



Analiza niesprężystego zachowania mimośrodowo ściskanych słupów żelbetowych

ANNA SZCZEŚNIAK, ADAM STOLARSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji,
00-908 Warszawa, ul. gen. S. Kaliskiego 2, anna.szczesniak@wat.edu.pl, adam.stolarski@wat.edu.pl

Streszczenie. W pracy przedstawiono analizę nośności słupów żelbetowych, która przeprowadzona została przy zastosowaniu metody relaksacji dynamicznej. Badania numeryczne przeprowadzono dla słupów żelbetowych obciążonych dwiema siłami podłużnymi przyłożonymi na końcach elementu na stałym mimośrodku. Analizie poddany został stan naprężenia, odkształcenia oraz przemieszczenia — w charakterystycznych krokach obciążenia. Otrzymane wyniki badań numerycznych porównane zostały z wynikami badań doświadczalnych przeprowadzonych przez Lloyd i Rangana.

Słowa kluczowe: mechanika konstrukcji, słup żelbetowy, nośność graniczna, metoda relaksacji dynamicznej

DOI: 10.5604/12345865.1211139

1. Wstęp

W pracy przedstawiono analizę wytrzymałości słupów żelbetowych obciążonych statycznie siłą podłużną działającą na stałym mimośrodku. Analiza przeprowadzona została przy zastosowaniu opracowanej w tym celu własnej metody obliczeniowej bazującej na założeniach metody różnic skończonych oraz metody relaksacji dynamicznej. Na potrzeby analizy opracowany został model elementu prętowego oraz przeprowadzono rozważania w zakresie modelowania materiałów konstrukcyjnych, a następnie w postaci różnicowej zapisany został dynamiczny układ równań równowagi dynamicznej elementu. Do rozwiązania układu równań zastosowano metodę relaksacji dynamicznej, która po wprowadzeniu tłumienia krytycznego pozwoliła na opis statycznego odkształcenia elementu konstrukcyjnego. Opracowana metoda analizy

była podstawą do zbudowania własnych procedur numerycznych oraz programu komputerowego, który posłużył do analizy słupa żelbetowego.

Dla słupów żelbetowych poddanych działaniu osiowego ściskania przeprowadzono wiele badań doświadczalnych, których przykładem są badania Sheikha i inni [12], Razviego i Saatcioglu [11], Cussona i Paultré'a [4]. Badania doświadczalne słupów obciążonych mimośrodowo, z uwagi na trudności techniczne związane przygotowaniem stanowiska badawczego, realizowane były na mniejszą skalę. Podstawowe badania doświadczalne słupów żelbetowych obciążonych statycznie działającą siłą na stałym mimośrodku przeprowadzone zostały przez Lloyd i Rangana [10]. Badania te zostały wykorzystane w niniejszej pracy do porównania z wynikami uzyskanymi na podstawie opracowanej metody analizy elementów żelbetowych. Ponadto, badania w tym zakresie przeprowadzili Green i Breen [7], Foster i Attard [5], Kim i in. [9]. Analizy numeryczne poświęcone słupom żelbetowym z zastosowaniem metody elementów skończonych przeprowadzone zostały przez Cleason [2], Yogendra i Umesh [15], Brocca i Bažanta [1]. Zastosowanie metody różnic skończonych do analizy smukłych słupów żelbetowych jako pierwszy zaproponował Habel [8].

2. Metoda obliczeniowa

Na potrzeby analizy przeprowadzono rozważania w zakresie modelowania materiałów konstrukcyjnych. Dla stali przyjęto model materiału sprężysto-plastycznego z uwzględnieniem wzmocnienia. Dla betonu opracowano uproszczony model materiału sprężysto-plastycznego z uwzględnieniem zjawiska osłabienia materiałowego i degradacji modułu odkształcenia. Ponadto przygotowano model obliczeniowy ściskanego elementu żelbetowego, który stanowi płaski ustrój prętowy obciążony statycznie na końcach elementu siłą podłużną oraz momentem zginającym. Model elementu jest ogólny i pozwala na uwzględnienie dowolnych cech geometrycznych (np. zmiennego rozkładu przekroju materiałów konstrukcyjnych) oraz różnych warunków brzegowych definiowanych w zależności od warunków podparcia słupa i sposobu działania obciążenia zewnętrznego.

Model obliczeniowy elementu konstrukcyjnego opisują warstwowy model przekroju poprzecznego z wbudowanymi modelami fizycznymi materiałów konstrukcyjnych oraz równania równowagi dynamicznej, które po wprowadzeniu dyskretyzacji osi środkowej elementu zapisane zostały w postaci różnicowej:

$$\begin{cases} -N_{i1} \cos \theta_{i1} + N_{i0} \cos \theta_{i0} + Q_{i1} \sin \theta_{i1} - Q_{i0} \sin \theta_{i0} + P_x(s_i) - m(s_i)\ddot{u}_i - C(s_i)\dot{u}_i = 0 \\ -N_{i1} \sin \theta_{i1} + N_{i0} \sin \theta_{i0} - Q_{i1} \cos \theta_{i1} + Q_{i0} \cos \theta_{i0} - P_z(s_i) + m(s_i)\ddot{w}_i + C(s_i)\dot{w}_i = 0 \\ M_{i+2} - M_i - Q_{i1}\Delta s_{i1} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

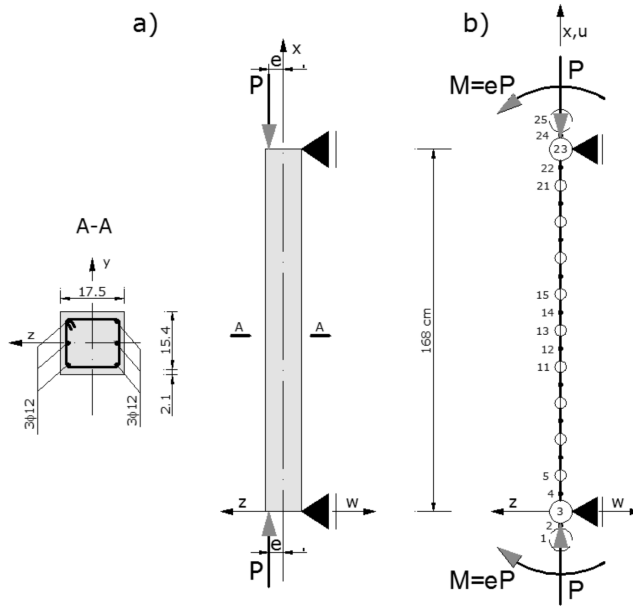
gdzie: $i1 = i + 1$, $i0 = i - 1$ — oznaczenie odcinków wewnętrznego podziału przestrzennego, N_{i1} — siła podłużna w odcinku podziału $i1 = i + 1$, Q_{i1} — siła poprzeczna w odcinku podziału $i1 = i + 1$, M_i — moment zginający w węźle głównym, $m(s_i)$ — masa skupiona węzła głównego i , $P_x(s_i)$, $P_z(s_i)$ — składowe obciążenia i -tego węzła, odpowiednio podłużna i poprzeczna, u_i, w_i — przemieszczenia liniowe i -tego węzła podziału osi środkowej, odpowiednio podłużne i poprzeczne, $C(s_i)$ — współczynnik tłumienia w i -tym węźle podziału, Δs_{i1} — długość odcinka podziału, $\sin \theta_{i0}$, $\cos \theta_{i0}$ — funkcje kątów obrotu odcinków podziału $i0 = i - 1$.

Rozwiązanie układu równań (1) przeprowadzone zostało przy zastosowaniu metody relaksacji dynamicznej, która po wprowadzeniu tłumienia krytycznego pozwoliła na opis statycznego zachowania elementu konstrukcyjnego. Szczegółowy opis zastosowanej metody analizy został przedstawiony w pracy Szcześniak i Stolarskiego [14].

3. Przedmiot badań numerycznych

Badania numeryczne przeprowadzono dla słupa, którego badania doświadczalne wykonane zostały przez Lloyd i Rangana [10]. Badania numeryczne wykonano dla słupów z zakresu doświadczeń, które w pracy [10] oznaczone zostały jako seria I. Słupy podparte są przegubowo-przesuwnie na obu końcach i obciążone dwustronnie siłą podłużną działającą na stałym mimośrodku (rys. 1a). W badaniu uwzględniono dwie wartości mimośrodu e , które wynoszą 15 mm oraz 65 mm i oznaczone zostały odpowiednio literą A oraz C. Analizie poddany został słup o stałych wymiarach kwadratowego przekroju poprzecznego. Słupy są zbrojone podwójnie prętami $3\phi 12$ mm w każdej z warstw.

W wyniku dyskretyzacji osi środkowej słupa wprowadzono 25 węzłów (rys. 1b). Podział wewnętrzny osi środkowej słupa stanowi 9 węzłów głównych i 10 węzłów pośrednich — elementów. Na brzegach występują dwa węzły główne: rzeczywisty i fikcyjny oraz węzeł pośredni — element fikcyjny. Obciążenie zewnętrzne interpretowane jako siła podłużna P oraz moment zginający, stanowiący iloczyn siły P i stałego mimośrodu e , przyłożone zostały w węzłach brzegowych, które na rysunku 1b oznaczono numerami 3 i 23. Analiza wyężenia słupów przeprowadzona została przy założeniu zmiany wartości siły P przy stałej wartości mimośrodu $e = \{e_A; e_C\}$.



Rys. 1. Słup serii I wg [10]: a) schemat statyczny, b) schemat obliczeniowy

Słupy poddane badaniu, wykonane zostały z betonu, którego wytrzymałość na ściskanie wynosi $f_c = 58,0$ MPa. Wytrzymałość betonu określona została na podstawie badań przeprowadzonych przez Lloyd i Rangana [10]. Badania wykonano na próbkach walcowych, a ich wyniki wskazywały na wytrzymałość $f_c = 58,0 \pm 2,7$ MPa.

Z uwagi na wytrzymałość betonu $f_c > 50$ MPa, w modelowaniu materiału uwzględniono specyfikę zachowania betonu o podwyższonej wytrzymałości zgodnie z zależnościami opracowanymi przez Collinsa i in., opublikowanymi w pracy [3]. Właściwości materiałowe przyjęte dla betonu: $f_c = 44,78$ MPa — wytrzymałość na ściskanie, $f_{ct} = 3,78$ MPa — wytrzymałość na rozciąganie, wyznaczona na podstawie zależności $f_{ct} = 0,3(f_c)^{2/3}$, gdzie wartość f_c , jest wyrażona w MPa, $E_c = 32,18$ GPa — moduł odkształcenia, ustalony na podstawie zależności, $\varepsilon_{fc} = 0,002$, $\varepsilon_{uc} = 0,00665$ — odkształcenia graniczne przyjęte zgodnie z [13], $\nu_c = 0,2$ — współczynnik Poissona.

Właściwości materiałowe przyjęte dla stali zbrojeniowej: $f_y = 430$ MPa — granica plastyczności przy ścisaniu i rozciąganiu $f_t = 430$ MPa — wytrzymałość na ściskanie i rozciąganie przy zerwaniu (idealna plastyczność), $E_s = 200$ GPa — moduł odkształcenia, $\varepsilon_t = 0,15$ — odkształcenie graniczne, $\nu_s = 0,3$ — współczynnik Poissona.

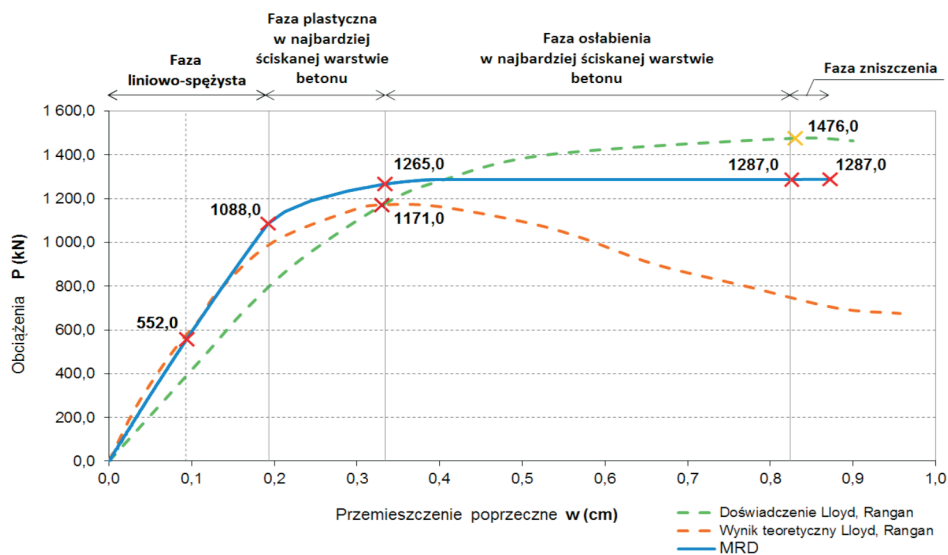
Ponadto dla elementu prętowego przyjęto: $c_{i,kr} = 2\sqrt{m_i \cdot K}$ — krytyczna wartość współczynnika tłumienia — oporu lepkiego wyznaczona na podstawie większej spośród wartości sztywności: $K = \max\{K_z, K_x\}$, gdzie: $K_z = 42 \frac{E_c J_{cs}}{l^3}$ — sztywność giętna słupa, $K_x = \frac{E_c A_{cs}}{l}$ — sztywność podłużna słupa, A_{cs} , J_{cs} — pole powierzchni i moment bezwładności sprowadzonego przekroju poprzecznego.

4. Analiza nośności, przemieszczenia oraz stanu naprężenia

Analiza nośności i przemieszczenia przeprowadzona została dla słupów IA i IC (tj. słupów serii I z mimośrodem siły podłużnej $e_A = 15$ mm i $e_C = 65$ mm) badanych doświadczalnie przez Lloyd i Ranagana [10]. Badania nośności i przemieszczenia przeprowadzone zostały dla przekroju słupa zlokalizowanego w środku jego wysokości, reprezentowanego przez węzeł 13 podziału wewnętrznego. Wyniki badań numerycznych porównane zostały z wynikami badań doświadczalnych oraz wynikami analizy teoretycznej przeprowadzonej przez Lloyd i Ranagana [10], jak również z wynikiem teoretycznym otrzymanym przez Godyckiego-Ćwirko i Korzeniowskiego [6]. Ponadto przeprowadzona została analiza stanu naprężenia słupów od fazy liniowo-sprężystej, przez fazy sprężysto-plastyczne, po uplastycznienie i zniszczenie poszczególnych warstw przekroju. Analiza stanu naprężenia dotyczy obserwacji zmiany naprężeń normalnych σ_x w poszczególnych warstwach przekrojów słupów IA i IC przy charakterystycznych wartościach obciążenia.

Na rysunku 2 przedstawiono wykresy wyników uzyskanych podczas badania słupa IA. Zieloną linią przerywaną oznaczono wyniki uzyskane podczas badań doświadczalnych Lloyd i Rangana. Przerywana pomarańczowa linia posłużyła do oznaczenia wyników analizy teoretycznej przeprowadzonej przez Lloyd i Rangana. Linią niebieską zaznaczono wyniki badań uzyskane na podstawie przeprowadzonej analizy numerycznej. Ponadto, na wykresie przy pomocy czerwonych znaczników oznaczone zostały charakterystyczne kroki obciążenia dla których stan naprężenia słupa przedstawiony został na rysunku 3. W zakresie liniowo-sprężystym przebieg funkcji obciążenie–przemieszczenie uzyskany podczas analizy numerycznej MRD jest praktycznie zgodny z przebiegiem funkcji wyznaczonym analitycznie przez Lloyd i Rangana. Różnicowanie wyników widoczne jest w fazie plastycznego płynięcia oraz osłabienia betonu ściskanego. W przypadku analizy numerycznej MRD osłabienie betonu następuje przy większej wartości obciążenia w porównaniu z analitycznym rozwiązaniem Lloyd i Rangana. Zjawisko to ma bezpośredni związek z zastosowanym modelem betonu i przyjętym w nim zakresie odkształceń granicznych dla fazy płynięcia plastycznego i osłabienia materiału. Przyjęty model betonu pozwala jednak

na poprawny opis zachowania słupa, odpowiadający przebiegowi procesu wyężenia obserwowanemu w doświadczeniu. Różnica w wartościach nośności, w odniesieniu do wyniku badań doświadczalnych, związana jest z redukcją wytrzymałości wg Collinsa, która uwzględniona została zarówno w analizie numerycznej MRD, jak również w analizach teoretycznych Lloyd i Ranagana oraz Godyckiego-Ćwirko i Korzeniowskiego.



Rys. 2. Fazy wyężenia słupa IA — porównanie wyników analizy numerycznej z wynikiem doświadczalnym

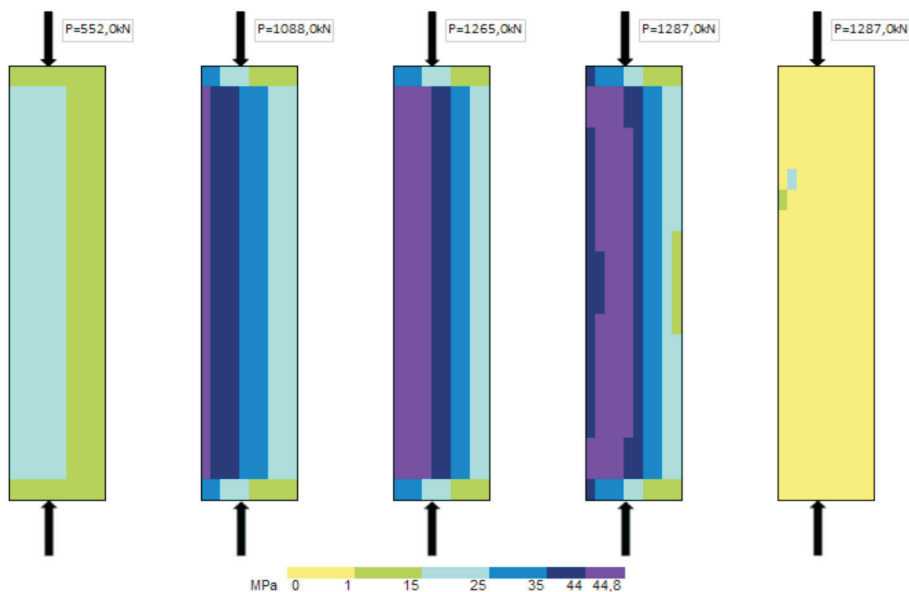
W tabeli 1 zestawiono wyniki nośności granicznej oraz towarzyszącego jej przemieszczenia poprzeczne w węźle 13, które określone zostały w różnych badaniach słupa IA.

TABELA 1
Zestawienie wartości nośności granicznej oraz przemieszczenia słupa IA

Metoda analizy słupa IA	Nośność graniczna P_0 [kN]	Przemieszczenie graniczne w_0 [cm]
Doświadczenie Lloyd i Rangana	1476,0	0,83
Analiza teoretyczna Lloyd i Rangana	1171,0	0,36
Analiza teoretyczna Godycki-Ćwirko i Korzeniowski	1207,0	–
Metoda relaksacji dynamicznej	1287,0	0,826

Wartość nośności granicznej oraz przemieszczenia określona w badaniu numerycznym przy zastosowaniu metody relaksacji dynamicznej jest najbardziej zbliżona do wyniku badań doświadczalnych spośród wszystkich porównywanych metod analizy zaczerpniętych z literatury. Nośność wyznaczona przy pomocy metody Godyckiego-Ćwirko i Korzeniowskiego odpowiada nośności ustalonej teoretycznie przez Lloyd i Rangana. Nośność wyznaczona przy pomocy MRD odpowiada nośności wyznaczonej doświadczalnie ze zgodnością wynoszącą 87%, natomiast przemieszczenie ustalone zostało z niemal 100% zgodnością. W odniesieniu do analizy teoretycznej Lloyd i Rangana, nośność wyznaczona numerycznie ma wartość o 10% większą, natomiast przemieszczenie odpowiadające nośności jest ponad dwukrotnie większe.

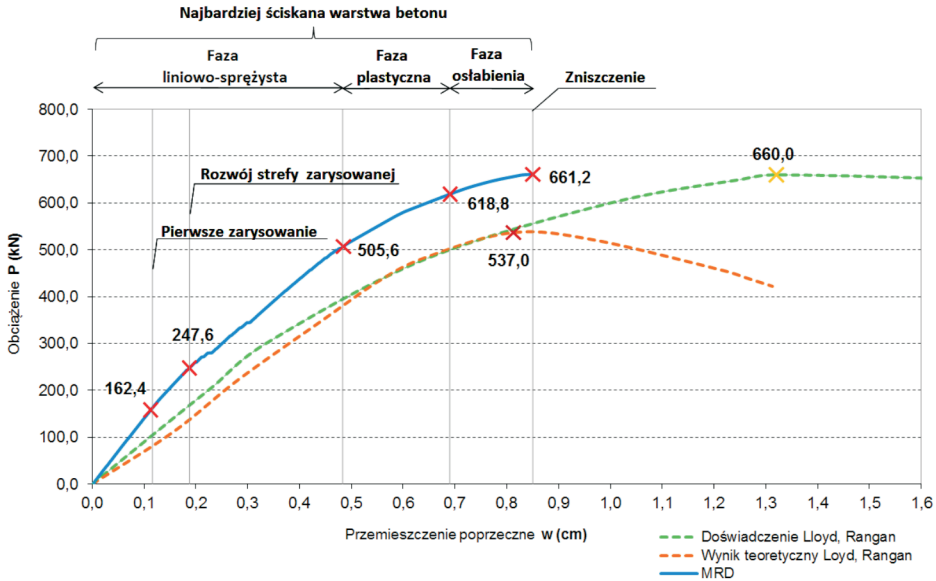
Rozkład naprężeń normalnych σ_x w warstwach betonowych słupa IA został przedstawiony na rysunku 3.



Rys. 3. Rozkład naprężeń normalnych σ_x w zależności od obciążenia słupa IA

Przy wartości obciążenia $P_{IA}^{MRD} = 552,0$ kN obserwowany jest równomierny rozkład naprężeń ściskających w słupie towarzyszący fazie liniowo-sprężystej. Od wartości obciążenia równej $P_{IA}^{MRD} = 1088,0$ kN rozpoczyna się faza plastycznego płynięcia w skrajnej warstwie betonu bardziej ściskanego. Strefa uplastycznienia zaznaczona jest na wykresie kolorem fioletowym. Kolejną charakterystyczną wartością obciążenia jest $P_{IA}^{MRD} = 1265,0$ kN, przy której w skrajnej ściskanej warstwie betonowej odkształcenia osiągną wartość $\varepsilon_{c1} = 2,0\%$ i rozpoczyna się faza osłabienia materiału. Obserwowane jest zwiększenie zakresu

uplastycznienia betonu na kolejne warstwy przekroju. Bezpośrednio przed zniszczeniem słupa przy wartości obciążenia równej $P_{IA}^{MRD} = 1287,0$ kN obserwowany jest dalszy rozwój zasięgu strefy uplastycznienia betonu. W skrajnych warstwach mocno ściskanego betonu, ma miejsce zaawansowany proces osłabienia materiału, którego zasięg zaznaczony został kolorem granatowym. Zniszczenie elementu konstrukcyjnego następuje przy tej samej wartości obciążenia, tj. $P_{IA}^{MRD} = 1287,0$ kN. Obserwowany jest gwałtowny wzrost odkształceń, w wyniku którego zmiażdżone zostają niemal wszystkie warstwy betonowe w słupie. Na rysunku 4 przedstawione zostały wyniki analizy słupa IC.



Rys. 4. Fazy wyłączenia słupa IC — porównanie wyników analizy numerycznej z wynikiem doświadczalnym

Funkcja obciążenie–przemieszczenie wyznaczona podczas analizy teoretycznej L-R odpowiada doświadczalnemu przebiegowi funkcji do chwili zniszczenia przekroju. Graniczna wartość obciążenia określona podczas analizy teoretycznej L-R jest o 19% mniejsza od nośności doświadczalnej. Przebieg funkcji obciążenie–przemieszczenie uzyskany na podstawie analizy numerycznej MRD wskazuje na większą sztywność elementu w porównaniu z wynikiem doświadczalnym oraz teoretycznym. W miarę rozwoju strefy uplastycznienia betonu ściskanego na kolejne warstwy przekroju obserwowany jest znaczny przyrost przemieszczeń towarzyszący niewielkiej zmianie obciążenia. Z uwagi na ograniczoną dokładność procedury numerycznej, obliczenia MRD zostały zakończone w fazie zaawansowanego osłabienia betonu ściskanego, w chwili poprzedzającej zniszczenie przekroju.

W tabeli 2 zestawione zostały wartości nośności oraz stowarzyszonego przemieszczenia odnotowane w wyniku przeprowadzonej analizy słupa IC. Nośność graniczna ustalona przy zastosowaniu MRD odpowiada nośności doświadczalnej w 99% i jest o 19% wyższa od nośności teoretycznej ustalonej przez L-R. W odniesieniu do wartości nośności uzyskanej przez GĆ-K, nośność według MRD jest o 13% wyższa. W zakresie przemieszczeń wyniki MRD wskazują na wartość mniejszą od wyników doświadczalnych o 36%, natomiast w odniesieniu do analizy teoretycznej L-R przemieszczenia są większe o 5%.

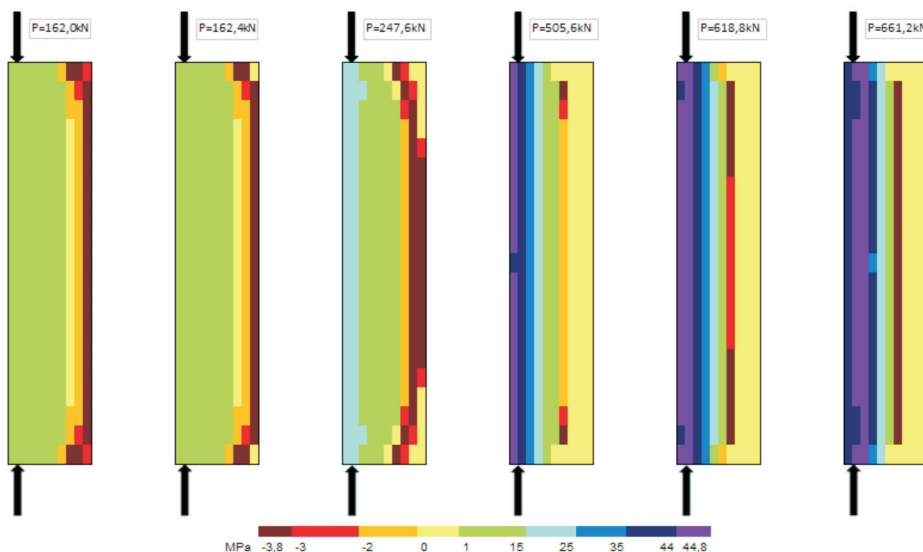
TABELA 2

Zestawienie wartości nośności granicznej oraz przemieszczenia słupa IC

Metoda analizy słupa IC	Nośność graniczna P_0 [kN]	Przemieszczenie graniczne w_0 [cm]
Doświadczenie Lloyd i Rangana	660,0	1,32
Analiza teoretyczna Lloyd i Rangana	537,0	0,81
Analiza teoretyczna Godycki-Ćwirko i Korzeniowski	580,0	-
Metoda relaksacji dynamicznej	661,2	0,85

Na rysunku 5 zobrazowana została zmiana stanu naprężenia w kolejnych krokach wycięcia słupa IC. Przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 162,0$ kN obserwowany jest rozkład naprężeń przed pojawieniem się zarysowania przekrojów brzegowych słupa. Na brzegach kolorem czerwonym oznaczona jest część przekroju w fazie osłabienia betonu przy rozciąganiu. Zarysowanie brzegowe pojawia się przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 162,4$ kN. W sąsiednich warstwach betonu rozciąganego rozpoczyna się faza osłabienia materiału. Zasadnicze zarysowanie przekroju pojawia się przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 247,6$ kN, a jego zakres postępuje od przekrojów brzegowych w kierunku środka słupa. W skrajnych niezarysowanych warstwach przekroju rozciąganego, pojawia się osłabienie betonu. Uplastycznienia betonu ściskanego obserwowane jest przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 505,6$ kN w skrajnych warstwach przekroju. Znaczniemu zwiększeniu ulega strefa zarysowania, obejmująca kolejne warstwy przekroju na całej wysokości słupa. Przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 618,8$ kN rozpoczyna się faza osłabienia betonu ściskanego w skrajnych warstwach betonowych. Strefa zarysowania obejmuje następną warstwę przekroju w centralnej części słupa. Procedura obliczeniowa zostaje zakończona przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 661,2$ kN. Obserwowany jest zakres osłabienia betonu ściskanego koncentrujący się w środkowej części słupa. Postęp uplastycznienia

betonu również obejmuje kolejne warstwy przekroju w centralnym obszarze słupa. Strefa zarysowania pozostała niezmieniona, a jej zasięg objął 30% wysokości przekroju na całej długości słupa.



Rys. 5. Rozkład naprężeń normalnych σ_x w zależności od obciążenia słupa IC

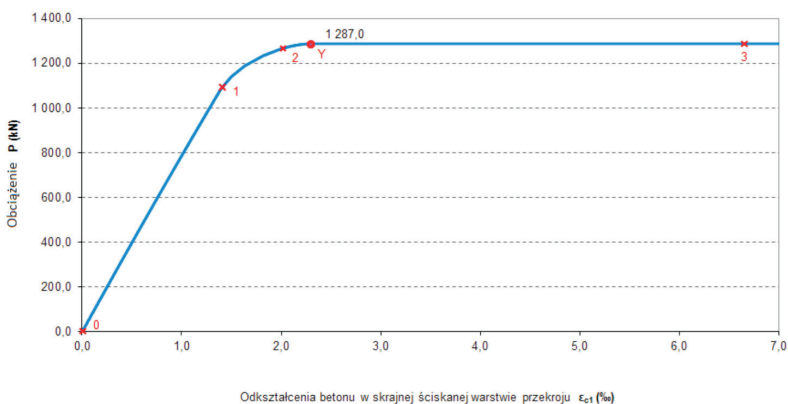
5. Analiza stanu odkształcenia

Analiza stanu odkształcenia przeprowadzona została dla słupów IA i IC na podstawie obserwacji skrajnej warstwy ściskanej w betonie oraz ściskanego zbrojenia, z uwagi na największe wyężenie tych obszarów.

W słupie IA wszystkie przekroje poprzeczne są wyłącznie ściskane. Jedyną postacią zniszczenia towarzyszącą wyężeniu słupa jest zmiżdżenie betonu ściskanego.

Na kolejnych rysunkach kolorem czerwonym oznaczono graniczne punkty zmiany zakresu funkcji odkształcenia–naprężenia w betonie. Fazy wyężenia materiału zostały scharakteryzowane w następujący sposób: 0÷1 — faza sprężysta, 1÷2 — faza idealnego płynięcia plastycznego, 2÷3 — faza osłabienia materiału. Natomiast punkt opisany symbolem „Y” oznacza początek płynięcia plastycznego stali zbrojeniowej.

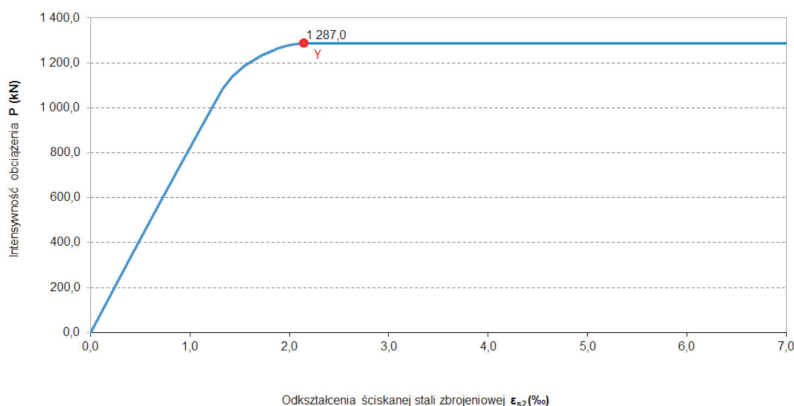
Na rysunku 6 przedstawiony został wykres odkształceń w skrajnej warstwie betonu ściskanego środkowego przekroju słupa IA.



Rys. 6. Odształcenia betonu w skrajnej ściskanej warstwie przekroju w węźle 13 słupa IA

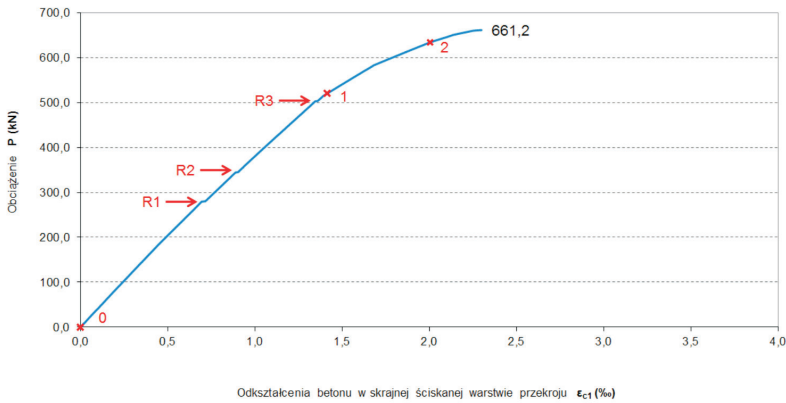
W fazie sprężystej obserwowany jest liniowy przebieg funkcji — do punktu 1. Wraz z rozpoczęciem fazy plastycznego płynięcia betonu — od punktu 1, obserwowane jest zwiększenie przyrostu odształceń. Osłabienie materiału — od punktu 2 — pojawia się przy wartości obciążenia $P_{IA}^{MRD} = 1265,0$ kN i powoduje gwałtowne zwiększenie przyrostu odształceń, wywołana nieznaczną zmianą obciążenia. Zmiażdżenie betonu ściskanego w słupie następuje przy wartości obciążenia $P_{IA}^{MRD} = 1287,0$ kN. Po zmiżdżeniu betonu — od punktu 3 — obserwowany jest nieograniczony wzrost odształceń, przy braku zmiany wartości obciążenia.

Stan odształcenia ściskanej stali zbrojeniowej został przedstawiony na rysunku 7. Uplastycznienie stali zbrojeniowej obserwowane jest w chwili osiągnięcia granicznej wartości obciążenia, przy wartości odształceń równej $\epsilon_{s2} = 2,15\%$. Po zniszczeniu przekroju obserwowany jest gwałtowny przyrost odształceń, którym nie towarzyszy zmiana obciążenia.



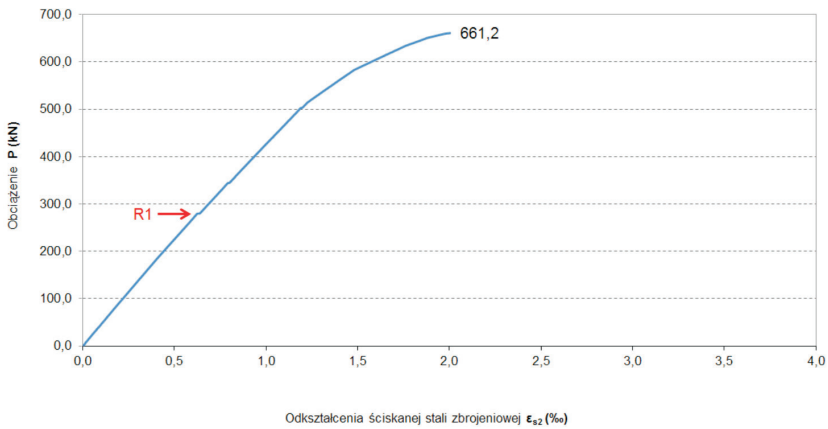
Rys. 7. Odształcenia stali w zbrojeniu ściskany w węźle 13 słupa IA

Na rysunku 8 przedstawiony jest przebieg zmiany odkształcenia w betonie ściskanym słupa IC w węźle 13. Na wykresie widoczny jest skok odkształceń towarzyszący pierwszemu zarysowaniu warstwy przekroju zlokalizowanego w środku słupa (węzeł nr 13), które ma miejsce przy wartości obciążenia równej $P_{IC}^{MRD} = 280,0$ kN. Zarysowanie kolejnych warstw przekroju środkowego słupa skutkuje pojawieniem się na wykresie zwiększonych przyrostów odkształceń przy wartościach obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 280,0$ kN (zarysowanie pierwszej skrajnej warstwy przekroju — poziom R1), $P_{IC}^{MRD} = 344,8.0$ kN (zarysowanie warstwy drugiej — poziom R2) i $P_{IC}^{MRD} = 503,2$ kN (zarysowanie warstwy trzeciej — poziom R3). Proces uplastycznienia betonu ściskanego — od punktu 1 — rozpoczyna się od chwili osiągnięcia obciążenia o wartości $P_{IC}^{MRD} = 514,4$ kN i powoduje zwiększenie przyrostu odkształcenia. Zjawisko to potęgowane jest po przekroczeniu wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 633,6$ kN, kiedy rozpoczyna się proces osłabienia w betonie ściskanym. Procedura obliczeniowa kończy się w chwili osiągnięcia obciążenia na poziomie $P_{IC}^{MRD} = 661,2$ kN, odkształcenia są wówczas równe $\varepsilon_{c1} = 2,3\text{‰}$.



Rys. 8. Odkształcenia betonu w skrajnej ściskanej warstwie przekroju w węźle 13 słupa IC

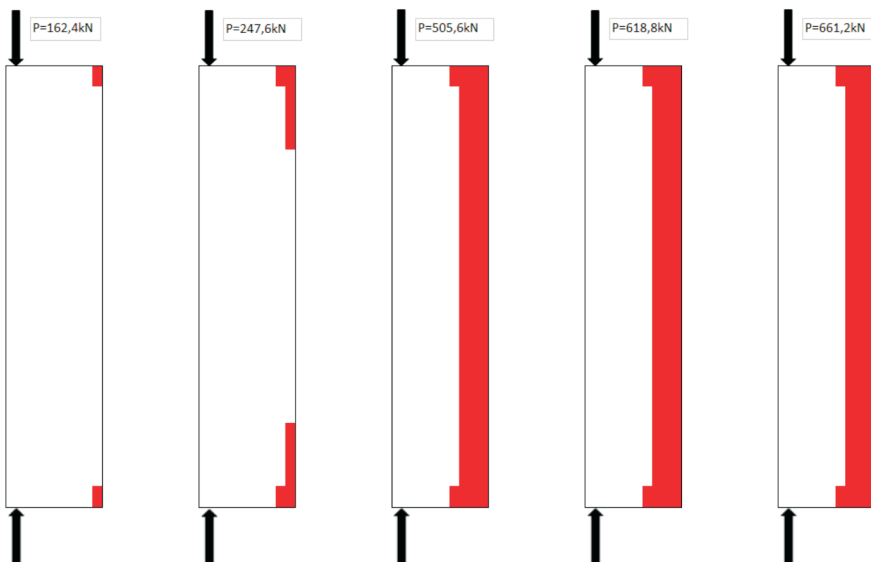
Stan odkształcenia zbrojenia ściskanego wyznaczony dla słupa IC zobrazowany został na rysunku 9. W zakresie liniowo-sprężystym zaakcentowane jest pierwsze zarysowanie analizowanego przekroju przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 280,0$ kN — poziom R1. W miarę rozwoju uplastycznienia betonu ściskanego obserwowany jest znaczny przyrost odkształceń stali. Przy granicznej wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 661,2$ kN odkształcenia w stali wynoszą $\varepsilon_{s2} = 2,0\text{‰}$.



Rys. 9. Odształcenia stali w zbrojeniu ściskanym w węźle 13 słupa IC

6. Analiza stanu zarysowania

W słupie IA ściskanym z bardzo małym mimośrodem, zarysowanie nie występuje. Wytężenie słupa charakteryzuje wyłącznie ściskanie we wszystkich przekrojach, a zniszczenie wynika ze zmiażdżenia betonu ściskanego.



Rys. 10. Stan zarysowania słupa IC w zależności od obciążenia

Na rysunku 10 zobrazowany został stan zarysowania słupa IC, ściskanego z dużym mimośrodem, w kolejnych krokach obciążenia. Zarysowanie na brzegach pojawia się przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 162,4$ kN. Zasadnicze zarysowanie obejmujące przekroje brzegowe, rozszerzające się w kierunku środka słupa, obserwowane jest przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 247,6$ kN. Przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 505,6$ kN rozpoczyna się faza płynięcia plastycznego w betonie ściskanym, obserwowane jest rozszerzenie strefy zarysowania na całą wysokość słupa. Po osiągnięciu obciążenia równego $P_{IC}^{MRD} = 618,8$ kN, przy którym rozpoczyna się faza osłabienia w ściskanej skrajnej warstwie betonowej, zarysowanie propaguje na kolejne warstwy przekroju słupa w jego środkowej części. Przy wartości obciążenia $P_{IC}^{MRD} = 661,2$ kN interpretowanej jako nośność graniczna, zasięg zarysowania pozostaje niezmienny i obejmuje 30% wysokości przekroju.

7. Zakończenie

Proces wyężenia słupa żelbetowego IA można podzielić na trzy zasadnicze fazy. Pierwsza faza sprężysta przebiega w sposób jednostajny, przyrost przemieszczeń oraz odkształceń zarówno w charakterystycznych warstwach betonu, jak i stali przebiega liniowo w odniesieniu do wzrastającej wartości obciążenia. Po osiągnięciu, w skrajnych, bardziej ściskanych warstwach przekroju, naprężeń o wartości odpowiadającej wytrzymałości betonu na ściskanie, obserwowana jest faza sprężysto-plastycznego wyężenia elementu konstrukcyjnego. W bardziej ściskanej strefie słupa stal zbrojeniowa znajduje się w zakresie sprężystym, natomiast beton ściskany przechodzi w fazę płynięcia plastycznego. Wówczas na wykresie zależności obciążenie–przemieszczenie obserwowany jest nieliniowy przebieg zależności. W kolejnych krokach obciążenia obserwowane są zwiększone przyrosty przemieszczeń. Na mapie naprężeń normalnych obserwowane jest zjawisko propagacji naprężeń o wartości równej wytrzymałości betonu na ściskanie w kierunku wewnętrznych (środkowych) warstw przekroju. W ostatniej fazie wyężenia, przy granicznej wartości obciążenia, widzimy zjawisko osłabienia skrajnych warstw betonu bardziej ściskanego, a w stali zbrojeniowej następuje faza płynięcia plastycznego. Przy zwiększonej wartości obciążenia oraz przemieszczenia i odkształcenia obserwowany jest spadek wartości naprężeń w skrajnych warstwach betonu bardziej ściskanego. W kolejnych krokach obliczeniowych, przy niezauważalnej zmianie obciążenia, obserwowane jest zmiżdżenie betonu w całym słupie. Na wykresie zależności obciążenie–przemieszczenie obserwowany jest znaczny przyrost przemieszczeń przy praktycznie niezmiętej wartości obciążenia. Analiza wskazuje na bardzo gwałtowny przebieg procesu osłabienia betonu ściskanego. Osiągnięcie granicznej wartości odkształceń w betonie ściskanym skutkuje wystąpieniem zjawiska zmiżdżenia warstw betonowych,

co jest procesem nieodwracalnym i powoduje globalne zniszczenie elementu konstrukcyjnego.

W słupie IA nie zaobserwowano zjawiska zarysowania, co związane jest z wielkością mimośrodu siły podłużnej, który nie wykracza poza rdzeń sprężysty przekroju poprzecznego słupa.

W słupie IC z uwagi na zastosowanie dużego mimośrodu siły podłużnej możliwa jest obserwacja stanu naprężenia zarówno w strefach ściskanych, jak i rozciąganych. Wyteżenie warstw ściskanych słupa przebiega w sposób analogiczny do słupa IA. Dodatkowo jednak w warstwach rozciąganych obserwowany jest proces liniowo-sprężystego osiągnięcia wytrzymałości betonu na rozciąganie, następnie proces osłabiania i pojawienia się zarysowania. Propagacja procesu wyteżenia zarówno warstw ściskanych, jak i rozciąganych betonu przebiega od przekrojów podporowych w kierunku środka wysokości słupa. Dodatkowo, zwiększenie strefy zarysowania w środkowym przekroju skutkuje pojawieniem się gwałtownych przyrostów przemieszczenia i odkształcenia w betonie i stali ściskanej przy niewielkiej zmianie wartości obciążenia. Zjawisko to odzwierciedlane jest na wykresach przemieszczenia i odkształceń w funkcji obciążenia.

Przeprowadzona analiza pozwala na porównanie przebiegu wyteżenia słupów żelbetowych poddanych działaniu siły podłużnej przyłożonej na małym i dużym mimośrodzie. Proces wyteżenia słupa IA (mały mimośród) przebiega w sposób równomierny dla poszczególnych warstw przekroju na niemal całej długości słupa, a zniszczenie elementu ma charakter gwałtowny. Natomiast w słupie IC (duży mimośród) proces wyteżenia poszczególnych warstw przekroju przebiega pasmowo od podpór w kierunku środka wysokości słupa, powodując osłabienie i zniszczenie poszczególnych warstw przekroju.

Wyniki przeprowadzonej analizy nośności słupa żelbetowego są zgodne z wynikami badań doświadczalnych oraz analiz teoretycznych. Analiza porównawcza wyników wskazuje na ich bardzo dobrą zbieżność z wynikami badań doświadczalnych, co świadczy o poprawności opracowanej metody obliczeniowej oraz procedur numerycznych.

Opracowana metoda obliczeniowa może być stosowana do wyznaczania nośności elementów żelbetowych ściskanych mimośrodowo oraz opisu i interpretacji mechanizmu ich zniszczenia, co ma istotny wpływ na bezpieczeństwo projektowe konstrukcji.

Metoda obliczeniowa może być modyfikowana poprzez wprowadzenie nowych modeli betonu i stali zbrojeniowej oraz włączenie do rozwiązywania procedur umożliwiających śledzenie procesu globalnego osłabienia elementu konstrukcyjnego.

Praca powstała w wyniku zadań badawczych zrealizowanych w ramach pracy badawczej statutowej nr 934, prowadzonej w Wydziale Inżynierii Lądowej i Geodezji Wojskowej Akademii Technicznej im. Jarosława Dąbrowskiego.

Artykuł wpłynął do redakcji 31.03.2016 r. Zweryfikowaną wersję po recenzjach otrzymano 11.05.2016 r.

LITERATURA

- [1] BROCCA M., BAŽANT Z.P., *Size Effect in Concrete Columns: Finite Element Analysis with Micro-plane Model*, Journal of Structural Engineering, December 2001, pp. 1382-1390.
- [2] CLEASON C., *Finite Element Analysis of confined concrete columns*, Nordic Concrete Research Publications, 1999, pp. 1-20.
- [3] COLLINS M.P., MITCHELL D., MACGREGOR J.G., *Structural Design Considerations for High-Strength Concrete*, Concrete International: Design and Construction, vol. 15, no. 5, May 1993, pp. 27-34.
- [4] CUSSON D., PAULTRE P., *High-strength concrete columns confined by rectangular ties*, Journal of Structural Engineering, vol. 120, no. 3, March 1994, pp. 783-804.
- [5] FOSTER S.J., ATTARD M., *Experimental Tests on Eccentrically Loaded High-Strength Concrete Columns*, ACI Structural Journal, Technical Paper, t. no. 94-S27, May-June 1997, pp. 295-303.
- [6] GODYCKI-ĆWIRKO T., KORZENIOWSKI P., *Load-bearing capacity of HSC columns, estimated with use of simplified methods in the light of experimental results*. Archives of Civil Engineering, vol. 46, no. 1, Gdańsk 2000, pp. 39-49.
- [7] GREEN R., BREEN J.E., *Eccentrically Loaded Concrete Columns Under Sustained Load*, Journal Proceedings, vol. 66, no. 11, November 1969, pp. 866-874.
- [8] HABEL A., *Die Tragfähigkeit der ausmittig gedrückten Stahlbetonsäulen*, Beton und Stahlbetonbau, vol. 48, nr 8, 1953, pp. 182-190.
- [9] KIM S., MERTOL H.C., RIZKALLA S., ZIA P., MIRMIRAN A., *Behavior of High-Strength Concrete Rectangular Columns*, Seventh International Congress on Advances in Civil Engineering, October 11-13, 2006, pp. 1-10.
- [10] LLOYD N.A., RANGAN B. V., *Studies on High-Strength Concrete Columns under Eccentric Compression*, ACI Structural Journal, Technical Paper, t. no. 93-S59, November-December 1996, pp. 631-638.
- [11] RAZVI S. R., SAATCIOGLU M., *Strength and Deformability of Confined High-Strength Concrete Columns*, ACI Structural Journal, Technical Paper, no. 91-S66, November-December 1994, pp. 678-687.
- [12] SHEIKH S.A., SHAH D.V., KHOURY S.S., *Confinement of High-Strength Concrete Columns*, ACI Structural Journal, Technical Paper t. no. 91-S11, January-February 1994, pp. 100-111.
- [13] STOLARSKI A., *Model dynamicznego odkształcenia betonu*, AIL, 37, 3-4, 1991, s. 405-447.
- [14] SZCZEŚNIAK A., STOLARSKI A., *Analiza wyężenia słupów żelbetowych metodą relaksacji dynamicznej*, Biuletyn WAT, vol. 63, nr 2, Warszawa, 2014, s. 155-170.
- [15] YOGENDRA K., UMESH P., *Finite Element Analysis of column for different gravity load position*, International Journal of Civil and Structural Engineering, vol. 1, no. 3, 2010, pp. 346-353.

A. SZCZEŚNIAK, A. STOLARSKI

Analysis of inelastic behaviour of the eccentrically compressed reinforced concrete columns

Abstract. Analysis of load carrying capacity of a reinforced concrete column, which was carried out using the dynamic relaxation method, was presented in the paper. Numerical investigations for reinforced concrete columns, loaded with two longitudinal forces placed on the ends of the element at a constant eccentricity, have been carried out. The states of stress, strain, displacement were analyzed in the specific steps of the load increment. The results of the numerical tests were compared with the experimental results carried out by Lloyd and Rangan.

Keywords: mechanics of structures, dynamic relaxation method, reinforced concrete column, load carrying capacity

DOI: 10.5604/12345865.1211139

