

Wojciech BATKO, Paweł PAWLIK

AGH AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA, KATEDRA MECHANIKI I WIBROAKUSTYKI
Al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

Niepewność estymacji izolacyjności akustycznej przegród

Prof. dr hab. inż. Wojciech BATKO

Urodzony w 1946 r. Kierownik Naukowego Centrum Inżynierii Akustycznej w AGH. Autor i współautor ponad 300 publikacji, w tym 12 książkowych. Zajmuje się zagadnieniami dynamiki i wibroakustyki maszyn. W szczególności zagadnieniami: diagnostyki technicznej, monitoringu akustycznego środowiska oraz technologiami pomiarowymi w badaniach akustycznych. Członek Komitetu Akustyki PAN oraz Komitetu Budowy Maszyn PAN.



e-mail: batko@agh.edu.pl

Mgr inż. Paweł PAWLIK

Jest doktorantem Katedry Mechaniki i Wibroakustyki Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. W ramach swojej pracy doktorskiej zajmuje się analizą niepewności w modelowaniu parametrów akustycznych. Zajmuje się również budową systemów ciągłego monitoringu diagnostycznego urządzeń przemysłowych, opartych o analizę sygnałów wibroakustycznych.



e-mail: pawlik@agh.edu.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono sposób wyrażania niepewności estymacji izolacyjności akustycznej, oparty na redukcyjnej arytmetyce interwałowej. Zaproponowano rozwiązanie pozwalające na wyznaczenie zakresu możliwego błędu estymacji, przy uwzględnieniu możliwych rozbieżności w wartościach parametrów wejściowych. Zaproponowana metoda wskazuje na możliwość spójnej oceny różnych kategorii błędów, uzupełnia lukę formalną z jaką mamy do czynienia w praktycznym stosowaniu zaleceń przewodnika niepewności [1].

Słowa kluczowe: ocena niepewności, redukcyjna arytmetyka interwałowa, izolacyjność akustyczna.

Uncertainty of sound insulation estimation

Abstract

This paper presents the method for estimating the uncertainty of sound insulation of partitions based on the reductive interval arithmetic [4]. The variability ranges of input parameters were presented as interval numbers (Fig. 1). Based on the determined intervals, the sound insulation of partition was determined by performing operations on the interval numbers. As a result, there was obtained a range of variations of sound insulation as a function of frequency (Fig. 2). The proposed arithmetic allows determining the range of a possible estimation error of the parameter analyzed, when taking into account possible differences in the values of input parameters. The distribution of errors is asymmetric. The proposed method for evaluating the uncertainty shows the possibility of coherent assessment of various categories of errors, thereby fills the formal gap which exists in practical application of the recommendations of the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement [1].

Keywords: uncertainty evaluation, reductive interval arithmetic, sound insulation.

1. Wprowadzenie

Powszechnie stosowaną metodą oceny niepewności pomiaru jest prawo propagacji niepewności zawarte w przewodniku ISO/IEC Guide 98 [1]. Metoda ta bazuje na założeniach, które przy pomiarach akustycznych są niekiedy trudne do zaakceptowania. W szczególności kiedy wyniki pomiaru poziomów dźwięku, które są bazowe w procesie estymacji różnych parametrów akustycznych, mają rozkłady niesymetryczne. W przewodniku [1] zaleca się stosowanie innych metod wyznaczania niepewności, w sytuacjach gdy: występują trudności przy wyznaczaniu pochodnych cząstkowych badanego przedmiotu, funkcje gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych losowych nie są rozkładami normalnymi czy t-Studenta oraz gdy estymatory są skomplikowane i wymagają skomplikowanych obliczeń. W modelowaniu parametrów akustycznych bardzo często mamy do czynienia z powyższymi ograniczeniami. Ponadto nie wszystkie parametry wejściowe modeli akustycznych są wyznaczane za pomocą pomiaru, występują również współczynniki wyznaczone doświadczalnie jak i parametry określane na podstawie wiedzy ekspertów.

W takich przypadkach ciężko jest określić funkcję rozkładu prawdopodobieństwa tych zmiennych.

W artykule zaproponowano, aby zmienność parametrów wejściowych modelu była określana za pomocą liczb przedziałowych. Natomiast propagacja niepewności będzie zrealizowana przy użyciu formalizmu redukcyjnej arytmetyki przedziałowej. Takie podejście do oceny niepewności zostało już przedstawione w poprzedniej pracy autorów [2].

2. Arytmetyka przedziałowa jako narzędzie do wyznaczania niepewności

Arytmetyka przedziałowa, zaproponowana przez Moore'a [3] w latach 60-tych, stosowana była do kontroli błędów zaokrągleń w obliczeniach numerycznych. Zaletą formalizmu arytmetyki przedziałowej jest kontrola błędów na każdym etapie obliczeń. W niniejszej pracy autorzy wykorzystują formalizm arytmetyki przedziałowej do kontroli, nie tylko zaokrągleń w obliczeniach numerycznych, ale również do kontroli propagowanej niepewności pomiarowej jak i obliczeniowej.

W klasycznej arytmetyce przedziałowej, liczby przedziałowe reprezentowane są jako domknięte ograniczone zbiory liczb rzeczywistych:

$$\mathbf{x} = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in R : \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\}, \quad (1)$$

gdzie \underline{x} jest dolną granicą przedziału – infimum, natomiast \bar{x} oznacza górną granicę – supremum, natomiast x jest dowolną liczbą rzeczywistą należącą do przedziału.

Na zbiorze przedziałów zdefiniowane są podstawowe operacje arytmetyczne:

$$\mathbf{x} \diamond \mathbf{y} = \{z = x \diamond y : x \in \mathbf{x} \quad y \in \mathbf{y}\}, \quad (2)$$

gdzie \diamond jest jednym z operatorów: dodawania, odejmowania, mnożenia lub dzielenia. Operatory te, oprócz dzielenia, zdefiniowane są dla dowolnych przedziałów. Dla dzielenia należy założyć, że $0 \notin \mathbf{y}$.

Takie podejście do oceny niepewności może jednak prowadzić do przeszacowania wyniku obliczeń, jednym z powodów jest to, że klasyczna arytmetyka przedziałowa nie bierze pod uwagę korelacji pomiędzy zbiorami błędów. Z tego względu powstało wiele rozwinięć tej arytmetyki, jak i metod redukcji przedziałów. Jednym z tego typu rozwinięć jest redukcyjna arytmetyka interwałowa, zaproponowana przez Jakubca [4].

Związki zachodzące pomiędzy przedziałami w klasycznej i redukcyjnej arytmetyce przedziałowej są takie same. Jednak zasadniczą zaletą redukcyjnej arytmetyki przedziałowej jest wprowadzenie, współczynnika koherencji, który opisuje właściwości oraz korelację pomiędzy przedziałami, co sprowadza się do redukcji szerokości interwału.

Interwał w sensie arytmetyki przedziałowej może być traktowany jako suma dwóch jego niezależnych składników: środka \bar{x} i interwału nieobciążonego $\pm rad(\mathbf{x})$:

$$\mathbf{x} = [\underline{x}, \bar{x}] = [\bar{x} - rad(\mathbf{x}), \bar{x} + rad(\mathbf{x})] = \bar{x} \pm rad(\mathbf{x}) = \bar{x} + [-rad(\mathbf{x}), rad(\mathbf{x})] \quad (3)$$

Dzięki temu podejściu operacje na przedziałach można przeprowadzać oddzielnie dla tych dwóch składników. Operacje na środkach przedziałów, które są liczbami rzeczywistymi, wykonywane są według reguł obowiązujących dla tych liczb, natomiast operacje na interwałach nieobciążonych wykonywane są za pomocą redukcyjnej arytmetyki przedziałowej. W redukcyjnej arytmetyce przedziałowej dla każdej pary przedziałów określona jest liczba (4) nazywana współczynnikiem koherencji.

$$r_{ij} \in \mathbb{R}, \quad -1 < r_{ij} < 1, \quad (4)$$

Współczynnik ten opisuje właściwości poszczególnych przedziałów oraz zależności pomiędzy daną parą przedziałów, więc jest zależny od korelacji pomiędzy przedziałami. Przy operacjach dodawania, mnożenia i dzielenia dla współczynnika koherencji równego 1, dla odejmowania -1, otrzymujemy zależności takie jak dla klasycznej arytmetyki przedziałowej Moore'a.

3. Estymacja izolacyjności akustycznej

Pomiar izolacyjności akustycznej przegród budowlanych dokonuje się w laboratorium sprzężonych komór pogłosowych, gdzie badaną przegrodę umieszcza się pomiędzy komorami. Izolacyjność akustyczną właściwą wyznacza się na podstawie pomiaru poziomu ciśnienia akustycznego w komorze nadawczej oraz odbiorczej w kilku punktach pomiarowych oraz na podstawie zmierzonych czasu pogłosu w komorze odbiorczej. Sposób wyznaczania izolacyjności akustycznej opisany został wyrażeniem:

$$R = L_1 - L_2 + 10 \log \frac{ST}{0,16V}, \quad (5)$$

gdzie: L_1 – średni poziom ciśnienia akustycznego w komorze nadawczej, L_2 – średni poziom ciśnienia akustycznego w komorze odbiorczej, S – pole powierzchni próbki, V – objętość komory odbiorczej, T – czas pogłosu w komorze odbiorczej.

Do obliczeń wykorzystuje się wartości średnie poziomu ciśnienia akustycznego w komorze nadawczej i odbiorczej oraz wyznaczoną wartość czasu pogłosu z określonej liczby wyników pomiarowych. Ocena niepewności estymacji izolacyjności akustycznej jest zdeterminowana możliwymi rozbieżnościami, w tym danych wejściowych, jak i dokładnością pomiaru powierzchni próbki badanego materiału oraz objętości komory odbiorczej.

W artykule wszystkie parametry wejściowe modelu potraktowano jako liczby przedziałowe, reprezentujące zakres zmienności poszczególnych parametrów.

4. Zastosowanie redukcyjnej arytmetyki interwałowej

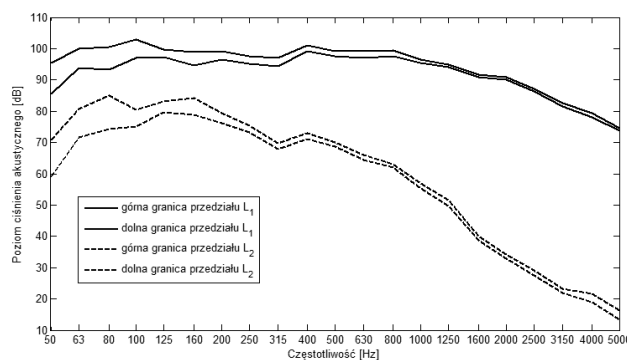
Na podstawie 70-cio elementowej próby pomiarowej poziomu ciśnienia akustycznego L_1 i L_2 oraz czasu pogłosu T wyznaczono zakresy zmienności tych parametrów w funkcji częstotliwości i zapisano je w postaci liczb przedziałowych. Do tego celu użyto metodę percentylową. Wyznaczono percentyle rzędu 2,5 i 97,5 w celu określenia końców przedziałów zmienności parametrów L_1 , L_2 i T z poziomem ufności równym 0,95.

Na rysunku 1 przedstawiono przedziały zmienności parametrów L_1 i L_2 w funkcji częstotliwości. Wyznaczono również niepewność pomiaru parametrów geometrycznych V i S .

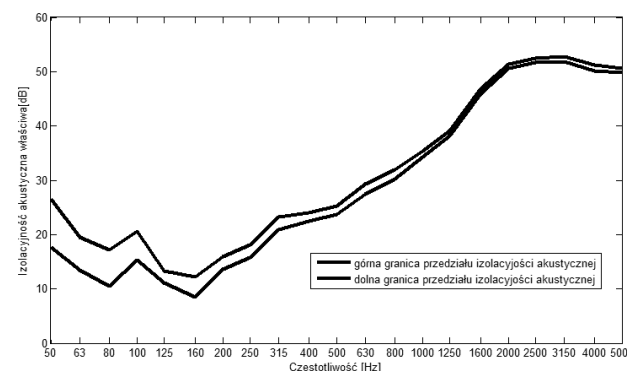
Następnie dokonano analizy niepewności wykorzystując redukcyjną arytmetykę interwałową. Wszystkie operacje matematyczne z zależności (5) przeprowadzono zgodnie z formalizmem redukcyjnej arytmetyki interwałowej opisanej w pracy [4].

Wynik estymacji dokonany zgodnie z formalizmem redukcyjnej arytmetyki interwałowej, również jest liczbą przedziałową. Na

rysunku 2 przedstawiono zakres zmienności izolacyjności akustycznej przykładowej próbki, w postaci dolnej i górnej granicy przedziału.



Rys. 1. Zakresy zmienności parametrów L_1 i L_2 w funkcji częstotliwości
Fig. 1. Ranges of parameter L_1 and L_2 variability as a frequency function



Rys. 2. Zakres zmienności izolacyjności akustycznej w funkcji częstotliwości
Fig. 2. Ranges of sound insulation variability as a frequency function

5. Podsumowanie

Przedstawiony w pracy formalizm modelowy wyznaczania zakresu możliwego błędu estymacji izolacyjności akustycznej przegród budowlanych, wskazuje na możliwość spójnej oceny różnych kategorii błędów, z jakimi mamy do czynienia w procesie badawczym. W szczególności, umożliwia uwzględnienie różnych probabilistycznych własności błędów parametrów wejściowych określających estymowany parametr, w tym niesymetryczności rozkładów błędów pomiarów poziomu dźwięku. Uzupełnia tym samym lukę formalną z jaką mamy do czynienia w praktycznym stosowaniu zaleceń przewodnika niepewności [1]. Takie podejście może być podstawą do rozważań naukowych, związanych z poszukiwaniami właściwych metod oceny niepewności, w badaniach akustycznych i analizach formalnej poprawności obecnych w akustyce rozwiązań.

6. Literatura

- [1] Guide 98-3, Guide to the expression of uncertainty in measurement, ISO/IEC 2008.
- [2] Batko W., Pawlik P.: Uncertainty Evaluation in Modelling of Acoustic Phenomena with Uncertain Parameters Using Interval Arithmetic, Acta Physica Polonica A, vol. 121 No. 1-A, s. A-152-155, Polish Academy of Sciences, Institute of Physics, Warszawa 2012.
- [3] Moore R. E.: Interval Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA 1966.
- [4] Jakubiec J.: Redukcyjna arytmetyka interwałowa w zastosowaniu do wyznaczania niepewności algorytmów przetwarzania danych pomiarowych, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej 2002.