

Karol Tatar, Piotr Chudzik
Politechnika Łódzka, Łódź

MODELOWANIE WPLYWU NIEZALEŻNEGO STEROWANIA KÓŁ LEWYCH I PRAWYCH NA ZACHOWANIE DYNAMICZNE POJAZDU

INFLUENCE OF INDEPENDENT STEERED LEFT AND RIGHT WHEELS ON DYNAMIC MODELLING OF VEHICLE

Streszczenie: Artykuł prezentuje model czterokołowego pojazdu elektrycznego o niezależnym napędzie tylnych oraz przednich kół i skrętniej przedniej osi pojazdu. Każde z tylnych oraz przednich kół sterowane jest za pomocą zadawanego momentu. Celem artykułu było zaprezentowanie uproszczonego modelu matematycznego pojazdu oraz przeprowadzenie podstawowych badań symulacyjnych mających na celu rozwój zaawansowanych strategii sterowania pojazdem. Prezentowany w artykule model uwzględnia w swojej strukturze nieliniowe oddziaływanie opona-droga, dynamikę masy punktowej pojazdu w kierunku wzdłużnym i poprzecznym oraz dynamikę bryły sztywnej związanej z ruchem obrotowym pojazdu w czasie wykonywania skrętów.

Abstract: Article presents non-linear model of four wheeled electric car with independent front and rear shaft wheels drive and front steered shaft. The aim of this article was to present simplified mathematical model for vehicle, it's counterpart in Matlab/Simulink software for test and research study of advanced control algorithms. Depicted model includes non-linear tire-road characteristics, longitudinal and lateral dynamic.

Słowa kluczowe: pojazd elektryczny, czterokołowy, sterowanie, modelowanie
Keywords: electric car, four wheel, control algorithms, modelling

1. Wstęp

Jedną z nowych możliwości, jakie daje zastąpienie silnika spalinowego z mechanizmem różnicowym, napędem z silnikami elektrycznymi w każdym z kół, jest zdolność niezależnego kształtowania momentu napędowego przykładanego do każdego koła [1][2]. Zdolność ta pozwala na uzyskanie lepszych właściwości trakcyjnych pojazdu oraz ma wpływ na zużycie powierzchni tocnych kół. Obecnie napędy z niezależnym zasilaniem kół są powszechnie stosowane w autobusach elektrycznych. Coraz częściej niezależne sterowanie kół lewych i prawych spotyka się również w pojazdach szynowych, w których ze względu na konieczność obniżenia podłogi pojazdu eliminuje się tradycyjny wózek z osią. W przypadku samochodów, poruszających się dzięki tarcia opon o podłoże, rozdzielanie sterowania wybranymi kołami ma wyraźny wpływ na kształt trajektorii ruchu. W pojazdach szynowych, w których trajektoria i tak jest wymuszona przez układ szyn, odpowiednie kształtowanie momentu przykładanego do wybranych kół ma jedynie wpływ na ich zużycie. Ponieważ współczesne napędy elektryczne, dzięki odpowiedniemu sterowaniu, pozwalają na uzyskanie po-

żądaných wartości momentów napędowych bez pojawiania się charakterystycznych dla dawniejszych rozwiązań „stanów przejściowych”, możliwe jest ich wykorzystanie do poprawy właściwości jezdnych pojazdu. W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań symulacyjnych, w których pokazano wpływ wybranych sposobów kształtowania momentu napędowego kół na siły tarcia poprzecznego i wzdłużnego pojazdu poruszającego się po trajektorii o kształcie okręgu.

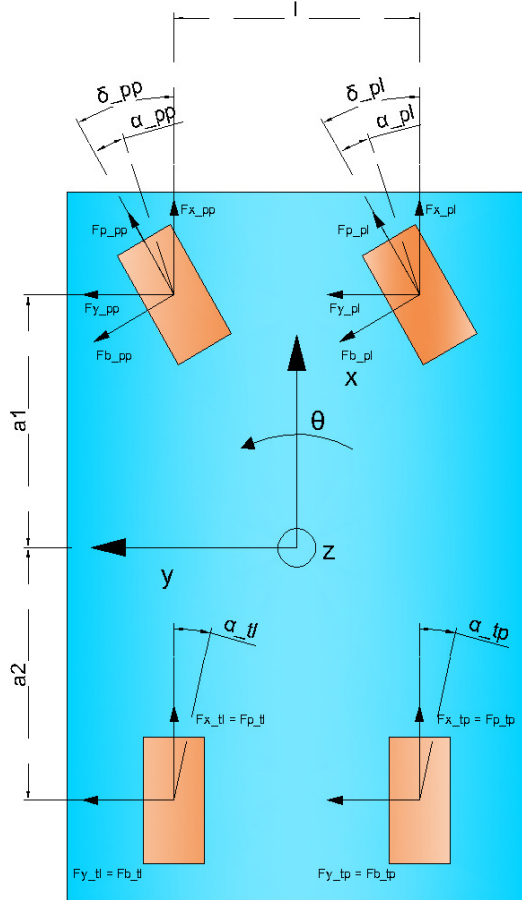
2. Model matematyczny pojazdu

Prezentowany model pojazdu uwzględnia:

- dynamikę kół pojazdu,
- dynamikę wzdłużną i poprzeczną układu związanego ze środkiem ciężkości pojazdu,
- ruch obrotowy pojazdu w płaszczyźnie kąta yaw (obrót wokół osi z).

W stworzonym modelu pominięto zjawiska z ruchem obrotowym pojazdu w płaszczyznach kątów pitch i roll. Co za tym idzie nie brano pod uwagę zmiany siły reakcji podłoża wynikającej z dynamiki ruchu obrotowego w płaszczyznach powyższych kątów. Rysunek 1 pre-

zentuje siły działające na pojazd, uwzględnione w poniższym toku rozważań.



Rys. 1. Siły działające na pojazd

Dla każdego z kół pojazdu, zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona dla bryły sztywnej można zapisać

$$\mathbb{[J]}_k + \frac{m_t}{4} * R_k^2 * \dot{\omega}_k = T_N - T_h - F_p * R_k \quad (1)$$

gdzie J_k jest momentem bezwładności koła, m_t jego prędkością kątową, T_N momentem napędowym, T_h momentem hamującym, R_k promieniem koła a F_p siła przyczepności wzdłużnej. Siłę przyczepności wzdłużnej dla każdego z kół możemy wyrazić wzorem:

$$F_{p_{xx}} = F_z * \mu(\lambda_{xx}) \quad (2)$$

gdzie F_z siła reakcji podłoża działająca na każde z kół, $\mu(\lambda)$ współczynnik tarcia wzdłużnego zależny od współczynnika poślizgu λ [3][6][7]. Indeks xx odnosi się do oznaczenia konkretnego koła:

- pp – przednie prawe,
- pl – przednie lewe,
- tp – tylne prawe,

- tl – tylne lewe.

Poza siłami przyczepności wzdłużnej, na każde z kół działają jeszcze siły przyczepności bocznej F_b opisane zależnością:

$$F_{b_{xx}} = F_z * \mu(\alpha_{xx}) \quad (3)$$

gdzie $\mu(\alpha)$ współczynnik tarcia boczego zależny od kąta poślizgu boczego α [3].

Siły działające w kierunkach x i y układu odniesienia związanego z środkiem ciężkości pojazdu działające na każde z kół można zapisać

$$\begin{aligned} F_{x_{pl}} &= F_{p_{pl}} * \cos(\delta_{pl}) - F_{b_{pl}} * \sin(\delta_{pl}) \\ F_{y_{pl}} &= F_{p_{pl}} * \sin(\delta_{pl}) + F_{b_{pl}} * \cos(\delta_{pl}) \\ F_{x_{pp}} &= F_{p_{pp}} * \cos(\delta_{pp}) - F_{b_{pp}} * \sin(\delta_{pp}) \\ F_{y_{pp}} &= F_{p_{pp}} * \sin(\delta_{pp}) + F_{b_{pp}} * \cos(\delta_{pp}) \\ F_{x_{tl}} &= F_{p_{tl}} \\ F_{y_{tl}} &= F_{b_{tl}} \\ F_{x_{tp}} &= F_{p_{tp}} \\ F_{y_{tp}} &= F_{b_{tp}} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie F_x oraz F_y siły w osi x oraz y działające na każde z kół.

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki, dla masy punktowej, możemy zapisać [3][5][6]:

$$\begin{aligned} m_t * (\dot{V}_x - V_y * \dot{\theta}) &= F_{x_{pl}} + F_{x_{pp}} + F_{x_{tl}} + F_{x_{tp}} - F_{op} - F_g \\ m_t * (\dot{V}_y - V_x * \dot{\theta}) &= F_{y_{pl}} + F_{y_{pp}} + F_{y_{tl}} + F_{y_{tp}} \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie F_{op} to siła oporów aerodynamicznych, F_g siła zsuwająca zależna od kąta nachylenia terenu, po którym porusza się pojazd.

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona dla bryły sztywnej można zapisać:

$$\begin{aligned} J_p * \ddot{\theta} &= a_1 * (F_{y_{pl}} + F_{y_{pp}}) - a_2 * (F_{y_{tl}} + F_{y_{tp}}) - \\ &\quad - \frac{l}{2} * (F_{x_{pl}} + F_{x_{tl}}) + \frac{l}{2} * (F_{x_{pp}} + F_{x_{tp}}) \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie J_p to moment bezwładności pojazdu względem osi z, a_1 to odległość przedniej osi od środka ciężkości pojazdu, a_2 to odległość tylnej osi od środka ciężkości pojazdu, l to rozstaw kół.

Dla przedstawionego modelu wielkościami wejściowymi są momenty napędowe i hamujące kół tylnych, kąt skrętu przedniej osi oraz kąt nachylenia podłoża. Wielkościami wyjściowymi są prędkości liniowe środka ciężkości pojazdu, prędkości kątowe kół, prędkość ką-

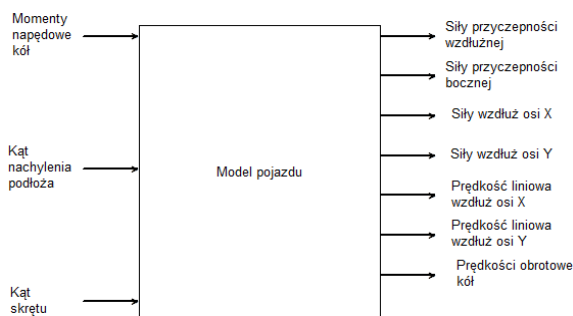
towa obrotu wokół osi z, siły wzdłużne i poprzeczne działające na każde z kół oraz położenie środka ciężkości pojazdu względem układu obserwatora.

3. Badania symulacyjne

Dla równań 1-6 stworzono model symulacyjny w środowisku Simulink. Model ten składał się z kilku bloków, wśród których można wyróżnić:

- blok opisujący dynamikę wzdłuż osi x układu związanego z pojazdem,
- blok opisujący dynamikę wzdłuż osi y układu związanego z pojazdem,
- blok opisujący dynamikę ruchu obrotowego wokół osi z układu związanego z pojazdem,
- blok opisujący dynamikę układu jezdnych tj. koła,
- blok opisujące nieliniowe zależności kontaktu opona – podłoże.

Rysunek 2 prezentuje schemat uwzględniający wejścia oraz wyjścia modelu.



Rys. 2. Schemat uwzględniający wejścia i wyjścia modelu

Dla tak przygotowanego modelu wykonano szereg symulacji. W badaniach założono jazdę po łuku przy współczynnikach z równań 2 oraz 3 opisujących suche podłoże o dobrej przyczepności [4]. Taką symulację przeprowadzono dla pojazdu, w którym napędzane są:

- koła przednie,
- koła tylne,
- koła przednie oraz tylne.

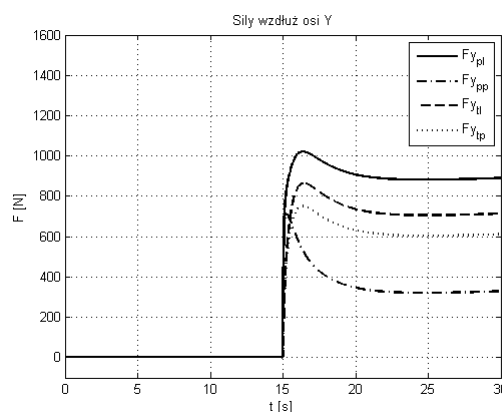
W badaniach uwzględniono sterowanie tym samym momentem wszystkich napędzanych kół oraz sterowanie z korektą umożliwiającą kształtowanie rozkładu sił bocznych. Warunkami brzegowymi jest startujący pojazd z prędkością $0 \frac{m}{s}$.

Po 15 sekundach rozpędzania pojazd rozpoczyna skręt o kąt 10° . Pozostałe parametry przyjęte w czasie symulacji prezentuje tabela 1.

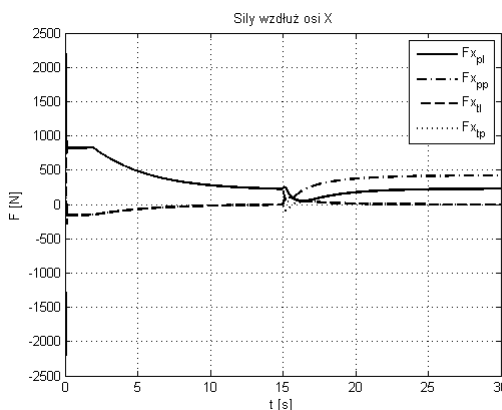
Tabela 1. Wartości parametrów użytych do symulacji

Parametr	Wartość
Masa pojazdu (m_t)	1000 kg
Odległość środka ciężkości od przedniej osi (a_1)	2 m
Odległość środka ciężkości od tylnej osi (a_2)	2 m
Rozstaw kół (l)	2,2 m
Promień koła (R_k)	0,2 m
Moment bezwładności koła (J_k)	0,2 kg*m ²
Moment bezwładności pojazdu względem osi z (J_p)	1736 kg*m ²

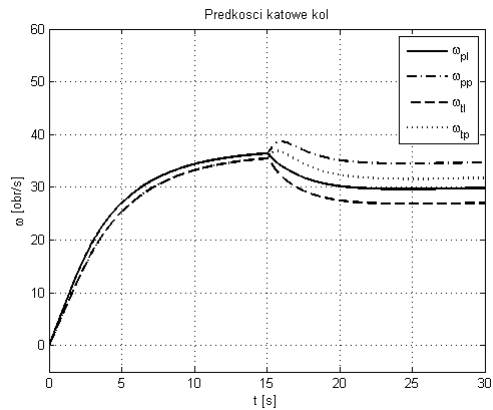
3.1. Badanie pojazdu napędzanego kołami przednimi z wymuszeniem tego samego momentu



Rys. 3. Siły działające na pojazd w osi y. Napęd na przednią oś

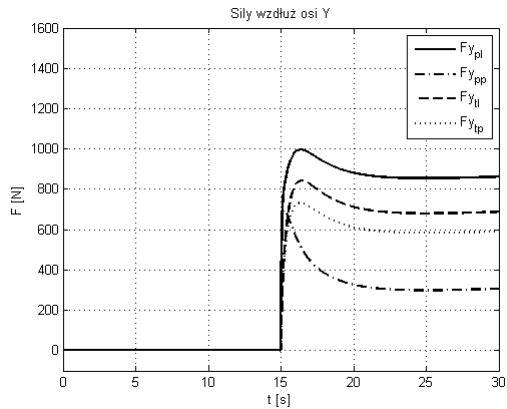


Rys. 4. Siły działające na pojazd w osi x. Napęd na przednią oś

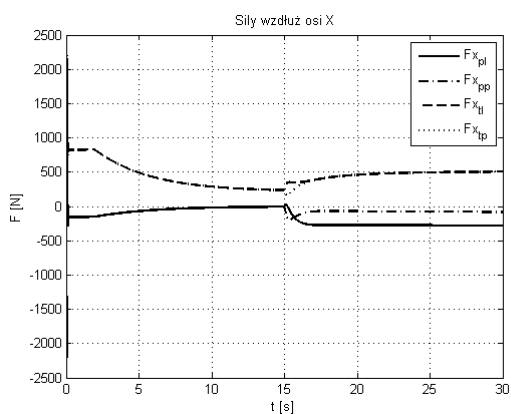


Rys. 5. Prędkość obrotowa kół pojazdu. Napęd na przednią oś

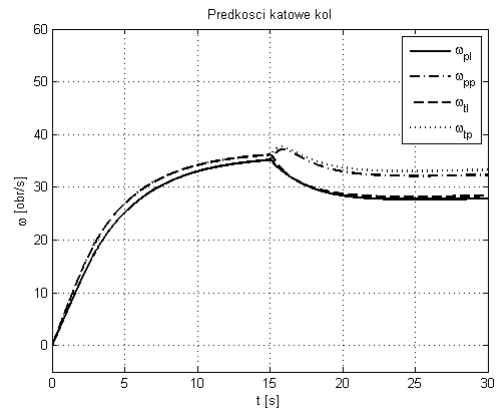
3.2. Badanie pojazdu napędzanego kołami tylnymi z wymuszeniem tego samego momentu



Rys. 6. Siły działające na pojazd w osi y. Napęd na tylną oś

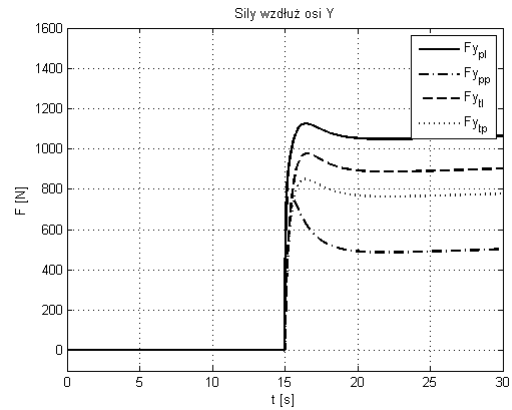


Rys. 7. Siły działające na pojazd w osi x. Napęd na tylną oś

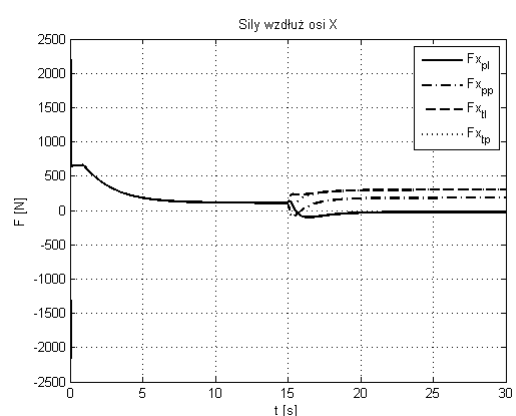


Rys. 8. Prędkość obrotowa kół pojazdu. Napęd na tylną oś

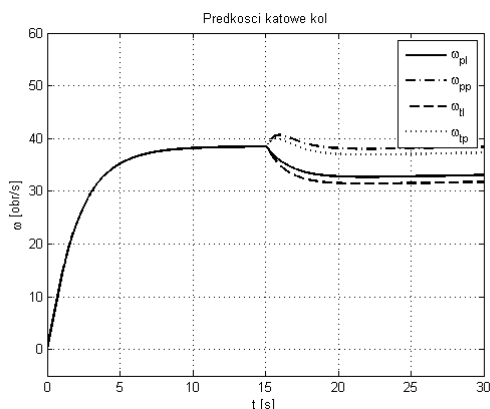
3.3. Badanie pojazdu napędzanego kołami tylnymi oraz przednimi z wymuszeniem tego samego momentu



Rys. 9. Siły działające na pojazd w osi y. Napęd na przednią oraz tylną oś



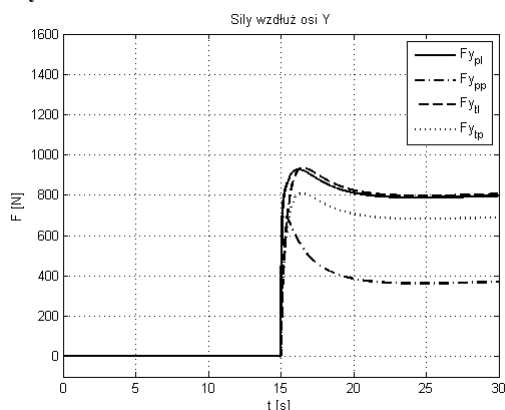
Rys. 10. Siły działające na pojazd w osi x. Napęd na przednią oraz tylną oś



Rys. 11. Prędkość obrotowa kół pojazdu. Napęd na przednią oraz tylną oś

3.4. Badanie pojazdu, z uwzględnieniem sygnału korekcyjnego, przy zadawaniu momentu

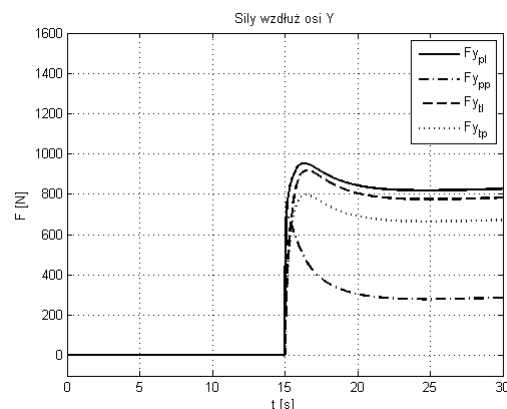
W celu redukcji sił bocznych działających na pojazd proponowany jest algorytm, w którym sygnał korekcyjny jest uzależniony od kąta skrętu.



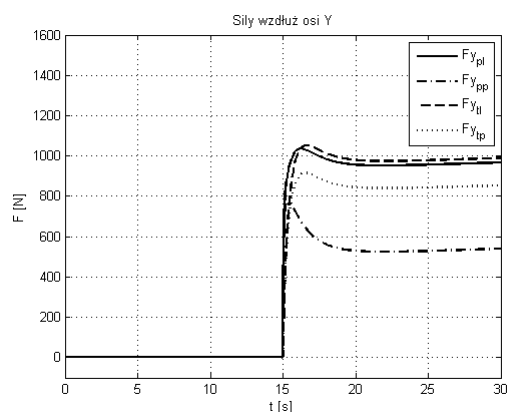
Rys. 12. Siły działające na pojazd w osi y. Napęd na przednią oś z uwzględnieniem sygnału korekcyjnego przy zadawaniu momentu

Porównując rysunek 12 z 3 można zauważyć zmniejszenie wartości siły działającej na koło przednie lewe kosztem zwiększenia sił działających na koła tylne oraz przednie prawe.

Porównując rysunek 13 z 6 można zauważyć zmniejszenie wartości siły działającej na koło przednie lewe kosztem zwiększenia sił działających na koła tylne. Siła działająca na koło przednie prawe nie uległa zmianie.



Rys. 13. Siły działające na pojazd w osi y. Napędzana tylna oś z uwzględnieniem sygnału korekcyjnego przy zadawaniu momentu



Rys. 14. Siły działające na pojazd w osi y. Napędzana tylna oś na stały moment, przednia z uwzględnieniem sygnału korekcyjnego przy zadawaniu momentu

Porównując rysunek 14 z 9 można dojść do podobnych wniosków wynikających z porównania rysunków 13 z 6.

4. Podsumowanie

Stworzony model matematyczny pozwala na prowadzenie badań wpływu różnicowania momentu napędzającego koła pojazdu na siły oddziaływania kół z podłożem. W artykule zamieszczono jedynie wyniki badania sił tarcia poprzecznego. Innym bardzo ważnym aspektem prowadzonych badań była ocena wpływu różnicowania momentu napędowego na sumaryczne opory ruchu pojazdu wynikające z pokonywania sił tarcia opon o podłoże.

5. Bibliografia

- [1]. M. Janaszek: "Dwusilnikowy napęd bezpośredni dla pojazdów turystycznych", Maszyny Elektryczne - Zeszyty Problemowe, Nr 2/2014.

- [2]. W. Radwański, P. Dukalski: „*Koncepcja budowy silnika elektrycznego zabudowanego w piaście koła pojazdu*”, *Maszyny Elektryczne - Zeszyty Problemowe*, Nr 2/2014.
- [3]. G. Vasiljevic, Z. Vrhovski, S. Bogdan: “*Dynamic Modeling and Simulation of a Three-wheeled Electric Car*”, IEEE International Electric Vehicle Conference, 2012.
- [4]. H. B. Pacejka: “*Tyre and Vehicle Dynamics*”, SAE International and Elsevier, 2005.
- [5]. E. J. Rossetter, J. C. Gerdes: “*Performance guarantees for hazard based lateral vehicle control*”, ASME Conference Proceedings, 2002.
- [6]. J. Huang, J. Ahme, A. Kojic, J. Hathout: “*Control Oriented Modeling for Enhanced Yaw Stability and Vehicle Steerability*”, American Control Conference, 2004.
- [7]. R. N. Jazar: “*Vehicle dynamics*”, Springer Science+Business Media, LLC, New York, 2008.