Journal of Polish CIMEEAC
Faculty of Mechanical Engineering and Ship Technology
Institute of Ocean Engineering and Ship Technology
Department of Marine Power Plants

MOŻLIWOŚĆ OSZACOWANIA CZASU DZIAŁANIA DOWOLNEGO OKRĘTOWEGO URZĄDZENIA ENERGETYCZNEGO

Jerzy Girtler

Politechnika Gdańska
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Okrętownictwa
Zakład Siłowni Okrętowych
tel. (+48 58) 347-24-30; fax (+48 58) 347-19-81
e-mail: jgirtl@pg.edu.pl

Słowa kluczowe: działanie, obciążenie, proces obciążeń, proces stochastyczny, proces semi-Markowa, urządzenie okrętowe

Streszczenie: W artykule przedstawiono propozycję modelu procesu eksploatacji dowolnego okrętowego urządzenia energetycznego w formie trójstanowego procesu semi-markowskiego $\{Y(t): t \geq 0\}$ o zbiorze stanów $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ i następującej interpretacji elementów tego zbioru: z_1 – stan użytkowania urządzenia o stanie pełnej zdatności, (z_2) – stan obsługiwania planowego (profilaktycznego) urządzenia będącego w stanie zdatności częściowej, (z_3) – stan obsługiwania nieplanowego (wymuszonego uszkodzeniami) urządzenia, które jest wtedy w stanie niezdatności.. Przedstawiono uzasadnienie praktycznej przydatności takiego modelu z uwzględnieniem warunków eksploatacji okrętowych urządzeń energetycznych. Zasygnalizowano, że na bazie opracowanego modelu procesu eksploatacji o trzech stanach może być rozbudowany do tylu stanów eksploatacji ile musi uwzględnić użytkownik wspomnianych urządzeń, aby zapewnić racjonalną ich eksploatację.

1. Wstęp

W fazie eksploatacji jakiegokolwiek urządzenia energetycznego zainstalowanego w siłowni okrętowej (np. silnika spalinowego, bądź elektrycznego, pompy paliwowej, olejowej bądź wodnej, kotła parowego bądź wodnego, itd.) załoga maszynowa powinna zapewnić ich racjonalne działanie, a najlepiej – optymalne ze względu na dochód uzyskiwany podczas działania tych urządzeń. Działanie tego rodzaju urządzeń może być interpretowane jako przekazywanie energii E w formie (na sposób) ciepła (Q) i pracy (L) do odbiornika w określonym czasie t [1, 7, 8, 9, 17, 19]. Tak interpretowane działanie urządzeń (w ujęciu wartościującym) jest określane wielkością fizyczną (D), która ma wartość liczbową i jednostkę miary nazwaną *dżulosekundą* [6].

Taka interpretacja działania wspomnianych urządzeń jest wynikiem zastosowania metody analogii, w odniesieniu do zaproponowanego przez P. L. Maupertiusa i W. R. Hamiltona działania układów mechanicznych przekształcających energię potencjalną w kinetyczną (działanie Hamiltona) bądź zmieniających wartość własnej energii kinetycznej (działanie Maupertiusa). W przypadku urządzeń energetycznych siłowni okrętowych energia rozumiana jest, jako funkcja ich stanu technicznego i związanego z nim stanu energetycznego (termodynamicznego) i dlatego można ją rozpatrywać, jako wielkość fizyczną opisującą zmianę w czasie jednego rodzaju energii w inną każdego takiego urządzenia siłowni (np. energii chemicznej zawartej w paliwie na energię mechaniczną silnika spalinowego, bądź przenoszenia przez przegrodę energii termicznej w chłodnicy oleju smarowego od oleju do wody chłodzącej). Zapewnienie w fazie eksploatacji działania racjonalnego poszczególnych urządzeń energetycznych siłowni (w tym optymalnego) wymaga realizowania przez załogę racjonalnego przebiegu ich procesu eksploatacji. Uzyskanie takiego przebieg wspomnianego procesu wymaga zastosowana teoria procesów semi-Markowa do opracowania odpowiedniego modelu procesu eksploatacji urządzenia energetycznego siłowni okrętowej w formie procesu semi-markowskiego $\{Y(t): t \geq 0\}$.

W modelu takim należy uwzględnić przynajmniej trójstanowy zbiór S stanów technicznych o stanach s_k (k = 1, 2, 3) i trójstanowy zbiór E stanów eksploatacyjnych o stanach e_l (l = 1, 2, 3) urządzeń energetycznych siłowni okrętowych. Elementy s_k (k = 1, 2, 3) należące do zbioru S mają następujące ogólne interpretacje: s_1 – stan pełnej zdatności, s_2 – stan częściowej zdatności, s_3 – stan niezdatności, natomiast elementy e_l (l = 1, 2, 3) należące do zbioru E, takie interpretacje: e_1 – stan użytkowania, e_2 – stan obsługiwania profilaktycznego, e_3 – stan obsługiwania wymuszonego uszkodzeniem. Z dotychczasowych badań autora wynika, że do opracowania wspomnianego modelu procesu eksploatacji może być zastosowana teoria procesów semi-markowskich (teoria procesów semi-Markova) [1, 4, 11, 14, 18]. Umożliwia ona opracowanie modelu procesu eksploatacji urządzeń energetycznych w formie procesu stochastycznego $\{Y(t): t \geq 0\}$. Proces ten jest procesem wypadkowym istnienia procesu stochastycznego $\{W(t): t \geq 0\}$ oraz procesu $\{X(t): t \geq 0\}$, które są procesami o przedziałami stałych i prawostronnie ciągłych realizacjach Wartościami procesu $\{W(t): t \geq 0\}$ są stany s_k (k = 1, 2, 3) natomiast procesu $\{X(t): t \geq 0\}$ – stany e_l (l = 1, 2, 3) [5, 6, 12, 13, 14].

Oczywiste jest, że wspomniane stany s_i(i = 1, 2, 3) oraz e_j (j = 1, 2, 3) muszą mieć dokładną interpretację dla każdego rodzaju urządzenia energetycznego siłowni, ale procedura opracowania dla nich modeli semimarkowskich jest taka sama [12, 19].

Wobec tego jednocześnie zachodzące wspomniane stany s_k należące do zbioru S oraz stany e_l należące do zbioru E tworzą stany z_i należące do trójelementowego zbioru Z, który jest określony zależnością:

$$Z = \{z_1, z_2, z_3\} \tag{1}$$

o następującej interpretacji:

- stan procesu eksploatacji $z_1 = (s_1, e_1)$, który istnieje wtedy, gdy urządzenie znajdujące się w stanie pełnej zdatności (s_1) jest zastosowane zgodnie z przeznaczeniem (użytkowane jest w sposób aktywny, czyli pracuje), a to oznacza, że urządzenie to jest jednocześnie w stanie eksploatacyjnym e_1,
- stan procesu eksploatacji $z_2 = (s_2, e_2)$, który istnieje wtedy, gdy urządzenie znajduje się w stanie częściowej zdatności (s_2) i z tego powodu jest poddane obsłudze profilaktycznej, a to oznacza, że znajduje się jednocześnie w stanie eksploatacyjnym e_2,
- stan procesu eksploatacji $z_3 = (s_3, e_3)$, który istnieje wtedy, gdy urządzenie znajduje się w stanie niezdatności (s_3) wskutek jego uszkodzenia i z tego powodu jest poddane obsłudze wymuszonej tym uszkodzeniem, a to oznacza, że znajduje się jednocześnie w stanie eksploatacyjnym e_4.

Elementy z_i (i = 1, 2, 3) należące do zbioru stanów Z (1) są wartościami procesu eksploatacji dowolnego urządzenia energetycznego siłowni okrętowej, dla którego należy opracować model w formie semi-markowskiego procesu, niezbędnego do zapewnienia racjonalnego przebiegu tego procesu. Przebieg taki zapewnia optymalne działanie możliwe (D_M) urządzenia, w wyniku określenia optymalnej wartości czasu T_1 trwania stanu eksploatacji $z_1 \in Z$ (1), czyli czasu działania D_M.

Określenie wartości optymalnej czasu T_1 wymaga znajomości dochodu (C_1) uzyskiwanego w wyniku działania D_M urządzenia, które wtedy jest w stanie z_1 oraz kosztów (C_2) ponoszonych w wyniku istnienia stanu z_2, wskutek wykonywania obsług profilaktycznych i kosztów (C_3) wynikających z istnienia stanu z_3, z powodu realizacji obsług wymuszonych jego uszkodzeniami.

2. Sformułowanie problemu oszacowania czasu działania urządzenia okrętowego

W czasie eksploatacji każde urządzenie energetyczne siłowni okrętowej może być użytkowane bądź obsługiwane [4, 9, 10, 17]. Użytkowane może być wtedy, gdy jest w stanie s_1 natomiast, gdy znajduje się ono w stanie s_2, jego użytkowanie jest niewskazane i powinno być ono poddane obsługiwaniu profilaktycznemu. W pierwszym przypadku urządzenie jest w stanie użytkowania (e_1) za w drugim – w stanie obsługiwania profilaktycznego (e_2). Działanie (D) urządzenia jest możliwe tylko wtedy, gdy znajduje się ono w stanie eksploatacji $z_1 = (s_1, e_1)$. Z upływem czasu t działania urządzeń, wskutek oddziaływania na nie czynników destrukcyjnych (różne obciążenia i związane z nimi zużycie), ich działanie (D) pogarsza się. Wynika to z tego, że zużycie tych urządzeń powoduje zmniejszenie możliwości przetwarzania i przenoszenia energii w formie (na sposób) ciepła (Q) i pracy (L) [4, 5, 7, 8, 17, 19]. W rezultacie, działanie możliwe (D_M) tych urządzeń może być mniejsze od działania wymaganego (D_W), które jest niezbędne do wykonania zadania transportowego przez statek. Działanie możliwe (D_M) dowolnego urządzenia energetycznego można najogólniej określić wzorami [6, 8]:

$$D_M(t) \equiv D_L(t) = \int_0^t L(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{2}$$

lub

$$D_Q(t) \equiv D_Q(t) = \int_0^t Q(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{3}$$

Równanie (2) dotyczy możliwego działania (D_M) urządzenia, którego głównym zadaniem jest przetwarzanie energii w formie pracy (L), tzw. wykonywanie pracy, a wzór (3) – przetwarzanie energii w formie ciepła (Q), tzw. dostarczanie ciepła. W tych równaniach praca (L) i ciepło (Q) nie są rodzajami energii, lecz formami (sposobami) jej przetwarzania (przemiany) z jednego rodzaju w inny bądź przenoszenia energii tego samego rodzaju (np. termicznej).

W przypadku okrętowego silnika spalinowego, np. głównego (SG) działanie D_M można wyrazić zależnością [5, 6]:

$$D_M(t) \equiv D_{L_e}(t) = \int_0^t L_e(\tau)\mathrm{d}\tau = 2\pi\int_0^t n(\tau)M_o(\tau)\tau\mathrm{d}\tau \tag{4}$$

przy czym

$$2\pi \cdot n(\tau) \cdot M_o(\tau) = N_e(\tau), \tag{5}$$

gdzie:

$D_M(t) \equiv D_{L_e}(t)$ – działanie możliwe *SG* w czasie *t*, czyli umożliwiające wykonanie pracy użytecznej L_e w tym czasie,

$L_e(\tau)$ – praca użyteczna wykonana przez *SG* w chwili τ z przedziału ⟨0, *t*⟩,

$n(\tau)$ – prędkość obrotowa *SG* w chwiliτ z przedziału ⟨0, *t*⟩,

$M_o(\tau)$ – średni moment obrotowy *SG* chwili τ z przedziału ⟨0, *t*⟩,

$N_e(\tau)$ – moc użyteczna *SG* chwili τ z przedziału ⟨0, *t*⟩,

t – czas działania *SG*.

Istotną cechą wartościującego określenie działania D_M jakiegokolwiek urządzenia energetycznego, według zależności (2) bądź (3), czy też zależności (4), która dotyczy *SG* jest to, że ma ono liczbę i jednostkę miary nazywaną dżulosekundą [Js].

Do wykonania zadania przez dane urządzenie energetyczne zainstalowane w siłowni okrętowej niezbędne jest, aby jego działanie możliwe (D_M) było większe od działania wymaganego (D_W), bądź przynajmniej równe, czyli ($D_M \geq D_W$). W przeciwnym przypadku, gdy $D_M < D_W$, wspomniane zadanie nie zostanie wykonane.

Poprawne działanie możliwe (D_M) urządzenia jest wtedy, gdy znajduje się ono w stanie użytkowania (e_1) i zarazem w stanie pełnej zdatności (s_1). Wtedy proces eksploatacji takiego urządzenia charakteryzuje stan eksploatacji $z_1 = (s_1, e_1)$. Ten stan procesu cechuje to, że podczas działania D_W urządzenia, energia niezbędna do wykonania zadania musi być przetwarzana, bądź przenoszona przez wymagany czas *t*. W przypadku, gdy wspomniana energia jest mniejsza od potrzebnej do wykonania zadania w wymaganym czasie *t*, to należy przyjąć, że urządzenie utraciło stan s_1 i znajduje się w stanie s_2. Zatem zagadnienie oszacowania czasu działania dowolnego okrętowego urządzenia energetycznego o stanie s_1 będącego w stanie e_1 można sprowadzić do oszacowania czasu trwania stanu $z_1 = (s_1, e_1)$. Wymaga to opracowania modelu zmian stanów $z_i \in Z$ (1). Z dotychczasowych badań autora wynika, że modelem tym może być proces semi-markowski (proces semi-Markowa) o dyskretnym zbiorze stanów, ciągłych w czasie *t*.

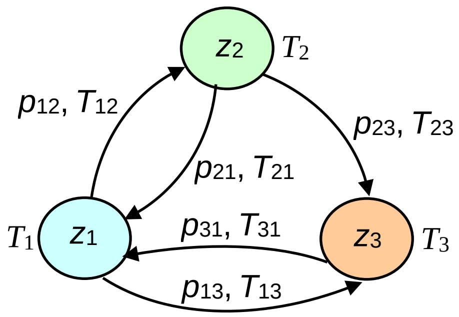
Wobec tego w artykule został zaproponowany semi-markowski model zmian wspomnianych stanów $z_i (i = 1, 2, 3)$ w formie procesu semimarkowskiego $\{Y(t): t \geq 0\}$ dla dowolnego urządzenia energetycznego siłowni okrętowej. Proces ten, przy zastosowaniu odpowiedniej diagnostyki technicznej, cechuje to, że czas trwania stanu z_i $(i = 1, 2, 3)$ istniejącego w chwili τ_n oraz stan $z_j (j = 1, 2, 3)$ możliwy do uzyskania w chwili τ_{n+1} nie zależą stochastycznie od stanów, które zaszły wcześniej i przedziałów czasu ich trwania [1, 2, 4, 13, 15, 16, 18, 20].

3. Semi-markowski model zmian stanów procesu eksploatacji urządzeń energetycznych siłowni okrętowych

Modelem zmian stanów procesu eksploatacji urządzeń energetycznych siłowni okrętowych może być trójstanowy proces semi-Markowa o interpretacji stanów przedstawionych zależnością (1). Wspomniana interpretacja stanów z_i $(i = 1, 2, 3)$ jest w tym przypadku ogólna, odnosząca się do każdego urządzenia, ale w razie potrzeby zawsze można ją ściślej sprecyzować w odniesieniu do danego urządzenia, np. silnika spalinowego głównego bądź pomocniczego, kotła parowego bądź wodnego, pompy wirowej bądź wyporowej, sprężarki promieniowej bądź osiowej, chłodnicy wody bądź oleju smarowego lub powietrza, podgrzewacza oleju, albo wody lub paliwa, itd. [4, 12].

Zbiór stanów $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ procesu eksploatacji $\{Y(t): t \geq 0\}$ dowolnego urządzenia siłowni okrętowej można uważać za zbiór wartości tegoż procesu. Proces ten jest procesem stochastycznym o przedziałami stałych i prawostronnie ciągłych realizacjach a wspomniane stany z_i $(i = 1, 2, 3)$ tego procesu ulegają zmianie zgodnie z grafem, który został przedstawiony na rys. 1 [5, 7, 9, 10, 13, 14].

Oczywiste jest, że stany te muszą być precyzyjniej określone dla każdego z urządzeń siłowni.



Rys. 1. Graf zmian stanów procesu eksploatacji $\{Y(t): t \geq 0\}$ dowolnego urządzenia siłowni okrętowych, przy czym: stan procesu eksploatacji $z_1 = (s_1, e_1)$, stan procesu eksploatacji $z_2 = (s_2, e_2)$, stan procesu eksploatacji $z_3 = (s_3, e_3)$, gdzie (1): s_1 – stan pełnej zdatności, s_2 – stan częściowej zdatności, s_3 – stan niezdatności, e_1 – stan użytkowania, e_2 – stan obsługiwania profilaktycznego, e_3 – stan obsługiwania wymuszonego, p_{ij} – prawdopodobieństwo nastąpienia zmiany stanu z_i na stan z_j,, T_i – czas bezwarunkowego trwania stanu z_i niezależnie od tego jaki stanu z_j po nim nastąpi, T_{ij} – czas trwania stanu z_i pod warunkiem, że następnym stanem będzie stan z_j; $i, j = 1, 2, 3; i \neq j$.

Graf, widoczny na rys, 1., odzwierciedla możliwości racjonalnego pojawiania się wspomnianych stanów, np. począwszy od stanu z_1, który trwa od chwili t_0 do chwili t_1. Stany te pojawiają się kolejno w chwilach $t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n$, przy czym $n = 1, 2, 3, \ldots$. (rys. 2). Zmiany stanu każdego urządzenia energetycznego siłowni statku charakteryzują prawdopodobieństwa p_{ij} zmiany stanu z_i na stan $z_j(i, j = 1, 2, 3; i \neq j)$ oraz zmienne losowe, którymi są przedziały czasu $T_i(i = 1, 2, 3)$ bezwarunkowego trwania stanu z_i niezależnie od tego jaki stanu z_j po nim nastąpi oraz przedziały czasu $T_{ij}(i, j = 1, 2, 3; i \neq j)$ trwania stanu z_i pod warunkiem, że następnym stanem będzie stan z_j.

Czas T_1 trwania stanu z_1 zależy od czasu poprawnej pracy ξ urządzenia do chwili pojawienia się stanu z_2 bądź stanu z_3. Czas ten, jako zmienna losowa ξ ma rozkład o dystrybuancie:

$$F_\xi = \mathrm{P}(\xi \leq t) \tag{6}$$

Czas T_2 trwania stanu z_2 zależy od czasu trwania obsługi profilaktycznej ζ urządzenia do chwili pojawienia się stanu z_1 bądź stanu z_3. Czas ten, jako zmienna losowa ζ ma rozkład o dystrybuancie:

$$F_\zeta = \mathrm{P}(\zeta \leq t) \tag{7}$$

Czas T_3 trwania stanu z_{23}zależy od czasu trwania obsługi wymuszonej χ urządzenia do chwili pojawienia się stanu z_1. Czas ten, jako zmienna losowa χ ma rozkład o dystrybuancie:

$$F_\chi = \mathrm{P}(\chi \leq t) \tag{8}$$

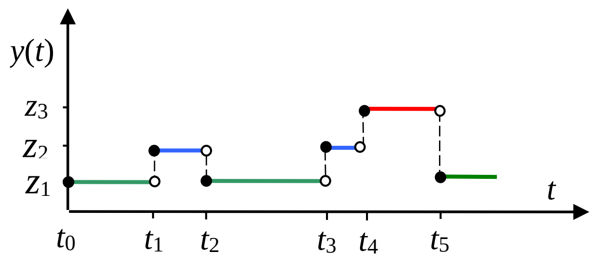
Zmienne losowe o rozkładach określonych zależnościami (6), (7) i (8) mają wartości oczekiwane (E) o dodatnich wartościach odpowiednio: $\mathrm{E}(\xi) = \overline{\xi}$, $\mathrm{E}(\zeta) = \overline{\xi}$, $\mathrm{E}(\chi) = \overline{\chi}$.

Istnienie stanu z_1 procesu $\{Y(t): t \geq 0\}$ umożliwia uzyskanie dochodu $C_1 > 0$, natomiast jego stany z_2 oraz z_3 powodują koszty, czyli odpowiednio $C_2 < 0$ oraz $C_3 < 0$.

Każde urządzenie energetyczne siłowni okrętowej, które jest w stanie z_1, czyli będące jednocześnie w stanach pełnej zdatności (s_1) i stanie użytkowania (e_1), po upływie czasu T_{12} może znaleźć się w stanie z_2, a więc jednocześnie w stanach częściowej zdatności (s_2) i obsługiwania profilaktycznego (e_2). Takie zdarzenie może zajść z prawdopodobieństwem p_{12}. W przypadku, gdy załoga podczas rejsu bądź po powrocie do portu odnowi stan techniczny urządzenia, wtedy może być ono ponownie w stanie $z_1 = (s_1. e_1)$. Takie zdarzenie następuje po upływie czasu T_{21} z prawdopodobieństwem p_{21}. Podczas rejsu nie zawsze załoga ma możliwość dokonania takiej odnowy. Wtedy po upływie czasu T_{23} pojawi się stan z_3 urządzenia, czyli jednocześnie jego stany niezdatności (s_3) i zarazem obsługiwania wymuszonego (e_3). Zdarzenie to zajdzie z prawdopodobieństwem p_{23}. Urządzenie energetyczne będące w stanie $z_3 = (s_3, e_3)$ musi być poddane pełnej odnowie. Odnowa taka następuje po upływie czasu T_{31}. Zdarzenie takie zachodzi z prawdopodobieństwem p_{31}. W racjonalnej eksploatacji nie może być dokonywana odnowa częściowa urządzenia, która umożliwia uzyskania stanu z_2. W rezultacie nie może być uwzględniony we wspomnianym grafie zmian stanów (rys. 1) łuk obrazujący zmianę stanu z_3 na stan z_2 urządzenia i wobec tego należy przyjąć, że $p_{32} = 0$.

Poszczególne stany $z_i \in Z$ (1) procesu $\{Y(t): t \geq 0\}$ są konsekwencją tego, że stany techniczne $s_k \in S(k = 1, 2, 3)$ każdego urządzenia energetycznego siłowni mogą być rozpoznawane za pomocą odpowiedniego systemu diagnozującego (*SDG*) [3]. Urządzenia energetyczne siłowni okrętowej, jako *SDN*, są wyposażane w różne systemy diagnozujące (*SDG*). Przykładowo okrętowe silniki główne (*SG*), jako *SDN*, są wyposażane, jak powszechnie wiadomo, w takie *SDG*, jak CoCoS (Computer Controlled Surveillance System), CBM (Condition-Based Maintenance), CYLDET (Cylinder Pressure Monitoring for Diesel and Gas Engines), DETS (Diesel Engine Turning System), CCS (Condition Check System), SIPWA (Sulzer Integrated Piston Ring Weardetecting), SEDS (Sulzer Engine Diagnostic System), i inne.

Z rozważań wynika, że stany $z_i \in Z(i = 1, 2, 3)$ kolejno następujące po sobie, w czasie eksploatacji urządzeń siłowni, tworzą proces zmian tych stanów $\{Y(t): t \geq 0\}$. Przykładowy przebieg takiego procesu został przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2. Przykładowa realizacja $y(t)$ procesu $\{Y(t): t \geq 0\}$ dowolnego urządzenia energetycznego siłowni okrętowej: $\{Y(t): t \geq 0\}$ – proces zmian stanów eksploatacji, t – czas eksploatacji, $z_1 = (s_1, e_1)$ – stan procesu eksploatacji o jednocześnie istniejących stanach s_1 oraz e_1, $z_2 = (s_2, e_2)$ – stan procesu eksploatacji o jednocześnie istniejących stanach s_2 oraz e_2, $z_3 = (s_3, e_3)$ – stan procesu eksploatacji o jednocześnie istniejących stanach s_3 oraz e_3, gdzie: s_1 – stan pełnej zdatności, s_2 – stan częściowej zdatności, s_3 – stan niezdatności, e_1 – stan użytkowania, e_2 – stan obsługiwania profilaktycznego, e_3 – stan obsługiwania wymuszonego

Zatem rozpatrywany proces zmian stanów eksploatacji urządzeń siłowni okrętowych $\{Y(t): t \geq 0\}$, w ujęciu matematycznym, jest funkcją odwzorowującą w czasie eksploatacji t

stany $z_i \in Z$ (i = 1, 2, 3) tych urządzeń.

Zatem zbiór stanów technicznych $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ można uważać za zbiór wartości procesu stochastycznego $\{Y(t) : t \geq 0\}$ o przedziałami stałych i prawostronne ciągłych realizacjach (rys. 2).

Rozkład początkowy takiego procesu (rys. 2) jest określony wzorem [4, 9, 11, 13]:

$$P_i(0) = P\{Y(0) = z_i\} = \begin{cases} 1 & dla \;\; i = 1 \\ 0 & dla \;\; i = 2,\ 3 \end{cases} \tag{9}$$

Natomiast macierz funkcyjna $\mathbf{Q}(t)$, zgodnie z grafem (rys. 1), jest następująca:

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} 0 & Q_{12}(t) & Q_{13}(t) \\ Q_{21}(t) & 0 & Q_{23}(t) \\ Q_{31}(t) & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

gdzie [13]:

$$Q_{ij}(t) = P\{Y(\tau_{n+1}) = z_j,\ \tau_{n+1} - \tau_n \leq t \mid Y(\tau_n) = z_i\} = p_{ij} F_{ij}(t); \quad i,\ j = 1,\ 2,\ 3; \quad i \neq j,$$

przy czym:

p_{ij} – prawdopodobieństwo przejścia procesu $\{Y(t) : t \geq 0\}$ ze stanu z_i do stanu z_j,
F_{ij} – dystrybuanta zmiennej losowej T_{ij} (i, j = 1, 2, 3; $i \neq j$),
T_{ij} – czas trwania stanu z_i pod warunkiem, ze następnym stanem będzie stan z_j.

Taki przypadek macierzy (10) może zaistnieć wtedy, gdy poprawność wykonania wszystkich obsług technicznych będzie sprawdzana po ich wykonaniu przez uruchomienie urządzenia siłowni.

W odniesieniu do poszczególnych stanów $z_i \in Z$ niezerowe elementy macierzy funkcyjnej zależą od rozkładów zmiennych losowych ξ, ζ, χ określonych zależnościami (6), (7) oraz (8) i mogą być wyrażone następująco [2, 13]:

$$Q_{12}(t) = P\{Y(\tau_{n+1}) = z_2, \tau_{n+1} - \tau_n \leq t | Y(\tau_n) = z_1\} = p_{12} F_{12}(t) \tag{11}$$

$$Q_{13}(t) = P\{Y(\tau_{n+1}) = z_3, \tau_{n+1} - \tau_n \leq t | Y(\tau_n) = z_1\} = p_{13} F_{13}(t) \tag{12}$$

$$Q_{21}(t) = P\{Y(\tau_{n+1}) = z_1, \tau_{n+1} - \tau_n \leq t | Y(\tau_n) = z_2\} = p_{21} F_{21}(t) \tag{13}$$

$$Q_{23}(t) = P\{Y(\tau_{n+1}) = z_3, \tau_{n+1} - \tau_n \leq t | Y(\tau_n) = z_2\} = p_{23} F_{23}(t) \tag{14}$$

$$Q_{31}(t) = P\{Y(\tau_{n+1}) = z_1, \tau_{n+1} - \tau_n \leq t | Y(\tau_n) = z_3\} = p_{31} F_{31}(t) \tag{15}$$

Na bazie macierzy (10) można wyznaczyć istotne w eksploatacji urządzeń siłowni okrętowych prawdopodobieństwa przejścia zdefiniowane, jako prawdopodobieństwa warunkowe

$$P_{ij}(t) = P\{Y(t) = z_j \mid Y(0) = z_i\}, \;\; i, j = 1,\ 2,\ 3; \quad i \neq j\ . \tag{16}$$

Wraz z upływem czasu (teoretycznie przy $t \to \infty$) prawdopodobieństwa warunkowe $P_{ij}(t)$ oraz prawdopodobieństwa $P_j(t)$ stanów z_j, $j = 1, 2, 3$ określone zależnością

$$P_j(t) = P\{Y(t) = z_j\}, \tag{17}$$

stabilizują się i zmierzają do wartości stałych. Prawdopodobieństwa te można zastąpić prawdopodobieństwami granicznymi [13, 15, 20]

$$P_{ij} = \lim_{t\to\infty} P_{ij}(t), \qquad P_j = \lim_{t\to\infty} P_j(t),$$

Określenie tych prawdopodobieństw można dokonać w oparciu o macierz (10) korzystając z odpowiadającej jej macierzy prawdopodobieństw przejść włożonego w proces $\{Y(t): t \geq 0\}$ łańcucha Markowa [4, 13]. Macierz łańcucha Markowa włożonego w rozpatrywany tu proces semi-Markowa ma postać:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & 0 & p_{23} \\ p_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

Elementy macierzy (18), będące prawdopodobieństwami zmian stanów $z_i \in Z$ (1) procesu $\{Y(t): t \geq 0\}$ są określone zależnościami:

$$\left.\begin{aligned} p_{12} &= \lim_{t\to\infty} Q_{12}(t) = 1 - F_\xi(t) \\ p_{13} &= \lim_{t\to\infty} Q_{13}(t) = F_\xi(t) \\ p_{21} &= \lim_{t\to\infty} Q_{21}(t) = 1 - F_\zeta(t) \\ p_{23} &= \lim_{t\to\infty} Q_{23}(t) = F_\zeta(t) \\ p_{31} &= 1 \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Uwzględniając to, że czas trwania stanu z_1 zależy od niezawodności danego urządzenia energetycznego $R_\xi(t)$, którego czas poprawnej pracy jest zmienną loaową $\xi \equiv T_1$, można wartości oczekiwane zmiennych losowych $T_j (j = 1, 2, 3)$ określić następująco:

$$E(T_1) = \int_0^T R_\xi \mathrm{d}t.$$

przy czym

$$R_\xi(t) = 1 - F_\xi(t)$$

$$E(T_2) = \int_0^\infty F_\zeta \mathrm{d}t = \overline{T}_2 = \overline{\zeta}$$

$$E(T_3) = \int_0^\infty F_\chi \mathrm{d}t = \overline{T}_3 = \overline{\chi} \tag{20}$$

Określenie rozkładu granicznego włożonego łańcucha Markowa w proces $\{Y(t): t \geq 0\}$ wymaga rozwiązania układu równań [4, 13]

$$\left.\begin{array}{l} [\pi_1, \pi_2, \pi_3] \cdot \mathbf{P} = [\pi_1, \pi_2, \pi_3] \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1 \end{array}\right\} \tag{21}$$

Proces $\{Y(t): t \geq 0\}$ ma rozkład graniczny $P_j = \lim_{t\to\infty} P\{Y(t) = s_j\}, \; j = 1, 2, 3$, ponieważ jest on nieprzywiedlny [2, 13] a wspomniane zmienne losowe T_j(j = 1, 2, 3) mają skończone dodatnie wartości oczekiwane $E(T_j)$. Rozkład ten można wyznaczyć posługując się następującym wzorem [10, 13]:

$$P_j = \frac{\pi_j \mathrm{E}(T_j)}{\sum_{k=1}^{3} \pi_k \mathrm{E}(T_k)}, \; i, j = 1, 2, 3 \tag{22}$$

gdzie:

$$\mathrm{E}(T_j) = \sum_{i=1}^{3} p_{ij} \mathrm{E}(T_{ij}),$$

przy czym

$$\pi_j = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} P\{Y(\tau_k) = z_j / Y(0) = z_i\}; \; z_i, z_j \in Z, \; j = 1, 2, 3,$$

jest rozkładem granicznym łańcucha Markowa $\{Y(\tau_n): n = 0, 1, 2, ...\}$ włożonego w proces $\{Y(t): t \geq 0\}$.

Rozwiązanie układu równań (21) umożliwia określenie prawdopodobieństw π_j(j =1, 2, 3) za pomocą następujących wzorów:

$$\pi_1 = \frac{1}{2 + p_{23} R_\xi(T)}, \quad \pi_2 = \frac{R_\xi(T)}{2 + p_{23} R_\xi(T)}, \quad \pi_3 = \frac{F_\xi(T) p_{32} R_\xi(T)}{2 + p_{23} R_\xi(T)} \tag{23}$$

Zatem z wzoru (22) można uzyskanie następujących zależności będących rozkładem graniczny procesu $\{Y(t): t \geq 0\}$:

$$P_1 = \frac{\int_0^T R_\xi(t) \mathrm{d}t}{L(T)}, \quad P_2 = \frac{R_\xi(T)\bar{\zeta}}{L(T)}, \quad P_3 = \frac{\left(F_\xi(T) + p_{23} R_\xi(T)\right)\bar{\gamma}}{L(T)} \tag{24}$$

przy czym

$$L(T) = \int_0^T R_\xi(t) \mathrm{d}t + R_\xi(T)\bar{\zeta} + \left(F_\xi(T) + p_{23} R_\xi(T)\right)\bar{\gamma},$$

gdzie:

T – czas trwania (T_1) stanu z_1 (czas użytkowania ξ urządzenia energetycznego siłowni) do chwili rozpoczęcia obsługi profilaktycznej (do chwili pojawienia się stanu z_2) lub do chwili rozpoczęcia obsługi wymuszonej (do chwili pojawienia się stanu z_3).

Rozkład ten jest niezbędny do dokonania optymalizacji czasu trwania $T_1 \equiv \xi$ stanu z_1 procesu $\{Y(t): t \geq 0\}$.

4. Zastosowanie rozkładu granicznego procesu $\{Y(t): t \geq 0\}$ do optymalizacji czasu trwania jego stanu z_1

Do optymalizacji czasu trwania $T_1 \equiv \xi$ stanu z_1 procesu $\{Y(t): t \geq 0\}$ można zastosować, podobnie jak w pracy [2] funkcję określoną zależnością:

$$\mathrm{d}(T) = c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3 = \frac{c_1 \int_0^T R_\xi(t)dt + c_2 R_\xi(T)\bar{\zeta} + c_3\left(F_\xi(T) + p_{32}R_\xi(T)\right)\bar{\chi}}{L(T)} \quad (25)$$

Wartość funkcji określonej wzorem (25) jest średnim dochodem przypadającym na jednostkę czasu eksploatacji danego urządzenia energetycznego siłowni.

Po odpowiednim przekształceniu zależności (25) można uzyskać następujący wzór [2]:

$$\mathrm{d}(T) = \frac{A_1 \int_0^T R_\xi(t) + A_2 R_\xi(t) + A_3}{B_1 \int_0^T R_\xi(t) + B_2 R_\xi(t) + B_3} \quad (26)$$

przy czym:

$$A_1 = c_1,\ A_2 = c_2\bar{\zeta} - c_3(1 - p_{32})\bar{\chi},\ A_3 = c_3\bar{\chi},\ B_1 = 1,\ B_2 = \bar{\zeta} - (1 - p_{32})\bar{\chi},\ B_3 = \bar{\chi},$$

gdzie:

c_1 – dochód przypadający na jednostkę czasu ($C_1 \cdot t^{-1}$), c_2 – koszt wykonania obsługi profilaktycznej przypadający na jednostkę czasu ($C_2 \cdot t^{-1}$), c_2 – koszt wykonania obsługi wymuszonej przypadający na jednostkę czasu ($C_2 \cdot t^{-1}$),

Optymalizacja czasu trwania stanu z polega na określeniu takiej wartości T_1, aby:

$$\mathrm{d}(T_1) = \max_{T>0} \mathrm{d}(T) \quad (27)$$

Procedura określenia wartości czasu T_1 maksymalizującej funkcję $d(T)$ została przedstawiona w publikacji [2]. Może być ona zastosowana w odniesieniu do urządzeń energetycznych siłowni okrętowych, dlatego ponieważ ich funkcja ryzyka λ_ξ jest funkcją rosnącą w przedziale czasu eksploatacji $[0, +\infty]$ a także $B > 0$. Wobec tego istnieje tylko jedna wartość czasu $T_1 \equiv \xi$, dla której funkcja $\mathrm{d}(T)$ określona wzorem (26) ma wartość maksymalną. Wartość ta jest pierwiastkiem następującego równania [2]:

$$\left(A\int_0^T R_\xi(t) - B\right)\lambda_\xi(T) + AR_\xi(T) + D \quad (28)$$

gdzie:

A, B, C – współczynniki zależne od rozkładu czasu poprawnej pracy ξ danego urządzenia i wspomnianych wartości oczekiwanych $\mathrm{E}(T_j)$ (wartości średnich $\bar{T}_i$ w przypadku estymacji punktowej), $i = 1, 2, 3$.

Z badań niezawodnościowych urządzeń energetycznych wynika, że można przyjąć rozkład gamma do opisu ich czasu poprawnej pracy ξ [4, 17, 21]. Jeśli przyjąć, dla uproszczenia rozważań, że czas ξ jest zmienna losową o rozkładzie Erlanga, który jest szczególnym przypadkiem rozkładu gamma, to dystrybuanta $F_\xi(t)$ jest określona wzorem:

$$F_\xi(t) = \begin{cases} 1-(-\lambda)\exp(-\lambda t) & dla \quad t \geq 0 \\ 0 & dla \quad t < 0 \end{cases} \tag{29}$$

Wobec tego równanie (28) można przedstawić uwzględniając, że R_ξ (t) = 1 – $F_\xi(t)$ następującą zależnością:

$$\left(A\int_0^T \big(1 - F_\xi(t)\big) - B \right) \lambda_\xi(T) + A\big(1 - F_\xi(T)\big) + D \tag{30}$$

W równaniu tym, podobnie jak w równaniu (28) uwzględnione zależności *A*, *B*, *D* są określone następująco:

$$\begin{aligned} A &= c_1\left[\overline{\zeta} - (1 - p_{23})\overline{\chi}\right] - c_2\overline{\zeta} + c_3(1 - p_{23})\overline{\chi} \\ B &= c_2\overline{\zeta}\overline{\chi} - \left[\overline{\zeta} - (1 - p_{23})\overline{\chi}\right]c_{3\overline{\chi}} \\ D &= c_1\left[\overline{\zeta} - (1 - p_{23})\overline{\chi}\right] - c_3\overline{\chi} \end{aligned} \tag{31}$$

Uwzględnienie współczynników wyrażonych zależnościami (31) przy rozwiązywaniu równań (28) bądź (30) prowadzi do wyznaczenia optymalnego czasu użytkowania ξ każdego urządzenia energetycznego siłowni, czyli czasu trwania T_1 stanu z_1 procesu $\{Y(t) : t \geq 0\}$.

5. Uwagi i wnioski

W artykule zaproponowano trójstanowy model zmian stanów procesu eksploatacji dowolnego urządzenia siłowni w formie procesu semi-markowskiego $\{Y(t) : t \geq 0\}$ dyskretnego w stanach i ciągłego w czasie o zbiorze stanów Z = $\{z_1, z_2, z_3\}$. Model ten jest najprostszym modelem zmian stanów tego procesu. Do opracowania tego modelu została zastosowana teoria procesów semi-Markowa. Model ten umożliwia obliczenie wartości prawdopodobieństw granicznych tego procesu, niezbędnych do wyznaczenia optymalnego czasu użytkowania urządzenia będącego w stanie pełnej zdatności, czyli czasu T_1 trwania stanu z_1 procesu $\{Y(t) : t \geq 0\}$.

Procesy semimarkowskie są często stosowane w badaniach modelami rzeczywistych procesów zmian stanów urządzeń siłowni okrętowych. Wynika to z tego, że ich zastosowanie, jako modeli rzeczywistych procesów zmian stanów tych urządzeń, jest wygodne, ponieważ umożliwiają korzystanie z profesjonalnych narzędzi komputerowych.

LITERATURA

1. Girtler J.: Physical aspect of application and usefulness of semi-Markovian processes for modeling the processes occurring in operational phase of technical objects. Polish Maritime Research, Vol 11, No 3(41), 2004, pp. s. 25-30.
2. Girtler J., Grabski F.: Dobór optymalnego czasu użytkowania okrętowych silników spalinowych. Zagadnienia eksploatacji Maszyn, z.4(80), 1989, s. 481-490.
3. Girtler J.: Potrzeby i możliwości udoskonalenia systemów diagnozujących okrętowych silników spalinowych o zapłonie samoczynnym, Journal of Polish CIMAC, Vol. 15, No 1, 2020, s. 24-45
4. Girtler J.: Diagnostyka jako warunek sterowania eksploatacją okrętowych silników spalinowych. Studia Nr 28, WSM, Szczeci 1997.
5. Girtler J.: The semi-Markov model of energy state changes of the main marine internal combustion engine and method for evaluating its operation during ships voyage // Polish Maritime Research, Vol. 18, nr 4, 2011, s. 36-42.
6. Girtler J.: A method for evaluating theoretical and real operation of diesel engines in energy conversion formulation taking into account their operating indices // Polish Maritime Research, Vol. 18, No. 3(70), 2011, s. 31-36.
7. Girtler J.: Identification of damages of tribological associations in crankshaft and piston systems of two-stroke internal combustion engines used as main propulsion engines used as main propulsion I sea-going vessels and proposal of probabilistic description of loads as causes of these damages. Polish Maritime Research. Vol. 22, No 2(86), 2015, pp. 44 – 54.
8. Girtler J.: A concept of determining the relation between load and wear of tribological systems of ship main self-ignition engines by using probabilistic approach probabilistic approach. Polish Maritime Research, Vol 25, No 4(100), s. 129-137, 2018.
9. Girtler J.: Possibility of estimating the reliability of diesel engines by applying the theory of semi-Markov processes and making operational decisions by considering reliability of diagnosis on technical state of this sort of combustion engines COMBUSTION ENGINES, No. 4/2015 (163), p. 57-66.
10. Girtler J.: Application of semi-Markov processes for evaluation of diesel engines reliability with regards to diagnostics. Journal of Polish CIMAC, Vol. 11, No 1, s.47-53, 2017,
11. Girtler J.: Limiting distribution of the three-state semi-Markov model of technical state transitions of ship power plant machines and its applicability in operational decision-making. Polish Maritime Research, Vol 27, No 2(106), 2020, pp. 136-144.
12. [5, 7, 9, 10, 11, 12] Girtler J., Rudnicki J.: The matter of decision-making control over operation processes of marine power plant systems with the use of their models in the form of semi-Markov decision-making processes. Polish Maritime Research, Vol. 28, No 1(109), 2021, pp. 116 – 126.
13. Grabski F.: Teoria semi-markowskich procesów eksploatacji obiektów technicznych. Zeszyty Naukowe AMW, nr 75 A, Gdynia 1982.
14. Grabski F.: Czas pierwszego przejścia procesu semi-Markowa do podzbioru stanów. Zeszyty naukowe AMW, Nr 3, Gdynia 1981.
15. Koroluk V.S., Turbin A.F: Polumarkovskije processy i ich priłożenija. Naukova Dumka, Kijev 1976.
16. Mine H., Osaki S.: Markovian decision processes. AEPCI, Nev York 1970.
17. Piotrowski I., Witkowski K.: Eksploatacja okrętowych silników spalinowych. AM, Gdynia 2002.
18. Rudnicki J.: Application issues of the semi-Markov reliability model. Polish Maritime Research. No 1(85)/2015, Vol. 22, pp. 55 – 64.
19. Rudnicki J.: Loads of ship main diesel engine in the aspect of practical assessment of its operation. Journal of POLISH CIMAC, Vol. 3, No 1, 2008.

20. Silvestrov D.S.: Polumarkovskije processy s diskretnym mnozestwom sostojanij.
21. Wybrane zagadnienia zużywania się materiałów w ślizgowych węzłach maszyn. Praca zbiorowa pod redakcją W. Zwierzyckiego. PWN, Warszawa-Poznań 1990.