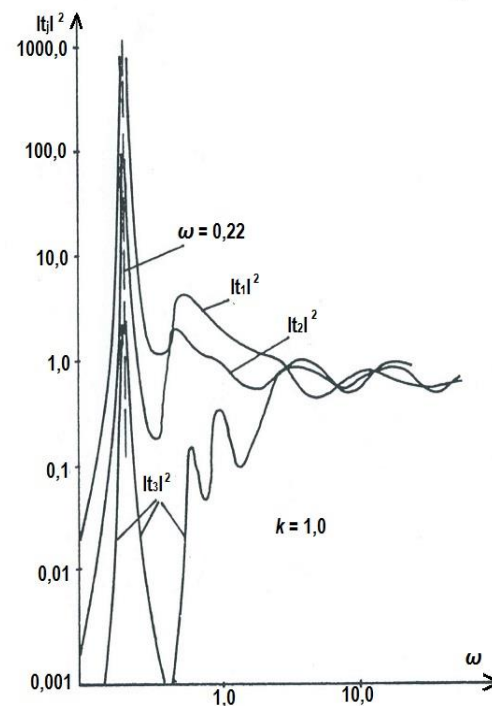
Tab. 2. Parametry tunelu Metra

Typ tunelu	$R$ [cm]	$h$ [mm]	$\rho_t$ [kGs <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ]	$E$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$G$ [MN/m <sup>2</sup> ]
Prefabrykowany	275	200	245	$2,7 \cdot 10^5$	$22 \cdot 10^4$
Tubingowy	275	22	740	$10^5$	$4 \cdot 10^4$

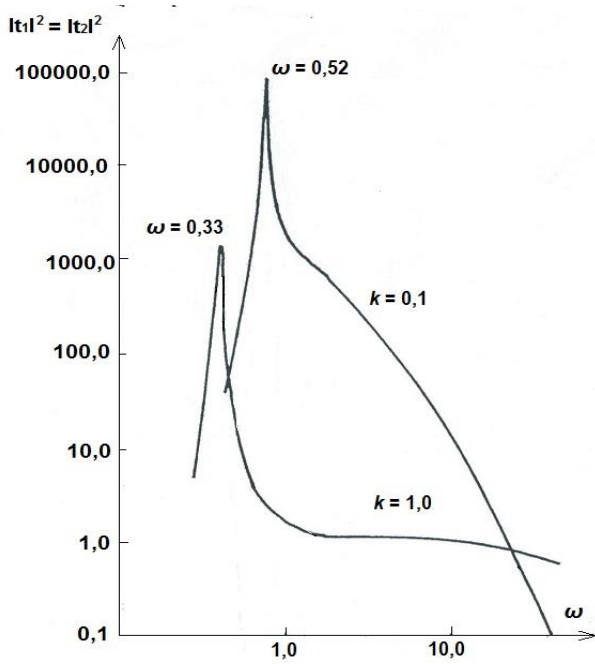
Wyniki badań przedstawiono w formie wykresów kwadratów modułów transmitancji na rysunkach 3-13, gdzie parametr  $d = \frac{r}{R}$ .



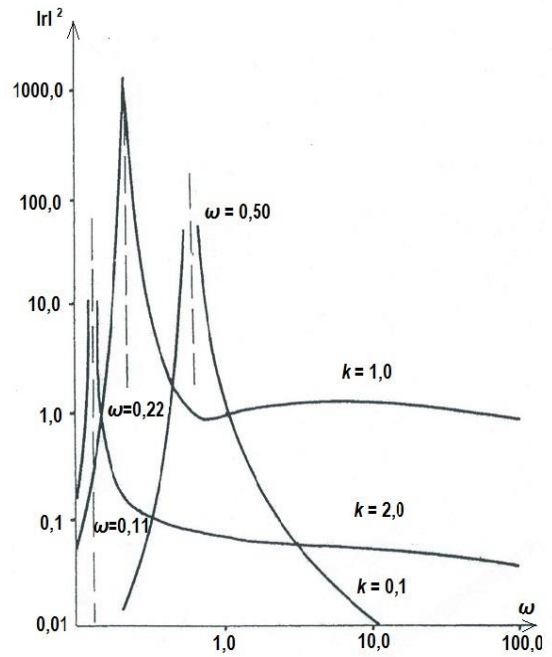
Rys. 3. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu półfabrykowanego, obszar Lasek Bielański,  $d = 1,0, \varphi = 0, \varphi = \pi/2$



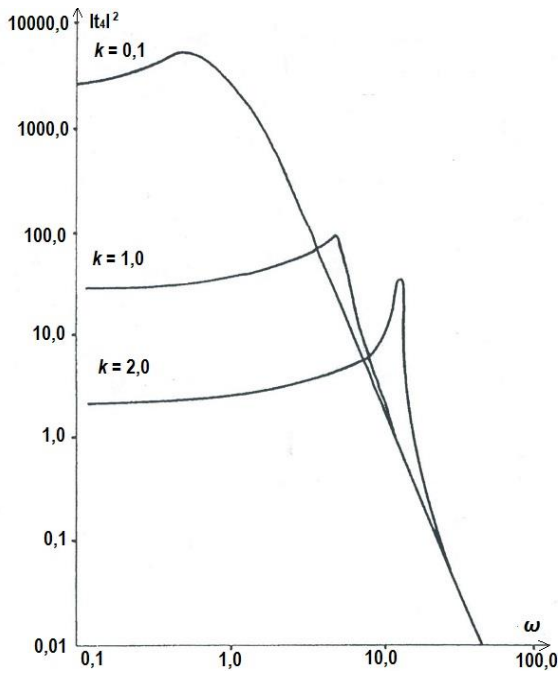
Rys. 4. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu półfabrykowanego, obszar Lasek Bielański,  $d = 2,0, \varphi = 0, \varphi = \pi/2$



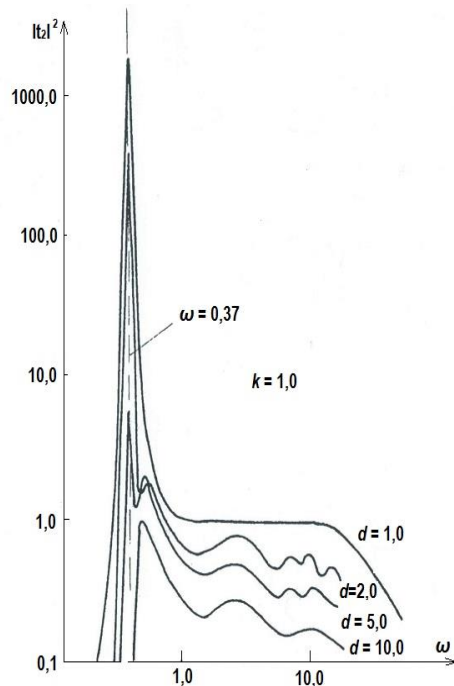
Rys. 5. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu tubingowego, obszar Lasek Bielański,  $d = 1,0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi/2$



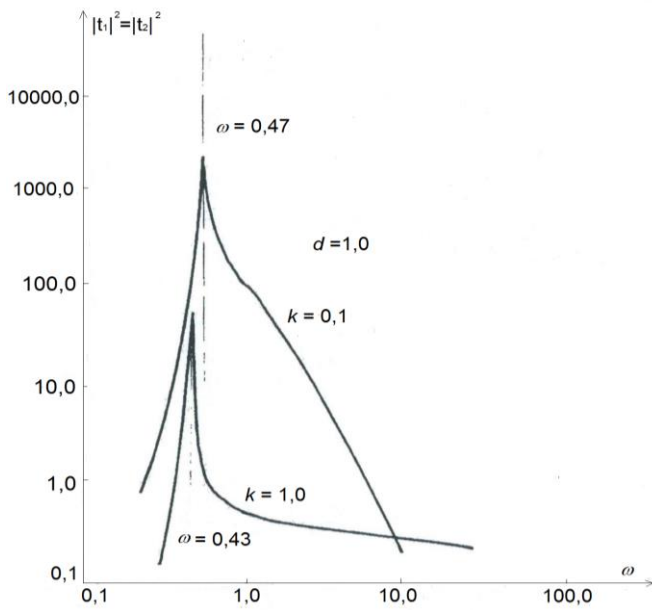
Rys. 7. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu półfabrykowanego, obszar Lasek Bielański, dla zginania tunelu,  $d = 1,0$



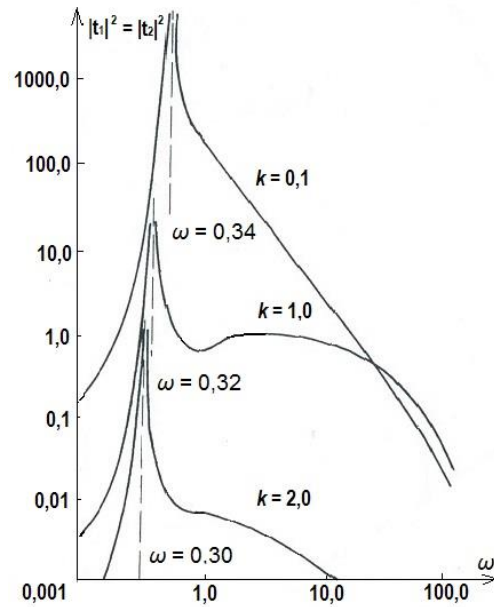
Rys. 6. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu półfabrykowanego, obszar Lasek Bielański, dla skręcania tunelu,  $d = 1,0$



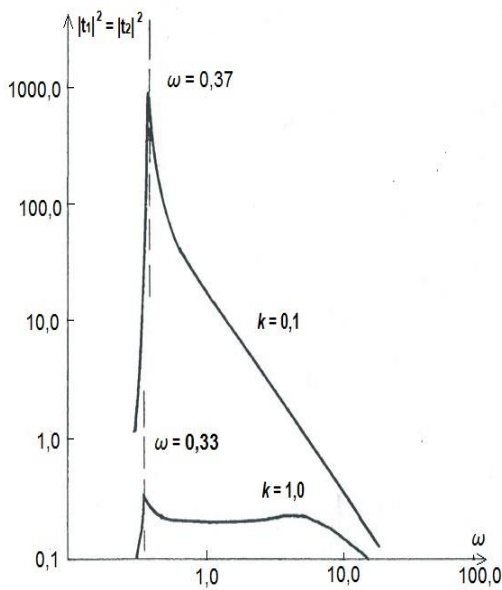
Rys. 8. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu półfabrykowanego, obszar Ogród Saski, dla przemieszczeń



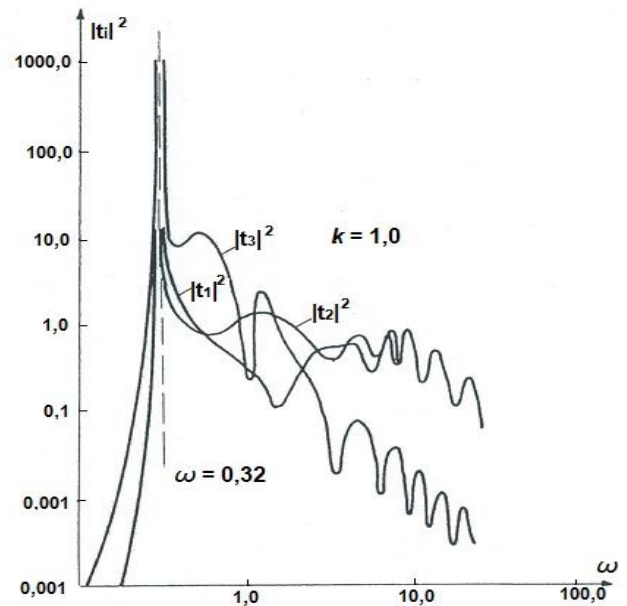
Rys. 9. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu tubingowego, obszar Ogród Saski,  $d=1,0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi/2$



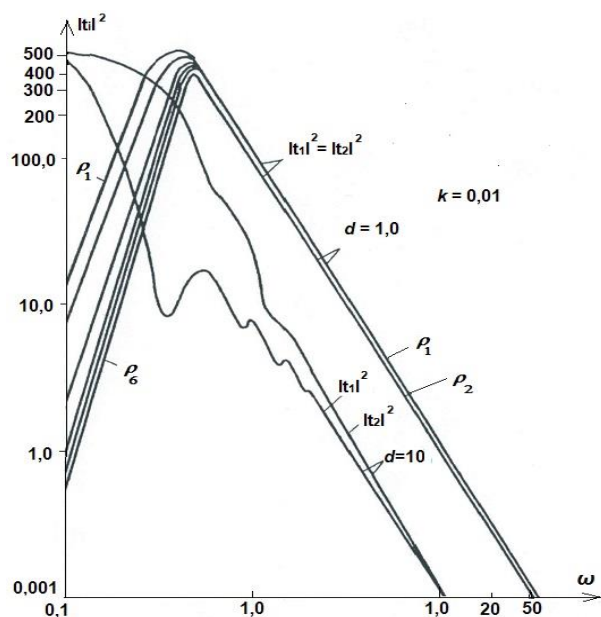
Rys. 11. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu półfabrykowanego, obszar Ursynów-Natolin,  $d = 1,0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi/2$



Rys. 10. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu tubingowego, obszar Ursynów-Natolin,  $d = 1,0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi/2$



Rys. 12. Kwadrat modułu transmitancji dla tunelu półfabrykowanego, obszar Ursynów-Natolin,  $d = 2,0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi/2$



**Rys. 13.** Kwadrat modułu transmitancji dla przemieszczeń,  $d = 1,0$  i  $d = 10,0$  dla różnych gęstości gruntu

Wnioski z analizy przedstawionych wykresów:

1. Układ tunelu w gruncie stanowi dla  $d = 1,0$  stanowi układ jednorodny w zakresie rozpatrywanego zakresu częstotliwości między mniej niż 10 do kilkudziesięciu o wyraźnie zaznaczonej części rezonansowej.
2. Drgania tunelu są tłumione ponieważ następuje przekazanie energii do gruntu w postaci fal objętościowych.
3. Występuje wyraźny spadek intensywności transmitancji w funkcji odległości od tunelu.
4. Ze wzrostem odległości ujawniają się pasmowo-filtracyjne własności gruntu.
5. Porównując transmitancje tunelu prefabrykowanego i tubingowego można stwierdzić, że ten ostatni w porównywalnych warunkach jest korzystniejszy, gdyż ma mniejszą transmitancję.
6. Przy  $k > \omega/c_{t2}$  mod tłumienia staje się modem nietłumionym, co ilustruje wykres dla  $k = 2$  (rysunek 3 i rysunek 11). Generowany jest wówczas stan własny, co skutkuje rozchodzeniem się energii w większości wzdłuż tunelu, a nie propagowaniem do gruntu, oznacza to ostry rezonans niebezpieczny dla tunelu, jak i stacji metra.
7. Pod względem dynamicznym grunt otaczający tunel ma znacznie lepsze właściwości przy stacjach południowych (Ursynów-Natolin), a niekorzystne właściwości w północnej części linii (obszar Łasek Bielański). Ilustrują to wykresy na rysunku 3 i rysunku 11, liczbowe różnice między transmitancjami są średnio rzędu 1,5-2,0 amplitudy odnośnie części południowej linii.

## Podsumowanie

Przedstawione w niniejszej pracy badania wpisują się w szersze studia nad wpływem środków transportu kolejowego na infrastrukturę miejską, procesy technologiczne oraz człowieka prowadzone w wielu specjalistycznych ośrodkach badawczych na świecie.

Przedstawione w artykule wyniki badań mogą zostać wykorzystane przy ocenie wpływu drgań, których źródłem są pociągi przemieszczające się w tunelach, na pobliskie obiekty inżynierskie. Ponadto mogą zostać wykorzystane do prac nad utrzymaniem wysokich wymagań komfortu jazdy oraz zapewnieniem bezpieczeństwa transportu przy respektowaniu zasad ochrony środowiska.

## Bibliografia

1. Chudzikiewicz J., Drożdżel J., Kisilowski J., Żochowski A., *Modelowanie i analiza dynamiki układu mechanicznego pojazd – tor*. PWN, Warszawa 1982.
2. Bril J., Rydygier E., The use of modelling of impact exerted by means of transport on the environment for ensuring safety. *Scientific Journal of the Military University of Land Forces*, vol. 50, no. 2 (188), 2018, pp. 162-175.
3. Bril J., Rydygier E., Strzyżakowski Z., Modeling of the impact of means of transport on environment. „Autobusy” 2016, nr 12, w dziale „Eksploatacja testy”, (artykuły recenzowane) na płycie CD, str. 843-850.
4. Gabryszewski Z., *Teoria sprężystości i plastyczności*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
5. Rydygier E., Strzyżakowski Z., *Modelling of contact problems involved in ensuring the safety of rail transport*. „LogForum” 2013, nr 9, pp. 231-238.
6. Rydygier E., Strzyżakowski Z., Badania modelowe wpływu transportu lądowego na otoczenie, „Autobusy” 2017, nr 12, w dziale „Eksploatacja testy”, (artykuły recenzowane) na płycie CD, str. 1275-1280.
7. Szcześniak W., *Wybrane zagadnienia kolejowe. Wzajemne oddziaływanie w układzie pojazd – tor kolejowy – podtorze – podłoże gruntowe*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Budownictwo, Z. 129, Ofic. Wyd. PW, Warszawa 1995.
8. Strzyżakowski Z.: *Investigation the vehicle-track-elastic half-space systems with regard to the wave phenomena*. TU Berlin, ILR Bericht 58, pp. 191-203, 1989.
9. Strzyżakowski Z., *Dynamika układu pojazd – tor – otoczenie modelowanego układem dyskretno-ciągłym*. Politechnika Warszawska, Prace Inst. Transportu, Z. 31, Warszawa 1992.
10. Strzyżakowski Z., *Modelowanie zjawisk dynamicznych w układach transportowych*. Wyd. Inst. Technol. Eksploat., Radom 2007.

## Model studies of the transport system substructures for underground railway

The article presents model studies of the dynamics of the transport system for the structure of the rail vehicle of the underground railway. In this case, the subject of the research is the system of rail vehicle – track – tunnel – subsoil. Dynamic interactions were investigated between the tunnel and the subsoil modeled with elastic half-space. Tunnel transmittances have been determined for the conditions of the first Warsaw subway line. The usefulness of the proposed modeling method in the study of the influence of modern means of transport on urban infrastructure has been demonstrated.

Key words: model studies of the rail vehicle-track-tunnel-subsoil system, elastic half-space, impact of means of transport on environment

## Autorzy:

dr inż. **Joanna Bril** – Podkarpacka Szkoła Wyższa im. bł. ks. Władysława Findysza w Jasle, Zakład Ekonomiki Zarządzania, ul. Na Kotlinę 8, 38-460 Jasło, e-mail: joannabril@vp.pl

dr **Edward Rydygier** – Urząd m. st. Warszawy, ul. Kodratowicza 20, 00-983 Warszawa, McLeod Institute of Simulation Sciences at the University of Technology and Humanities in Radom, e-mail: erydygier@gmail.com

prof. dr hab. inż. **Zygmunt Strzyżakowski** - Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny, Wydział Transportu i Elektrotechniki, McLeod Institute of Simulation Sciences, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom e-mail: zstrz@data.pl