

Andriy Czaban, Marek Lis, Karol Klatow, Jarosław Sosnowski, Andrzej Gastolek  
Politechnika Częstochowska, Częstochowa

## MODEL MATEMATYCZNY GENERATORA WIATROWEGO Z WARIATOREM PRZY ASYMETRYCZNYM OBCIĄŻENIU R-L

### MATHEMATICAL MODEL OF ELECTRIC POWER GENERATOR WITH VARIATOR DRIVEN BY WIND TURBINE AND LOADED BY UNBALANCED THREE-PHASE CIRCUIT RL

**Streszczenie:** W pracy, sformułowano ogólny model matematyczny zespołu elektroenergetycznego składającego się z generatora asynchronicznego, wariatora oraz asymetrycznego obciążenia RL. Równania stanu zapisano w postaci normalnej Cauchyego. Przeprowadzono analizę numeryczną procesów nieustalonych zachodzących w badanym obiekcie. Układ elektromechaniczny uwzględni podatność transmisji ruchu. Do sformowania różniczkowych równań stanu wykorzystano podejścia energetyczne dla układów nieholonomicznych.

**Abstract:** In the paper a general mathematical model of an electric power system is formulated. The system consists of asynchronous generator, variator and unbalanced three-phase resistive-inductive load circuit. State equations in Cauchy's standard form are given. A numerical analysis of transient processes, occurring in the investigated object, was carried out. The flexibility of motion transmission in electromechanical system is taken into account. The energy approaches were used in order to formulate the differential equations.

**Słowa kluczowe:** zasada Hamiltona, Euler-Lagrange'a system, zespół elektryczny, system nieholonomiczny  
**Keywords:** Hamilton's principle, Euler-Lagrange's system, electrical set, nonholonomic systems

#### 1. Wstęp

Elektromechaniczne przetwarzanie energii jest podstawą pracy wszystkich maszyn elektrycznych: indukcyjnych, synchronicznych, z magnesami trwałymi [3, 6]. Maszyny te na dzień dzisiejszy są szeroko wykorzystywane w gospodarce energetycznej, między innymi w źródłach pozyskiwania energii elektrycznej ze źródeł odnawialnych. Jako pierwotne źródło energii wykorzystuje się, w tych przypadkach, energię wiatru lub wody.

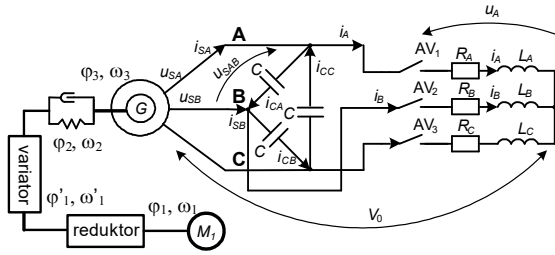
Wymienione urządzenia są bardzo efektywne w układach niewielkich mocy, gdy występuje problem przekazywania małej ilości energii na duże odległości, gdy występuje problem zabezpieczenia normalnej działalności i życia człowieka w ciężko dostępnych punktach. Wtedy powstaje problem budowania różnego rodzaju autonomicznych agregatów pojedynczych lub mini stacji elektrycznych, których elementami są generatory wiatrowe lub wodne. Większość urządzeń elektrycznych pracuje na konkretnym napięciu, co z kolei pociąga potrzebę zapewnienia stałej prędkości wirowania maszyn elektrycznych. W takim przypadku problem można rozwiązywać przy pomocy przykładowo skrzyni biegów. Rozwiązanie to nie zawsze daje dobre efekty, ponieważ dyskretna zmiana biegów

powoduje uderzenia momentów mechanicznych, co z kolei prowadzi do zmniejszenia niezawodności całego generatora. Dla bezawaryjnej pracy układu należałoby zastosować skrzynię z wielką ilością biegów, co bardzo zwiększa koszt urządzenia. Doświadczenie pokazuje, iż w podobnych sytuacjach należy wykorzystać nie dyskretna urządzenia do zmiany biegów, a analogowe. Jednym z najbardziej udanych urządzeń tego typu jest wariator [2].

Celem pracy jest sformułowanie modelu matematycznego generatora indukcyjnego, który poprzez wariator mechaniczny przekształca energię wiatru na energię elektryczną. Generator równolegle z baterią kondensatorów pracuje na asymetryczne aktywno-indukcyjne obciążenie. Układ dynamiczny jest nieholonomiczny, co zmienia zasady wykorzystania ogólnej zasady wariacyjnej [3] drogą formułowania zmodyfikowanej funkcji Lagrange'a [1], a także wykorzystania równań Lagrange'a drugiego rodzaju.

#### 2. Model matematyczny układu

Do analizy numerycznej wykorzystano układ elektromechaniczny, schemat którego przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat układu elektromechanicznego

Aby zapisać prawidłowo ruch układu wykorzystano rozszerzone równanie dynamiki, polegające na dołączeniu do równań Lagrange'a drugiego rodzaju składników, które uwzględnia nieholonomiczność układu [1, 2].

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial P}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi_R}{\partial \dot{q}_i} - Q_i + \sum_{k=s-d+1}^s \left( \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial P}{\partial q_k} + \frac{\partial \Phi_R}{\partial \dot{q}_k} - Q_k \right) h_{k,i} = 0, \quad \dot{q} \equiv \frac{dq}{dt}, \quad (1)$$

gdzie:  $T$  – energia kinetyczna,  $P$  – energia zachowawcza,  $\Phi_R$  – dysypacyjna funkcja Rayleigha,  $Q_i$  – uogólnione siły zewnętrzne,  $q, \dot{q}$  – uogólnione współrzędne oraz prędkości systemu,  $h_{k,i}(q, t)$  – współczynniki, charakteryzujące funkcji nieholonomicznych powiązań,  $d$  – liczba nieholonomicznych powiązań,  $k$  – liczba holonomicznych powiązań,  $s$  – liczba uogólnionych współrzędnych,  $j$  – bieżąca współrzędna.

W jakości uogólnionych współrzędnych wykorzystano ładunki w uzwojeniach silników indukcyjnych:  $q_{(1-6)} = Q'_{(1-6)}$  i kąty obrotu jednostek

inercyjnych:  $q_{(7-9)} = \Phi_{(1-3)}$ . W jakości uogólnionych prędkości odpowiednio prądy w wymienionych uzwojeniach oraz prędkości wirowania inercyjnych jednostek systemu:

$$\dot{q}_{(1-6)} = \dot{i}_{(1-6)}, \quad \dot{q}_{(7-9)} = \omega_{(1-3)}, \quad [2 - 7].$$

Ponieważ układ jest nieholonomiczny, do systemu równań (1) należy dołożyć równania nieholonomicznych powiązań [1]

$$\dot{q}_k = \sum_{m=1}^{s-d} h_{km} \dot{q}_m + h_k,$$

$$k = (s-d+1, s-d+2, \dots, s) \quad (2)$$

Wariując (izochronicznie) wyrażenie (2) otrzymano:

$$\delta q_k = \sum_{m=1}^{s-d} h_{km} \delta q_m,$$

$$k = (s-d+1, s-d+2, \dots, s) \quad (3)$$

gdzie  $\delta$  – symbol wariowania.

Analizując schemat z rys. 1, to nieholonomiczność układu dotyczy tylko wariatora. Współczynnik funkcji nieholonomicznych powiązań można zapisać w postaci [2]:

$$h_{21} = \frac{\Phi_2(t)}{\Phi_1(t)} \quad (4)$$

Warto zauważyć, że ogólne równania ruchu układów nieholonomicznych (1) można uzyskać z prawa Hamiltona [8], w tym także z jego zmodyfikowanej formy [3, 4].

Z równania (1), uwzględniając (4) po przekształceniach otrzymujemy system:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \omega_1} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} + \frac{\partial P}{\partial \varphi_1} + \frac{\partial \Phi_R}{\partial \omega_1} - Q_1 + \left( \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \omega_2} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} + \frac{\partial P}{\partial \varphi_2} + \frac{\partial \Phi_R}{\partial \omega_2} - Q_2 \right) h_{21} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \omega_3} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} + \frac{\partial P}{\partial \varphi_3} + \frac{\partial \Phi_R}{\partial \omega_3} - Q_3 = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial i_{Sj}} + \frac{\partial \Phi_R}{\partial i_{Sj}} - Q_{Sj} = 0, \quad j = A, B, C \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial i_{Rj}} + \frac{\partial \Phi_R}{\partial i_{Rj}} - Q_{Rj} = 0, \quad j = A, B, C \quad (8)$$

gdzie  $\tilde{T}$  – koenergia kinetyczna ( $T \square \tilde{T}$ ),  $S, R$  – stojan, wirnik generatora [3, 4, 7].

Elementy funkcji energetycznych, wchodzące w system równań (5) – (8) [2 – 6]] można opisać w następujący sposób:

$$\tilde{T} = \sum_{i=1}^3 \int_0^{i_{Sj}} \Psi_{Sj} di_{Sj} + \sum_{j=1}^3 \int_0^{i_{Rj}} \Psi_{Rj} di_{Rj} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} +$$

$$+ \frac{J_2 \omega_2^2}{2} + \frac{J_{EM} \omega_3^2}{2}, \quad P = c_{23} \frac{(\varphi_3 - \varphi_2)^2}{2},$$

$$\Phi_R = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 (r_{Sj} i_{Sj}^2 + r_{RLj} i_{Rj}^2) + v_{23} \frac{(\omega_3 - \omega_2)^2}{2},$$

$$Q_1 = M_1(\omega_1), \quad Q_2 \equiv 0, \quad Q_3 = M_{EM},$$

$$Q_{4-9} = -u_{Sj}, -u_{Rj}, \quad j = A, B, C \quad (9)$$

gdzie  $\Psi_{Sf}, \Psi_{Rf}$  – pełne strumienie skojarzone stojana i wirnika odpowiednie;  $J_1$  – całkowity moment bezwładności wirnika silnika napędowego;  $J_2$  – moment bezwładności wtórnego wała wariatora;  $J_{EM}$  – moment bezwładności wirnika generatora  $u_S, u_R$  – napięcie generatora oraz napięcie na prętach klatki wirnika;  $c, v$  – współczynniki sztywności oraz rozproszenia sprzęgła elastycznego wałoprzewodu;  $M_1(\omega_1)$  – moment rozruchowy silnika napędowego;  $M_{EM}$  – moment elektromagnetyczny generatora;  $r_S, r_{RL}$  – rezystancja stojana oraz części czołowej wirnika generatora;  $c, v$  – współczynniki sztywności oraz dyssypacji. Energia uogólnionych sił gałęzi obciążenia została przedstawiona w postaci uogólnionej siły  $Q_{4,5,6}$  [3, 6].

Równania powiązań między prędkościami pierwotnego i wtórnego wałów wariatora opisane są zależnościami [1, 2]:

$$\omega'_1 = c_0 \omega_1 = k_T(t) \omega_2, \quad k_\Sigma(t) = c_0 k_T(t) \quad (10)$$

gdzie:  $c_0$  – przekładnia reduktora,  $k_T(t)$  – przekładnia wariatora jako funkcja czasowa,  $k_\Sigma(t)$  – przekładnia wałoprzewodu od silnika do generatora, rys. 1.

Uwzględniając wyrażenia (9) w zależności (5) otrzymano:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \omega_1} - M_1 + \left( \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \omega_2} + \frac{\partial P}{\partial \varphi_2} + \frac{\partial \Phi_R}{\partial \omega_2} \right) h_{21} = 0 \quad (11)$$

Uwzględniając w (11) wyrażenia funkcji energetycznych (9) można zapisać:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \omega_1} \frac{J_1 \omega_1^2}{2} \right) - M_1 + \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \omega_2} \frac{J_2 \omega_2^2}{2} \right) + \right. \\ & \left. + c_{23} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} \frac{(\varphi_3 - \varphi_2)^2}{2} + v_{23} \frac{\partial}{\partial \omega_2} \frac{(\omega_3 - \omega_2)^2}{2} \right) h_{21} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Po dokonaniu przekształceń:

$$\begin{aligned} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} - M_1 + \left( J_2 \frac{d\omega_2}{dt} + c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + \right. \\ \left. + v_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) \right) h_{21}(t) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Skąd, z uwzględnieniem wyrażenia (10), otrzymano ostatecznie równanie w postaci Causze'go:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_2}{dt} = \left( \frac{k_\Sigma(t)}{h_{21}} J_1 + J_2 \right)^{-1} \left( -\frac{1}{h_{21}} \frac{dk_\Sigma(t)}{dt} J_1 \omega_2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{h_{21}} M_1 - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - v_{23}(\omega_2 - \omega_3) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

W podobny sposób otrzymano kolejne równania ruchu:

$$\frac{d\omega_3}{dt} = \frac{1}{J_3} (c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + v_{23}(\omega_2 - \omega_3) - M_{EM}) \quad (15)$$

W przypadku wykorzystania w analizowanym układzie zamiast wariatora zwykłej skrzyni biegów, to układ elektromechaniczny przyjmuje postać holonomicznego: (przekładnia będzie stała) i daje to możliwość bezpośredniego wykorzystania standardowego równania Lagrange'a drugiego rodzaju [1, 7, 8]

$$k_\Sigma(t) = k_T = \text{const} \Rightarrow \frac{dk_\Sigma(t)}{dt} \equiv 0 \quad (16)$$

Wtedy równanie (13) istotnie upraszcza się i przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{1}{(k_T^2 J_1 + J_2)} \left( k_T M_1 - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - \right. \\ \left. - v_{23}(\omega_2 - \omega_3) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Podstawiając wyrażenia opisujące elementy funkcji energetycznych (9) do równań (7) i (8), otrzymano równania części elektrycznej układu w postaci macierzowo-wektorowej [2 – 7]

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = -\mathbf{u}_S - \mathbf{r}_S \mathbf{i}_S, \quad \frac{d\Psi_R}{dt} = -\mathbf{u}_R - \mathbf{r}_{RL} \mathbf{i}_R \quad (18)$$

Z równań (18) po dokonaniu przekształceń matematycznych otrzymano równania stanu części siłowej jako model typu-A [3, 4, 6, 7]:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_S}{dt} = \mathbf{A}_S (-\mathbf{u}_S - \mathbf{r}_S \mathbf{i}_S) + \\ + \mathbf{A}_{SR} (-\mathbf{u}_R - \Omega \Psi_R - \mathbf{r}_{RL} \mathbf{i}_R) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_R}{dt} = \mathbf{A}_{RS} (-\mathbf{u}_S - \mathbf{r}_S \mathbf{i}_S) + \\ + \mathbf{A}_R (-\mathbf{u}_R - \Omega \Psi_R - \mathbf{r}_{RL} \mathbf{i}_R) + \Omega \mathbf{i}_R \end{aligned} \quad (20)$$

gdzie  $\mathbf{A}_S, \mathbf{A}_{SR}, \mathbf{A}_{RS}, \mathbf{A}_R$  – współczynniki, zależne od indukcyjności rozproszenia i magnesywania generatora asynchronicznego,  $\mathbf{\Omega}$  – macierz wirowania maszyny [7].

Napięcie  $u_R$  wyznaczono z równań pola elektromagnetycznego [2 – 4, 7]

$$\frac{d\mathbf{H}_k}{dt} = \frac{1}{\mu\gamma(\Delta z)^2}(\mathbf{H}_{k-1} - 2\mathbf{H}_k + \mathbf{H}_{k+1}) \quad (21)$$

gdzie:  $\mathbf{H}$  – natężenie pola magnetycznego w żłobku wirnika  $\mu$  – przenikalność magnetyczna przewodu w żłobku wirnika,  $\gamma$  – przewodność elektryczna właściwa przewodów w żłobku wirnika  $k$  – numer jednostki dyskretyzacji, ( $k \geq 12$ ).

Napięcie w prętach klatki wirnika [4, 7] opisuje zależność:

$$\mathbf{u}_R = -l \frac{k_u k_i}{2\gamma\Delta z} (-3\mathbf{H}_1 + 4\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_3) \quad (22)$$

gdzie:  $k_u, k_i$  – współczynniki transformacji napięcia i prądu [7].

Wektor kolumnowy  $\mathbf{u}_S$  można zapisać w postaci [3, 6]

$$\mathbf{u}_S = \begin{bmatrix} u_{SA} & u_{SB} \end{bmatrix}^T \quad (23)$$

gdzie [6]

$$u_{SA} = \frac{1}{3}(2u_{CA} + u_{CB}), \quad u_{SB} = \frac{1}{3}(u_{CB} - u_{CA}) \quad (24)$$

Napięcia na baterii kondensatorów oraz prądy w gałęziach obciążenia [6] opisują zależności:

$$\frac{du_{CA}}{dt} = \frac{1}{3C}(i_{SA} - i_{SB} + i_B - i_A) \quad (25)$$

$$\frac{du_{CB}}{dt} = \frac{1}{3C}(i_{SA} - 2i_{SB} - 2i_B - i_A) \quad (26)$$

$$\frac{di_A}{dt} = \frac{1}{a_1}(a_2 u_{CA} + a_3 i_A + a_4 u_{CB} + a_5 i_B) \quad (27)$$

$$\frac{di_B}{dt} = \frac{1}{b_1}(b_2 u_{CA} + b_3 i_A + b_4 u_{CB} + b_5 i_B) \quad (28)$$

gdzie [6]

$$a_1 = \frac{L_A L_B + L_B L_C + L_A L_C}{L_B}, a_2 = -\frac{L_B + L_C}{L_B}, a_4 = -1$$

$$a_3 = -\left(\frac{L_B + L_C}{L_B} R_A + R_C\right)$$

$$a_5 = -\left(\frac{L_B + L_C}{L_B} R_B + R_B + R_C\right);$$

$$b_1 = \frac{L_A L_B + L_B L_C + L_A L_C}{L_C},$$

$$b_2 = 1, \quad b_3 = -\left(\frac{L_A}{L_C} R_C - R_A\right),$$

$$b_4 = -\frac{L_A}{L_C}, \quad b_5 = -\left(\frac{L_A}{L_C}(R_B + R_C) + R_B\right) \quad (29)$$

Napięcie neutralne można przedstawić wykorzystując równanie [6]:

$$V_0 = \frac{1}{3}((R_A - R_C)i_A + (R_B - R_C)i_B +$$

$$+ \frac{L_A - L_C}{a_1}(a_2 u_{CA} + a_3 i_A + a_4 u_{CB} + a_5 i_B) +$$

$$+ \frac{L_B - L_C}{b_1}(b_2 u_{CA} + b_3 i_A + b_4 u_{CB} + b_5 i_B)) \quad (30)$$

Moment elektromagnetyczny generatora zapiszemy w sposób zwykły [2 – 7]:

$$M_E = \sqrt{3} p_0 (i_{SA} i_{RB}^\Pi - i_{SB} i_{RA}^\Pi) / \tau_m, \quad \tau_m = L_m^{-1}, \quad (31)$$

gdzie  $p_0$  – liczba par biegunów maszyny,  $\Pi$  – wskazuje na przekształcenie we współrzędnych ukośnych [2 – 7],  $L_m$  – statyczna indukcyjność namagnesowania generatora.

Wspólnemu całkowaniu podlega układ równań różniczkowych: (14) lub (17), (19) – (21), (25) – (28), a także dodatkowo wyrażenia algebraiczne: (4), (10), (16), (23), (24), (29) – (31).

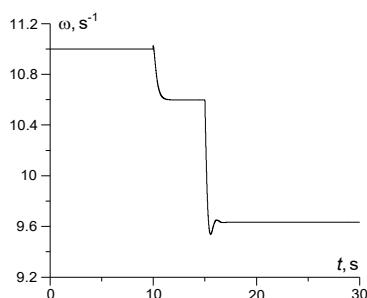
### 3. Wyniki symulacji komputerowej

Obliczenia numeryczne pracy układu z rys. 1. przeprowadzono dla generatora indukcyjnego o parametrach:  $P_H = 4,5$  KW,  $U_N = 40$  V,  $I_N = 9,4$  A,  $n_N = 1440$  s<sup>-1</sup>,  $r_S = 1,2$   $\Omega$ ,  $r_R = 1,21$   $\Omega$ ,  $\alpha_{\sigma S} = 146$  H<sup>-1</sup>,  $\alpha_{\sigma R} = 128$  H<sup>-1</sup>,  $p_0 = 2$ ,  $J = 0,05$  kg·m<sup>2</sup>. Krzywą magnesowania maszyny opisuje zależność:

$$i_m = \begin{cases} \alpha_m \Psi_m, & \text{if } \Psi_m \leq \Psi_k; \\ k_0 \Psi_m + k_1 \Psi_m^3 + k_2 \Psi_m^5, & \text{if } \Psi_m > \Psi_k, \end{cases} \quad (33)$$

gdzie  $k_0 = 8,13$ ,  $k_1 = -5,34$ ,  $k_2 = 7,21$ ,  $\alpha_m = 7,14$ ,  $\psi_k = 0,63$ . Gałęzie obciążania zostały odłączone od zespołu. Kondensatory baterii kompensacyjnej połączono w gwiazdę. Bateria miała dwie kaskady pojemności  $C_1 = 50 \mu F$ ,  $C_2 = 100 \mu F$  [6]. Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla 30 sekund pracy. Pierwsze 10 s wiatrak o stałej prędkości wirowania napędzał generator do momentu osiągnięcia ustalonego napięcia na uzwojeniu stojana maszyny. Aktywno-indukcyjne obciążenie zostało odłączone od generatora, natomiast była podłączona bateria o pojemności  $C_1$ , rys. 1. W chwili czasu  $t = 10 s$  do generatora podłączono symetryczne obciążenie  $R = 25 \Omega$ ,  $L = 50 mH$ , jednocześnie zwiększając pojemność do  $C_2$ . W stanie roboczym moment napędowy wiatraka przyjęto na poziomie  $M_1(\omega_1) = 450 N \cdot m$ . W chwili czasu  $t = 15 s$  aktywny moment został zmniejszony do poziomu  $M_1(\omega_1) = 300 N \cdot m$ . Następnie w czasie  $t = 20 s$  na wariator, (który poprzednio pracował ze współczynnikiem transformacji  $k_T(t) = 1$ ), został podany sygnał od układu sterowania. Wymieniony sygnał opisuje zależność:  $k_T(t) = 0,5(1 - \exp(-t))$ . Przekładnia reduktora (rys. 1) wynosiła  $c = 0,07$ .

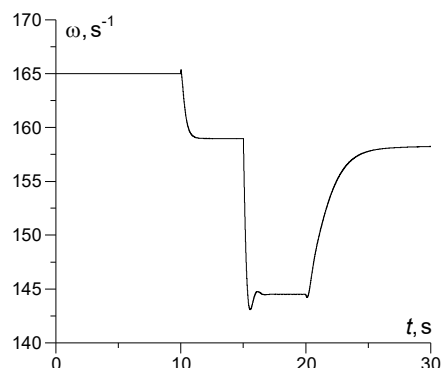
Na rysunku 2 przedstawiono przebieg czasowy prędkości kątowej punktu początkowego wału generatora. Na rysunku widać wszystkie zmiany prędkości podczas obliczeń symulacyjnych. W zakresie czasowym  $t \in [15; 30]$  prędkość kątowa jest za mała dla normalnej pracy urządzenia.



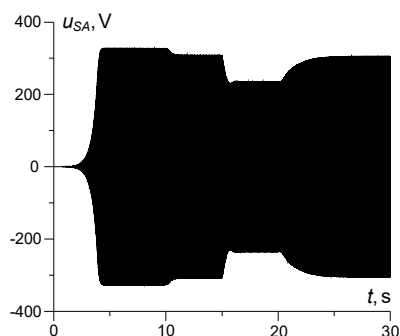
Rys. 2. Przebieg czasowy prędkości kątowej turbiny

Na rysunku 3 pokazano przebieg czasowy prędkości kątowej wirnika generatora. Analizując te dwa przebiegi można zauważyć, że w zakresie czasowym  $t \in [0; 20]$  są one iden-

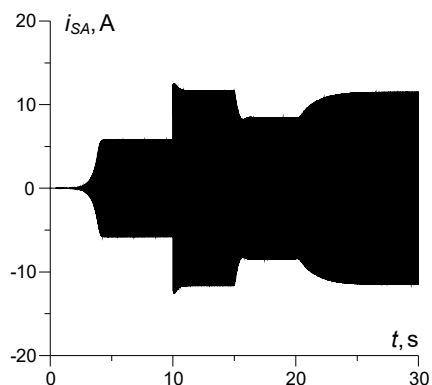
tyczne, różnią się tylko skalą ( $c = 0,07$ ). W przedziale czasu  $t \in [20; 30]$  widać pracę wariatora, co powoduje zwiększenie prędkości wirowania wirnika generatora.



Rys. 3. Przebieg czasowy prędkości wirnika generatora



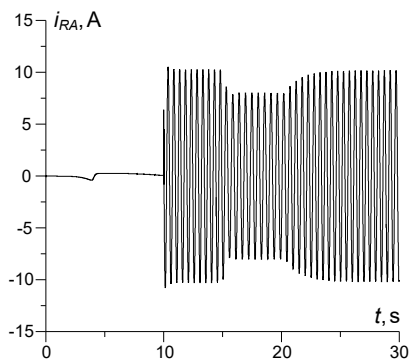
Rys. 4. Przebieg czasowy napięcia fazy A generatora



Rys. 5. Przebieg czasowy prądu fazy A stojana generatora

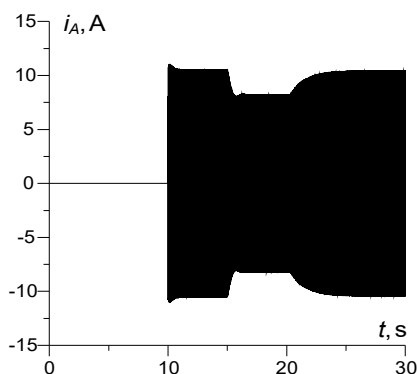
Na rysunku 4 przedstawiono przebieg czasowy napięcia na uzwojeniach fazy A generatora. W momencie czasu  $t = -0 s$  nastąpił rozruch urządzenia do osiągnięcia na uzwojeniu generatora znamionowego napięcia. Następnie, w chwili  $t = 10 s$ , generator został obciążony, jednocześnie bateria została zwiększona do wartości  $C_2$ . W moment czasu  $t = 15 s$  zmniejszył

się moment napędzający generator, co z kolei spowodowało bardzo istotne obniżenie napięcia generatora. W chwili  $t = 20$  s na wariator został podany sygnał od układu sterowania, powodując zmianę jego przekładni. Zmiana przekładni trwała 5 s i w chwili  $t = 25$  s przekładnia wariatora wyniosła  $k_T(t) = 1,5$  generator pracuje w stanie ustalonym.



Rys. 6. Przebieg czasowy przekształconego prądu fazy A wirnika generatora

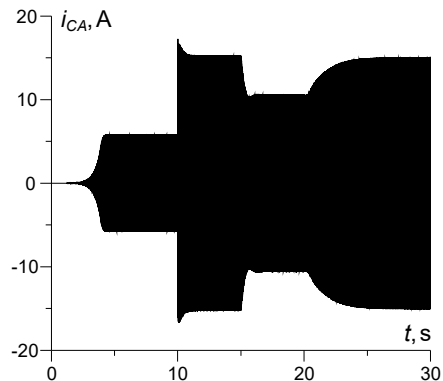
Na rysunkach 5 i 6 przedstawiono przebiegi czasowe prądu fazy A stojana i wirnika. W zakresie czasowym  $t \in [0; 10]$  s można rozpatrywać jako pracę w stanie jałowym dla generatora. Do maszyny nie było podłączone obciążenie, tylko bateria kompensacyjna. W przedziale czasu:  $t \in [10; 15]$  s prąd uległ zwiększeniu prawie 2 razy. Zmniejszenie napięcia generatora ( $t = 15$  s) prowadzi do zmniejszenia prądu zarówno w uzwojeniach stojana jak i wirnika, co widać na ww. rysunkach. Następnie dochodzi do zwiększenia napięcia generatora do wartości znamionowej i do stabilizacji prądów maszyny.



Rys. 7. Przebieg czasowy prądu fazy A w gałęzi obciążenia

Na rysunku 7 pokazano przebieg czasowy prądu fazy A w gałęzi obciążenia generatora.

W przedziale  $t \in [0; 10]$  widać brak prądu, ponieważ obciążanie maszyny zostało odłączone.



Rys. 8. Przebieg czasowy prądu fazy A płynącego przez baterię

Rysunek 8 przedstawia przebieg czasowy prądu fazy A płynącego przez baterię kondensatorów. W porównaniu z poprzednim rysunkiem w przedziale  $t \in [0; 10]$  widać wzrost wartości prądu. Prędkość wzrostu tej funkcji podczas namagnesowania generatora zależy od wartości napięcia naładowania (tutaj  $u_C = 10$  V) rozruchowej baterii oraz w mniejszej mierze od pojemności samej baterii. Co do procesów fizycznych w kolejnych przedziałach czasowych, to podobne są do występujących w poprzednich rysunkach.

#### 4. Wnioski

W urządzeniach autonomicznego generowania energii elektrycznej za pomocą generatorów indukcyjnych celowe jest wykorzystanie regulatora prędkości wirowania (wariatora). Ponieważ z punktu widzenia mechaniki analitycznej wariator rozpatruje się jako układ nieholonomiczny, to dla analizy procesów przejściowych w generatorach wiatrowych niezbędne jest wykorzystanie ogólnych równań Appella.

Na podstawie wyników symulacji komputerowej można wyciągnąć następujące wnioski:

- dla rozruchu generatora indukcyjnego w autonomicznym stanie pracy niezbędne jest wykorzystanie źródła energii biernej, czyli baterii kompensacyjnych o obniżonej pojemności, a w stanie roboczym pojemność należy zwiększyć w zależności od  $\cos \varphi$  obciążenia;
- podczas analizy stanów pracy zespołu elektroenergetycznego niezbędne jest uwzględnienie prędkości wirowania układu podczas jego rozruchu.

#### 4. Literatura

- [1]. Butienin N.: Wstęp w mechanikę analityczną. Moskwa: Nauka, 1971.
- [2]. Czaban A.: Modelowanie matematyczne procesów oscylacyjnych w systemach elektromechanicznych. W-wo T. Soroki, Lwów, 2008.
- [3]. Czaban A.: Zasada Hamiltona-Ostrogradskiego w układach elektromechanicznych. W-wo T. Soroki, Lwów, 2015.
- [4]. Lis M.: Modelowanie matematyczne procesów niustalonych w elektrycznych układach napędowych o złożonej transmisji ruchu. Monografia. W-wo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa, 2013.
- [5]. Rusek A.: Stany dynamiczne układów napędowych z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykorzystania. Monografia. W-wo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa, 2012.
- [6]. Czaban A., Lis M. Gastrołek A., Sosnowski J.: Modelowanie matematyczne pracy generatorów indukcyjnych w złożonych układach energetycznych. XXV Sympozjum Środowiskowe PTZE Zastosowania Elektromagnetyzmu w Nowoczesnych Technicach i Medycynie. Wieliczka, 28 czerwca - 1 lipca 2015.
- [7]. Tchaban V.: Podstawy teorii procesów przejściowych w układach elektromaszynowych. – Lwów: High School, 1980 – 200 s.
- [8]. White D.C., Woodson H.H.: Electromagnetic Energy Conversion, New-York, John Wiley & Sons, Inc, 1958.

#### Autorzy

Andriy Czaban, prof. nadzw., dr hab. inż.  
Politechnika Częstochowska  
Wydział Elektryczny, al. Armii Krajowej 17  
e-mail: atchaban@gmail.com

Marek Lis, prof. nadzw., dr hab. inż.  
Politechnika Częstochowska  
Wydział Elektryczny, al. Armii Krajowej 17  
e-mail: lism@el.pcz.czest.pl

Karol Klatow, mgr inż.  
Politechnika Częstochowska  
Wydział Elektryczny, al. Armii Krajowej 17  
e-mail: karolklatow@gmail.com

Jarosław Sosnowski, mgr inż., doktorant  
Instytut Elektrotechniki Przemysłowej  
Wydziału Elektrycznego Politechniki  
Częstochowskiej  
e-mail: iess@el.pcz.czest.pl

Andrzej Gastrołek, mgr inż., doktorant  
Instytut Elektrotechniki Przemysłowej  
Wydziału Elektrycznego Politechniki  
Częstochowskiej  
Tel.+48 34 3250821  
e-mail: iess@el.pcz.czest.pl