

Maciej CZAPSKI, Sabina ŻEBROWSKA-ŁUCYK

POLITECHNIKA WARSZAWSKA, INSTYTUT METROLOGII I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

Badania symulacyjne nad dokładnością wyznaczenia helikoidalnej linii odniesienia w pomiarach odchyłek kształtu metodą bezodniesieniową

mgr inż. Maciej CZAPSKI

Zajmuje się pomiarami i matematycznym opisem makrogeometrii powierzchni oraz tworzeniem efektywnych algorytmów obliczeniowych.



e-mail: czapski@mchtr.pw.edu.pl

dr hab. inż. Sabina ŻEBROWSKA-ŁUCYK

Prowadzi badania związane z opisem, pomiarami i analizą makrogeometrii powierzchni oraz projektowaniem stanowisk pomiarowo-diagnostycznych do identyfikacji odchyłek geometrycznych elementów maszynowych.



e-mail: szl@mchtr.pw.edu.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono problemy związane z dokładnością wyznaczenia helikoidalnej linii odniesienia w pomiarach odchyłek kształtu powierzchni obrotowych metodą bezodniesieniową. Przedstawiono program symulacyjny, który pozwala wyznaczyć charakter i wartości błędów metody.

Słowa kluczowe: odchyłka kształtu, powierzchnia obrotowa, helikoida, pomiar walцовości

Simulation research on accuracy of helical reference line used in form deviations measurements by radial method

Abstract

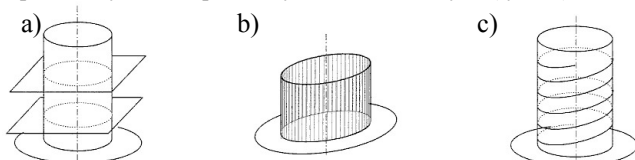
Some issues connected with the computational accuracy of helical reference line applied in certain Form Measuring Machines for revolving surfaces examination are considered. Examples of results obtained with a developed dedicated software and synthesis of simulation research are also given.

Keywords: form deviation, rotational surface, helix, cylindricity measurement

1. Wstęp

Szybkość pomiarów to obok dokładności najważniejsze kryterium przy ocenie atrakcyjności metody pomiarowej. W technice pomiarów współrzędnościowych stosuje się z powodzeniem szybkie metody skaningowe, również dziedziną pomiarów bezodniesieniowych jest polem do poszukiwania ulepszeń, czego przykładem jest niniejszy artykuł. Przedstawiono w nim rozważania na temat dokładności pomiarów odchyłki walцовości przy zastosowaniu helikoidy odniesienia.

Powierzchnie obrotowe przedmiotów można sprawdzić metodą bezodniesieniową w sposób klasyczny, mierząc pewną liczbę przekrojów poprzecznych i zakładając, że zmierzone przekroje są reprezentatywne dla pozostałych, niezmiernych (rys. 1.a).



Rys. 1. Sposoby zbierania punktów pomiarowych
Fig. 1. Methods of collecting measurement points

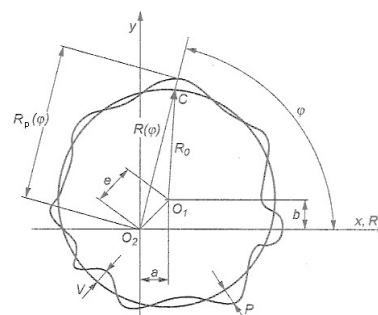
Można również wyobrazić sobie wyznaczanie kształtu powierzchni obrotowych na podstawie pomiaru przekrojów wzdłużnych, jeśli informacja o ich prostoliniowości jest dla odbiorcy wyników pomiaru bardziej istotna (rys. 1.b). W obydwu przypadkach, aby uzyskać miarodajne wyniki, należy przeprowadzić wielokrotne pomiary, co jest czasochłonne. Naturalnym pomysłem jest połączenie przy pomiarze ruchu obrotowego stołu z ruchem prostoliniowym karetki czujnika, co powoduje zeskanowanie powierzchni przedmiotu po linii śrubowej (rys. 1.c). Dalszą analizę zgromadzonych danych można przeprowadzić na kilka sposobów, dopasowując do zbioru punktów powierzchnię odniesienia (walec, stożek) – najmniejszą opisaną, największą wpisaną, powierzchnię średnią lub powierzchnię najmniejszej strefy. Siatkę odchyłek kształtu stanowią odchylenia poszczególnych punktów od wyznaczonej powierzchni odniesienia.

2. Podstawy matematyczne

W przypadku pomiarów linią śrubową brak jest (oprócz [1]) publikacji opisujących matematyczne podejście do problemu, metoda analizowana w niniejszym artykule pochodzi właśnie z [1] i ze względu na podobieństwa porównywana będzie do znanej metody okręgu średniokwadratowego.

Rys. 2. przedstawia mierzony profil i okrąg średni w układzie kartezjańskim i biegunowym. Promień okręgu średniego dany jest wzorem (1):

$$R(\varphi) = a \cos \varphi + b \sin \varphi + \sqrt{R_o^2 - (a \sin \varphi - b \cos \varphi)^2} \quad (1)$$

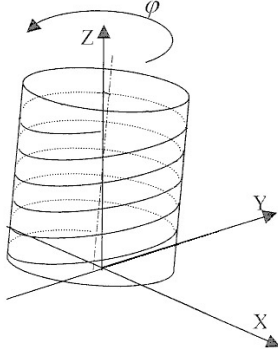


O_2 – środek obrotu
 O_1 – środek okręgu odniesienia
 a, b – współrzędne środka okręgu odniesienia
 φ – kąt biegnący obrotu
 P, V – największe wzniesienie i wgłębienie względem okręgu średniego
 $R_p(\varphi)$ – promień wodzący punktowej końcówki pomiarowej
 R_0 – promień okręgu średniego

Rys. 2. Profil badanego przedmiotu i okrąg średni
Fig. 2. Profile of a workpiece under measurement and least squares circle

Ze względu na nieliniowy charakter zależności (1) znalezienie okręgu średniego poprzez wyznaczenie parametrów a , b i R_0 byłoby trudne. Zakładając, że $e \ll R_0$ człon pierwiastkowy upraszcza się do R_0 , a wzór (1) przyjmuje postać:

$$R(\varphi) = R_0 + a \cos \varphi + b \sin \varphi \quad (2)$$



Równanie linii śrubowej w układzie współrzędnych R , φ , Z jest zbliżone do wzoru (1) lecz dodatkowo uwzględnia zależność współrzędnych a i b punktów leżących na osi przedmiotu od wysokości pomiaru Z , a gdy elementem odniesienia jest stożek również zmianę promienia mierzonego przedmiotu. Biorąc pod uwagę liniowy związek pomiędzy wysokością Z i kątem φ można równanie linii śrubowej przedstawić następująco:

Rys. 3. Schemat pomiaru metodą linii helikoidalnej
Fig. 3. Measurement by helical line

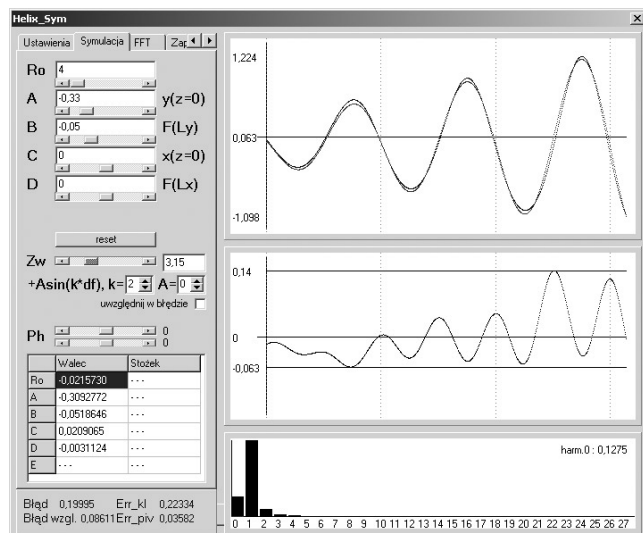
$$R_s(\varphi) = (A + B\varphi) \cos \varphi + (C + D\varphi) \sin \varphi + \sqrt{(R_0 + E\varphi)^2 - ((A + B\varphi) \sin \varphi - (C + D\varphi) \cos \varphi)^2} \quad (3)$$

Parametr R_0 w wyrażeniu (3) to promień elementu (mm), A i C to stałe określające współrzędne a i b na poziomie $z = 0$ (mm), B i D określają stopień pochylenia przedmiotu, zaś E jego stożkowość. Po uproszczeniu, analogicznym do zastosowanego w równaniu okręgu, wzór (3) przyjmuje postać:

$$R_s(\varphi) = R_0 + A \cos \varphi + B \varphi \cos \varphi + C \sin \varphi + D \varphi \sin \varphi + E \varphi \quad (4)$$

która jest, jak widać, liniową kombinacją poszukiwanych współczynników oraz funkcji sinus i kosinus kąta φ . Można zatem obliczyć współczynniki tego równania stosując regresję liniową.

Wprowadzone uproszczenie jest przyczyną błędów obliczeń. W celu ich wyznaczenia, a także zbadania dokładności obliczeń związanych z samą regresją (rozdz. 3), opracowano program symulacyjny o nazwie „Helix_Sym”. Pozwala on generować sygnał mierzony, zmieniając w szerokim zakresie parametry równania helikoidy, liczbę punktów pomiarowych, liczbę zwojów, kąt startu (rys. 4).



Rys. 4. Przykład ekranu programu symulacyjnego „Helix_Sym”
Fig. 4. An example screen shot of simulation program “Helix_Sym”

Program tworzy wykresy mierzonego sygnału i wyznaczonych odchyłek kształtu, oblicza transformatę Fouriera wybranego wycinka danych, oblicza parametry walca bądź stożka odniesienia, pozwala eksportować wyniki do wygodnego formatu. Program umożliwi również badanie wpływu poszczególnych parametrów w zadanym zakresie przy ustalonych wartościach pozostałych, co pozwala na automatyczne tworzenie charakterystyk błędów. Dostępne są również dodatkowe zoptymalizowane algorytmy obliczeń opisane szerzej w [1], istnieje też możliwość dodawania zaburzeń do przebiegu mierzonego, jednak dwa ostatnie zagadnienia leżą poza zakresem artykułu.

Zwiększenie szybkości pomiaru uzyskać można (oprócz zastosowania metody szybkiego skanowania) zmniejszając czas potrzebny na pozycjonowanie przedmiotu mierzonego. W związku z tym głównym celem badań symulacyjnych było ustalenie, jak położenie elementu o danej średnicy wpływa na błąd pomiaru (rozdz. 4). W symulacjach przesunięcie elementu względem osi obrotu uzyskuje się modyfikując współczynniki A i C [mm], jego pochylenie zmieniając B i D [mm/rad], a stożkowość - wprowadzając różną od zera wartość E [mm/rad]. Rozmiar przekroju wyrażony jest przez jego promień średni R_0 [mm].

3. Dokładność obliczeniowa

W pierwszym etapie badań symulacyjnych wyznaczono dokładność obliczeniową helikoidalnej linii odniesienia opisanej równaniem (4). Dzięki temu, że promień chwilowy mierzonej powierzchni wyrażono za pomocą tego samego wzoru co model regresji, można skupić się na niedokładności samych obliczeń, a nie na wpływie uproszczenia. Wzór (4) jest funkcją typu

$$y = \rho_0 + \rho_1 x_1 + \rho_2 x_2 + \rho_3 x_3 + \rho_4 x_4 + \rho_5 x_5 \quad (5)$$

Zatem wektor współczynników $\rho_0 \dots \rho_5$ obliczyć można za pomocą wzoru macierzowego:

$$\Theta = [X^T X]^{-1} X^T Y \quad (6)$$

w którym

$$\Theta = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \rho_1 \\ \dots \\ \rho_5 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{1(1)} & \dots & x_{5(1)} \\ 1 & x_{1(2)} & \dots & x_{5(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1(n)} & \dots & x_{5(n)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Wektor Y to zbiór punktów pomiarowych $R_s(\varphi)$. Wektor Θ to obliczane współczynniki R_0, A, B, C, D, E . Zmiennym $x_1 \dots x_5$ macierzy X odpowiadają funkcje $\cos \varphi, \varphi \cos \varphi, \sin \varphi, \varphi \sin \varphi, \varphi$. W nawiasy ujęto numery punktów pomiarowych. Widać, że składniki macierzy X zależą jedynie od chwilowego kąta pomiaru, co przy znanym odstepie próbkowania pozwala na ustalenie tych elementów jeszcze przed pomiarem. Wiadomo, że przy obliczeniach komputerowych działania dokonywane są na liczbach zmiennoprzecinkowych o skończonej precyzji, w związku z tym liczby te obarczone są pewnym (pomijalnym zazwyczaj) błędem. Jednak błędy te w trakcie wielokrotnych działań mogą wykazywać tendencję do kumulowania się. Badania symulacyjne dowiodły, że przy stosowaniu obliczeń macierzowych (6) względem modelu (4) z precyzją liczb 64 bitów propagacja błędów jest znikoma. Nawet przy skrajnie niekorzystnych warunkach pomiaru przedmiotu (np. dla parametrów $R_0 = 3, A = -0,3, B = -0,03$, 256 próbek na obrót) błędy mają postać szumu o amplitudzie kilkanaście rzędów mniejszej od amplitudy sygnału. Stwierdzono, że przedstawiony algorytm jest numerycznie stabilny.

4. Wpływ uproszczeń algorytmu na błędy

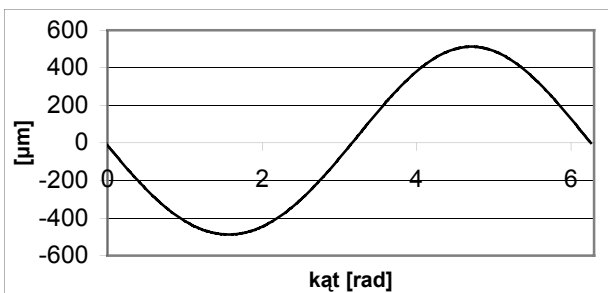
Zarówno przy wyznaczaniu spirali odniesienia jak i okręgów odniesienia występują błędy wynikające z omawianych wcześniej uproszczeń w równaniu elementu odniesienia (równaniu regresji). W związku z tym interesujące jest porównanie dokładności pomiaru odchyłki kształtu tej samej powierzchni dwiema metodami: linią śrubową i powszechnie stosowaną metodą przekrojów poprzecznych, w której wyznacza się okręgi odniesienia dla każdego z przekrojów.

Przyjmijmy, że badany jest element idealnie walcowy o średnicy 10 mm ($R_0 = 5$ mm), którego oś jest równoległa do osi obrotu, ale przesunięta o pewną wartość. Dla celów poglądowych założymy bardzo dużą wartość przesunięcia; niech $A = -0,5$ mm, $B = 0$ mm. Sygnał pomiarowy, zebrany za pomocą czujnika w dowolnym przekroju poprzecznym jest taki sam i ma przebieg (po odjęciu składowej stałej) przedstawiony na rys. 5. Widmo tego sygnału ma tylko dwa widoczne prążki (rys. 6). Odchyłki kształtu względem walca średniego są w każdym przekroju jednakowe i mają postać drugiej harmonicznej (rys. 7 i 8). Obserwowane odchyłki kształtu są miarą błędów metody, który zgodnie z pracą [2] opisany jest wzorem:

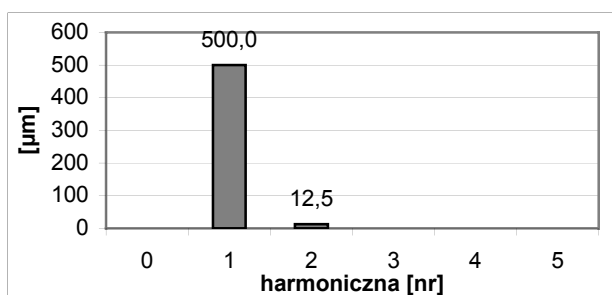
$$\Delta \cong e^2 / (2R) \quad (8)$$

W symulowanym przykładzie Δ wynosi 25 μm (rys. 7).

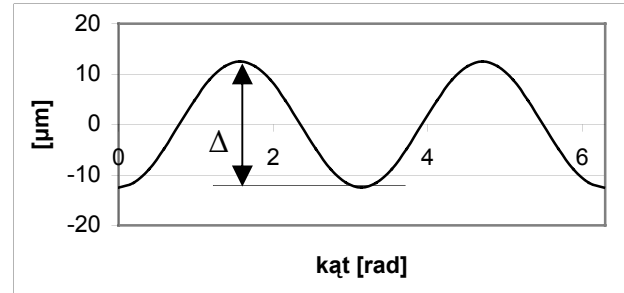
Przypadek spirali odniesienia jest trudniejszy. Wyniki pomiaru zależą od liczby zwojów. Przyjmijmy na wstępie, że mierzony jest tylko jeden zwoj. Sygnał pomiarowy ma w tym przypadku postać identyczną jak w przypadku pomiaru pojedynczego przekroju poprzecznego (rys. 5). Wyznaczone odchyłki kształtu mają przebieg przedstawiony na rys. 9, który znacznie różni się od przebiegu na rys. 7. Odchyłka kształtu, oznaczona symbolem Γ , wynosi 15 μm . Widmo odchyłek pokazane na rys. 10 zawiera wiele harmonicznych i mocno różni się od widma uzyskanego metodą przekrojów poprzecznych. Ponadto, wyniki odchyłki walcowości wyznaczone metodą helikoidalną zależą od kąta startu pomiaru φ_0 . Ilustrują to rys. 11 i 12, przedstawiające wyniki pomiaru przedmiotu ustawionego tak samo jak poprzednio, jednak początkowy punkt pomiaru został przesunięty o kąt 144° ($\varphi_0 = 144^\circ$). Pociągnęło to za sobą zmianę kształtu wykresu i wartości odchyłki Γ , która wzrosła do 28 μm .



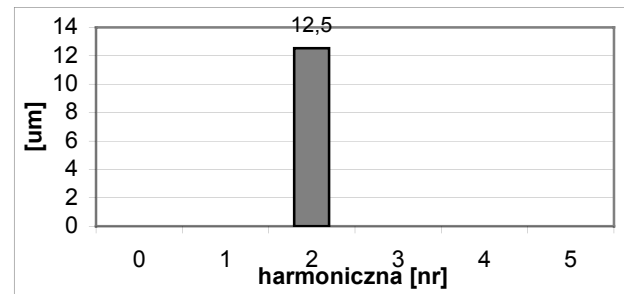
Rys. 5. $R_0=5$, $a=A=-0,5$; Symulowany sygnał okręgu / jednego zwoju
Fig. 5. $R_0=5$, $a=A=-0,5$; Circle / one coil simulated signal



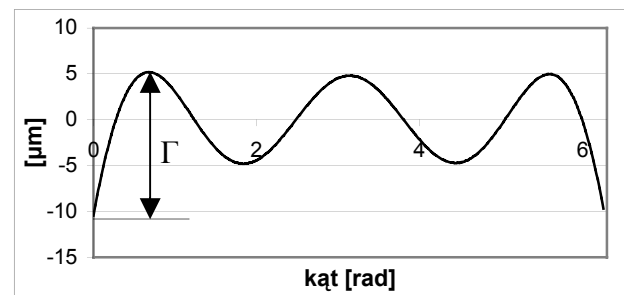
Rys. 6. Widmo symulowanego sygnału okręgu / zwoju
Fig. 6. Spectrum of simulated circle / coil signal



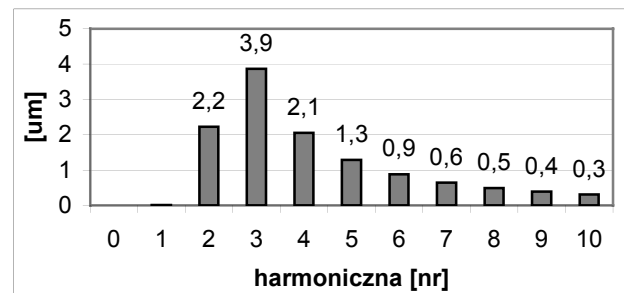
Rys. 7. Odchyłki profilu od okręgu odniesienia
Fig. 7. Profile deviations from reference circle



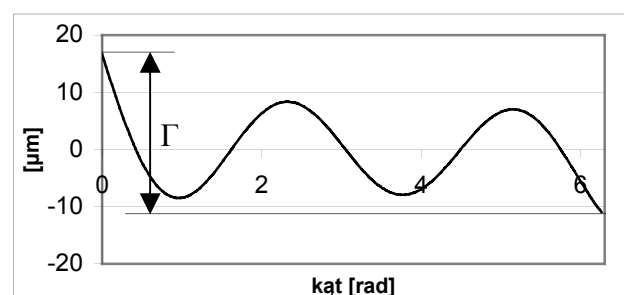
Rys. 8. Widmo odchyłek profilu od okręgu odniesienia
Fig. 8. Spectrum of profile deviations from reference circle



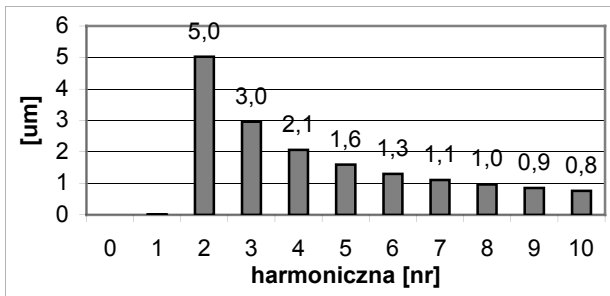
Rys. 9. Odchyłki profilu od spirali odniesienia
Fig. 9. Profile deviations from reference helix



Rys. 10. Widmo odchyłek profilu od spirali odniesienia
Fig. 10. Spectrum of profile deviations from reference helix

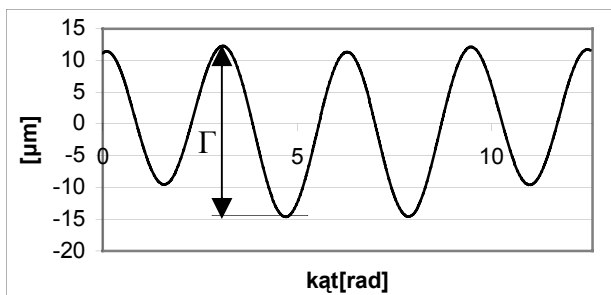


Rys. 11. $R_0=5$, $a=A=-0,5$; Odchyłki od spirali odniesienia (analiza od 144°)
Fig. 11. $R_0=5$, $a=A=-0,5$; Deviations from reference helix (analysis starts at 144°)



Rys. 12. Spektrum odchylen od spirali średniej (analiza od 144°)
Fig. 12. Spectrum of reference helix deviations (analysis starts at 144°)

Przykład z jednym zwojem jest interesujący ze względów poznawczych, jednak w praktyce w metodzie śrubowej stosuje się większą liczbę zwojów. Na rysunku 13 pokazano odchyłki kształtu tego samego elementu i przy tym samym co poprzednio ustawieniu, wyznaczone przy pomiarze dwoma zwojami. Przebieg wykazuje większą okresowość z wyraźniejszym udziałem drugiej harmonicznej, błąd Γ wynosi 27 μm , zatem wyniki są bardziej zbliżone do otrzymanych metodą przekrojów poprzecznych.

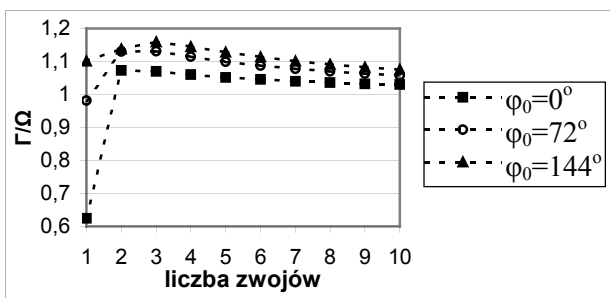


Rys. 13. $R=5$; $A=-0,5$; Odchyłki od spirali odniesienia dla 2 zwojów
Fig. 13. $R=5$; $A=-0,5$; Deviations from reference helix for 2 coils

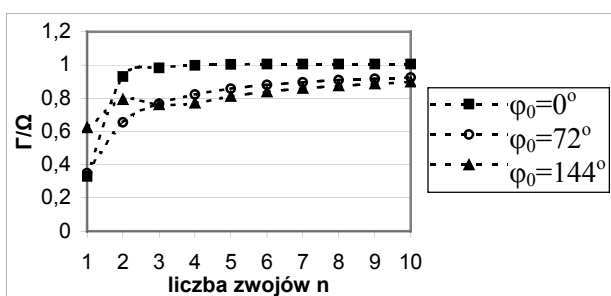
W celu syntetycznego porównania wyników otrzymanych obema metodami, z uwzględnieniem oprócz przesunięcia osi także jej pochylenia, wprowadzono dalej współczynnik Γ/Ω , w którym:

Γ – błąd wynikający z metody spirali odniesienia,

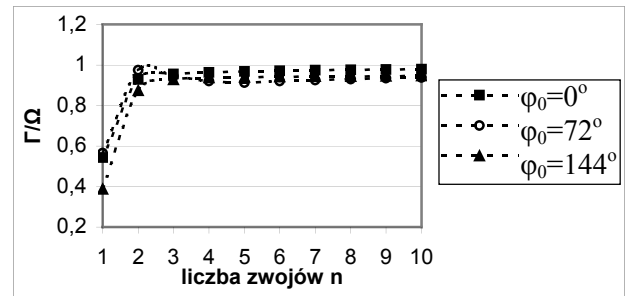
Ω – największy z błędów Δ w metodzie przekrojów poprzecznych (jeśli oś jest pochylona, to błędy w poszczególnych przekrojach są różne).



Rys. 14. $R=5$; $A=-0,5$; spirala odniesienia dla walca
Fig. 14. $R=5$; $A=-0,5$; reference helix for cylinder



Rys. 15. $R=5$; $A=0$; $B=-0,03$; spirala odniesienia dla walca
Fig. 15. $R=5$; $A=0$; $B=-0,03$; reference helix for cylinder



Rys. 16. $R=5$; $A=-0,3$; $B=-0,03$; spirala odniesienia dla stożka
Fig. 16. $R=5$; $A=-0,3$; $B=-0,03$; reference helix for cone

Kolejne rysunki prezentują wartości współczynnika Γ/Ω dla całkowitej liczby zwojów (od 1 do 10) przy trzech wartościach kąta początkowego φ_0 . Dla większej czytelności punkty odpowiadające tej samej wartości φ_0 połączono liniami przerywanymi. Rysunek 14 dotyczy elementu o osi równoległej do osi obrotu. Wskaźnik Γ/Ω nie przekracza 1,2. Wywołany zmianą kąta φ_0 rozrzut tego wskaźnika maleje ze wzrostem liczby zwojów, a średnia wartość wskaźnika dąży do 1. Rysunek 15 obrazuje efekt pochylenia osi elementu. Wpływ kąta początkowego jest tu wyraźniejszy. Rysunek 16 daje obraz małych błędów i małego ich rozrzutu. Odchyłki były liczone względem stożka odniesienia (uwzględniono czynnik E w równaniu 4), zatem algorytm średniokwadratowy, mając większą swobodę doboru parametrów, wykazał stożkowość powierzchni walcowej.

5. Wnioski końcowe

Obliczenia odchyłek kształtu powierzchni obrotowych na podstawie pomiaru współrzędnych punktów rozłożonych wzdłuż helikoidy, przy wykorzystaniu modelu regresji liniowej, charakteryzuje matematyczna jednoznaczność wyników. Przeprowadzone symulacje wykazały, że algorytm obliczeń zgodnie ze wzorem macierzowym (6) dla modelu opisanego równaniem (4) jest numerycznie stabilny. Błędy obliczeń wywołane skończoną precyzją liczb są kilkanaście rzędów mniejsze od amplitudy sygnału mierzzonego.

Metoda helikoidy, podobnie jak metoda przekrojów poprzecznych, daje wyniki zależne od położenia mierzonego elementu względem osi obrotu. Program symulacyjny pozwolił ustalić, że błędy pomiaru wywołane niedoskonałym pozycjonowaniem są dla obu metod zbliżone. Przy liczbie zwojów dwa i większej wskaźnik Γ/Ω zawiera się w przedziale od 0,7 do 1,2.

Przedstawione w artykule przykłady dotyczą pomiarów elementu o niewielkiej średnicy bardzo niedokładnie ustawionego względem osi obrotu. W rzeczywistych badaniach elementy są znacznie dokładniej pozycjonowane, co redukuje błąd Γ . Wykorzystując wskaźnik Γ/Ω oraz wzór (8) można szybko oszacować maksymalną wartość błędu, a więc składnik niepewności wywołany nieosiowym ustawieniem mierzonego elementu. Na przykład dla elementu o średnicy 10 mm przy $e = 0,1$ mm błąd Γ jest mniejszy od 1,2 μm , a dla $e = 0,01$ mm nie przekracza 12 nanometrów.

6. Literatura

- [1] Żebrowska-Lucyk S., Rudziński R.: „Matematyczne podstawy wyznaczania odchyłek kształtu powierzchni prostokształtnych metodą skanowania wzdłuż helikoidy” – sprawozdanie z pracy własnej 503G/1650
- [2] Żebrowska-Lucyk S.: Bezodniesieniowa metoda badania makrogeometrii powierzchni elementów obrotowych, OWPW, Warszawa 2001