

Zbigniew SIEJKA<sup>1</sup>

## OPRACOWANIE SIECI WEKTOROWEJ GNSS Z WYKORZYSTANIEM SYSTEMU ASG-EUPOS, NA PRZYKŁADZIE MODERNIZOWANEJ, SZCZEGÓŁOWEJ OSNOWY POZIOMEJ

Praca podejmuje problematykę numerycznego opracowania satelitarnej sieci wektorowej z wykorzystaniem serwisów postprocessingu systemu ASG-EUPOS pod względem dokładności uzyskanych wyników. Koncepcja połączenia satelitarnych i klasycznych technik stosowanych w geodezji związana jest zasadniczo z modernizacją lub zakładaniem nowych osnów. Należy jednak zaznaczyć, iż we wczesnym okresie rozwoju technik satelitarnych, pomiary GNSS wykorzystywano głównie w celu powiązania sieci z osnową wyższego rzędu, poprawienia jej geometrii, podniesienia niezawodności sieci. W tamtym okresie wektory GPS stanowiły wsparcie przy realizacji osnów metodami klasycznymi. Natomiast obecnie role się odwróciły i współczesne techniki satelitarne GNSS stanowią podstawowe narzędzie realizacji osnów podstawowych i szczegółowych a klasyczne metody służą jedynie do uzupełnienia pomiarów w miejscach gdzie nie można w sposób efektywny wykonać obserwacji satelitarne. W pracy przedstawiono kilka wariantów opracowania sieci, które mogą stanowić podstawę do określania współrzędnych realizowanych osnów szczegółowych. Badana sieć testowa zrealizowana została jako szczegółowa pozioma osnowa geodezyjna dla dwóch gmin według projektu, który obejmował powierzchnię około 9,5 tys. hektarów i składał się łącznie z ponad 1100 punktów. Na podstawie otrzymanych wyników dokonano analiz pod względem dokładności i niezawodności zaproponowanych rozwiązań. W oparciu o uzyskane wyniki wskazano optymalną procedurę jaka powinna być stosowana w procesie obliczeniowym precyzyjnych, trójwymiarowych sieci geodezyjnych konstruowanych z wykorzystaniem serwisów postprocessingu systemu ASG-EUPOS.

**Słowa kluczowe:** satelitarne pomiar statyczny, wektor GNSS, wyrównanie sieci geodezyjnej

### 1. Wprowadzenie – definicje i pojęcia podstawowe związane z organizacją układu odniesienia

Współczesne sieci geodezyjne przenoszące i zagęszczające układ odniesienia, realizowane są za pomocą stacji permanentnych GNSS i mają charakter sieci kinematycznych (czterowymiarowych). Współrzędne ich mogą być wyzna-

---

<sup>1</sup> Zbigniew Siejka, Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, Katedra Geodezji, al. Mickiewicza 21, 31-120 Kraków; tel. 126624539; rmsiejka@cyf-kr.edu.pl

czane z różną rozdzielczością czasową. Utrzymując taki układ odniesienia, wymagamy od niego aby niezależnie od epoki można było w nim dokładnie określić współrzędne punktu. Kluczową sprawą jest w tym wypadku aby była zachowana zgodność opracowania jednakowo dokładnych obserwacji tego samego punktu, wykonanych w różnych epokach. Wymaga to rozróżnienia takich pojęć jak: system odniesienia, układ odniesienia i układ współrzędnych.

System odniesienia – (reference system) stanowi zbiór zaleceń i ustaleń wraz z opisem modeli niezbędnych do zdefiniowania początku, skali (metryki) i orientacji osi oraz ich zmienności w czasie.

Układ odniesienia – (reference frame) stanowi praktyczną realizację systemu odniesienia. Na układ odniesienia składają się wyznaczone z obserwacji wartości parametrów opisujących początek układu, skalę, i orientację osi oraz ich zmienności w czasie.

Układ współrzędnych – (coordinate system) określa jednoznacznie sposób przyporządkowania zbioru wartości liczbowych, współrzędnych punktu, położeniu punktu względem układu odniesienia [1].

W Polsce obecnie Państwowy System Odniesień Przestrzennych (w skrócie Państwowy Układ Odniesienia) zgodnie z Rozporządzeniem Rady Ministrów z dn. 15 października 2012 r. [3] w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych tworzą:

- dwa geodezyjne układy odniesienia PL-ERTF89 i PL-ETRF2000 będące realizacją systemu odniesienia ETRS89,
- dwa układy wysokościowe PL-KRON89-NH i PL-EVRF2007-NH będące realizacją europejskiego ziemskiego systemu wysokościowego EVRS,
- układy współrzędnych:
  - geocentrycznych kartezjańskich - XYZ,
  - geocentrycznych geodezyjnych - GRS80h,
  - geodezyjnych - GRS80H,
- układy współrzędnych płaskich prostokątnych: PL-LAEA, PL-LCC, PL-UTM, PL-1992 i PL-2000.

Osnowa geodezyjna – jest to usystematyzowany zbiór jednoznacznie identyfikowalnych punktów, które zostały oznaczone w terenie znakami geodezyjnymi oraz których położenie wyznaczone zostało w państwowym systemie odniesień przestrzennych w sposób właściwy dla danego rodzaju osnowy i umożliwiający określenie dokładności tego wyznaczenia [6].

**Punkt osnowy** – jest to punkt, który ma wyznaczone położenie w państwowym systemie odniesień przestrzennych, na którym wyznaczono wielkość fizyczną, charakterystyczną dla określonego rodzaju osnowy, oraz błąd jej wyznaczenia, ma niepowtarzalny numer, został oznaczony w terenie znakiem geodezyjnym, ma sporządzony opis topograficzny oraz którego dane są umieszczone w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym prowadzonym przez uprawniony do tego organ [4].

**Sieć geodezyjna** – to geodezyjny układ obserwacyjny, utworzony w celu wyznaczenia współrzędnych punktów osnowy geodezyjnej w przyjętym układzie odniesienia. Jest to pewnego rodzaju konstrukcja geometryczna będąca przedmiotem projektu i pomiarów geodezyjnych, której charakter zależy od zastosowanej techniki pomiaru. Osnowa geodezyjna jest produktem końcowym pomiaru i opracowania numerycznego sieci geodezyjnej.

**Klasa osnowy** - rozumie się przez to cechę osnowy określającą jej znaczenie w pracach geodezyjnych i kartograficznych, kolejność włączania punktów osnowy do procesu wyrównywania, a także dokładność określenia po wyrównaniu obserwacji [4].

## 2. Struktura państwowych osnów geodezyjnych w Polsce

Osnowy geodezyjną, grawimetryczną i magnetyczną, dzieli się według kryterium dokładności i sposobu ich zakładania na:

- 1 klasa – osnowa podstawowa fundamentalna,
- 2 klasa – osnowa podstawowa bazowa,
- 3 klasa – osnowa szczegółowa.

Szczegółowe statystyki ilościowo - jakościowe polskich osnów geodezyjnych, zgodnie z aktualnymi aktami prawnymi zestawiono w tabelach 1-4.

Tabela 1. Podstawowa osnowa pozioma

Table 1. Main horizontal network

Kryterium dokładności	Sposób zakładania	Rodzaj sieci	Liczba punktów	Dokładność wyznaczenia	Zagęszczenie punktów teoretyczne / praktyczne
1 klasa	fundamentalna	ASG-EUPOS (EPN)	15	$m_p = 0.01$ m $m_H = 0.02$ m	1 pkt / 20 tys. km <sup>2</sup> 1 pkt / 21 tys. km <sup>2</sup>
2 klasa	bazowa	ASG-EUPOS, EUREF, POLREF EUVN, I klasa	7062	$m_p = 0.01$ m $m_H = 0.02$ m	1 pkt / 50 km <sup>2</sup> 1 pkt / 44 km <sup>2</sup>

Tabela 2. Podstawowa osnowa wysokościowa

Table 2. Main vertical network

Kryterium dokładności	Sposób zakładania	Rodzaj sieci	Liczba punktów	Średni błąd pomiaru 1 km niwelacji	Zagęszczenie punktów praktyczne
1 klasa	fundamentalna	EUVN (główne)	10	1.5 mm / km	1 pkt / 31.2 tys. km <sup>2</sup>
2 klasa	bazowa	EUVN, ASG-EUPOS, I i II klasa	ok. 41 800	1.5 mm / km	1 pkt / 7.4 km <sup>2</sup>

Tabela 3. Szczegółowa osnowa pozioma

Table 3. Detailed horizontal network

Kryterium dokładności	Sposób zakładania	Rodzaj sieci	Liczba punktów	Dokładność wyznaczenia	Zagęszczenie punktów teoretyczne / praktyczne
3 klasa	szczegółowa	Punkty dawnej: II klasy, III klasy, Punkty nowe	ok. 1 370 tys.	$m_p \leq 0.05$ m $m_p \leq 0.10$ m $m_p \leq 0.07$ m $m_H \leq 0.05$ m	1 pkt / 20 ha 1 pkt / 22.5 ha

Tabela 4. Szczegółowa osnowa wysokościowa

Table 4. Detailed vertical network

Kryterium dokładności	Sposób zakładania	Rodzaj sieci	Liczba punktów	Średni błąd pomiaru 1 km niwelacji / $m_H$	Zagęszczenie punktów praktyczne
3 klasa	szczegółowa	Punkty dawnej: III klasy, IV klasy, Punkty nowe	ok. 259 300	4 mm / km $m_H \leq 0.01$ m	1 pkt / 103 ha

Układ PL-ETRF2000 jest stosowany w Polsce zgodnie z rezolucją podkomisji EUREF uchwaloną w trakcie XX Sympozjum EUREF w roku 2010, która zaleciła stosowanie układu ETRF2000 jako narodowych realizacji systemu odniesienia ETRS89. PL-ETRF2000 jest tworzony przez sieć stacji permanentnych EPN należących jednocześnie do ASG-EUPOS (15 stacji na terenie Polski). Współrzędne osnowy poziomej podstawowej wyznaczone są w oparciu o pomiary satelitarne GNSS. Osnowa podstawowa dzieli się na osnowę fundamentalną, przenoszącą układ ETRF2000 na teren Polski i osnowę bazową - zagęszczającą ten układ.

Aktualnie fundamentalnym zagadnieniem zarówno dla teorii oraz praktyki pomiarów a także opracowań geodezyjnych i kartograficznych, jest zagadnienie jednorodności osnowy związane z wykorzystaniem zarówno osnów różnych klas (dokładności) jak również osnów tej samej klasy zakładanych i konserwowanych metodami hybrydowymi (kombinacja metod satelitarnych i klasycznych). Zgodnie z [2] i [6], zalecane jest aby dane przestrzenne objęte różnymi bazami danych (m. in. osnowy geodezyjne, szczegółowe przestrzenne dane katastralne, punkty geodezyjnej sieci uzbrojenia terenu, obiekty topograficzne i ogólnogeograficzne) położone na obszarze opracowania harmonizować ze zbiorami danych uzyskanymi za pomocą precyzyjnego pozycjonowania GNSS. Zapis ten oznacza, że dane pozyskane metodami satelitarnymi są nadrzędne względem pozostałych, odnosi się to również do osnów geodezyjnych. Wiarygodność ich staje się więc kluczowa dla całego procesu geodezyjno-kartograficznego. Stąd w pracy próba odpowiedzi na pytanie czy dodanie do standardowego rozwiązania GPS dodatkowego systemu pozycjonowania w postaci rosyjskiego GLONASS wpływa na dokładność wyniku pomiaru metodą statyczną.

### 3. Charakterystyka obiektu badawczego

Badana sieć obejmowała dwie sąsiadujące gminy Bestwina i Wilamowice, położone w południowej części województwa śląskiego, administracyjnie przynależne do powiatu bielskiego. Obiekt zlokalizowany był na sześciu arkuszach mapy topograficznej w skali 1:10000 w układzie 2000/6: 6.121.30, 6.121.31, 6.122.30, 6.122.31, 6.123.30, 6.123.31. Obejmował łącznie powierzchnię 94.64 km<sup>2</sup> i składał się z 1127 punktów wraz z przyjętymi punktami nawiązania do stacji referencyjnych systemu ASG-EUPOS. Dało to przeciętne zagęszczenie punktów osnowy, 1 punkt na około 8.4 ha. Szczegółową statystykę punktów badanej osnowy zestawiono w tabeli 5.

Tabela 5. Statystyka punktów osnowy badawczej

Table 5. Statistic results of test network points

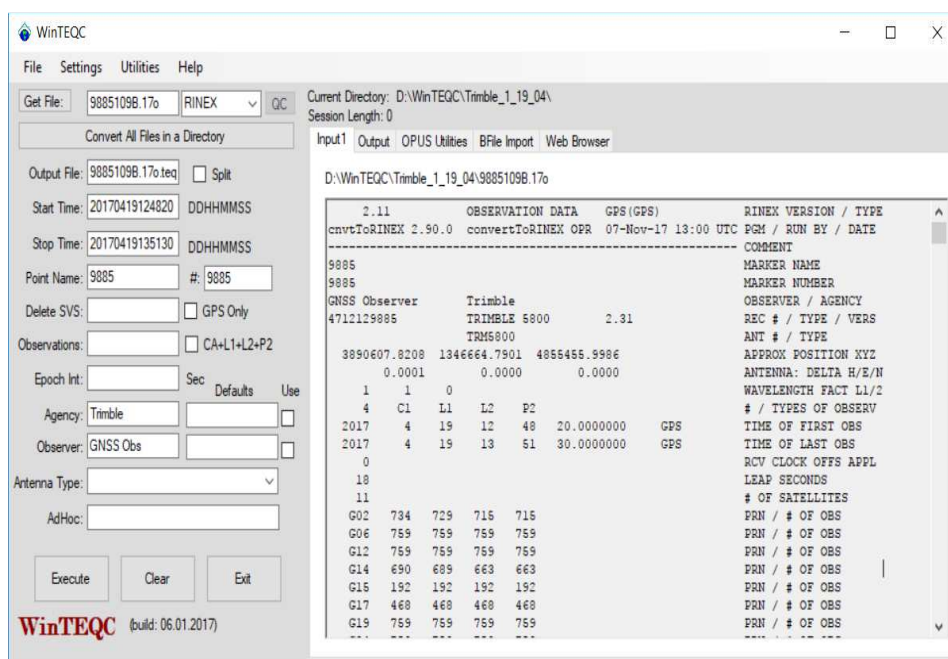
Obiekt	1 klasa	Dawna II klasa	Dawna III klasa	Punkty nowe	Razem
Bestwina	3	16	192	157	368
Bestwina	5	26	504	220	755

Pomiary GNSS, metodą statyczną udało się poprawnie wykonać na 1022 punktach, co stanowiło około 91% ogólnej liczby punktów całej sieci. Długość sesji pomiarowych trwała od 45 minut do 90 minut a przeciętna długość sesji wynosiła 1 godzinę. Pomiar całej sieci zrealizowano w 165 sesjach obserwacyjnych, w pomiarach brało udział od 5 do 9 odbiorników satelitarnych.

### 4. Przygotowanie i kontrola wyników pomiarów do opracowania numerycznego

W pierwszym etapie opracowania po zaimportowaniu plików obserwacyjnych z odbiorników pomiarowych wykonano konwersję plików binarnych z formatów odbiorników (\*.T02 - Trimble i \*.tps - Topcon) do uniwersalnego formatu wymiany danych RINEX v2.11. Wykorzystano dedykowane do tego celu firmowe programy: Converter to RINEX (Trimble) oraz Topcon Link (Topcon). Utworzono w ten sposób zestawy plików obserwacyjnych i nawigacyjnych, zawierających niezbędne informacje pomiarowe i orbitalne do wykonania, pierwszego etapu opracowania pomiarów satelitarnych, tzw. postprocessingu (przetworzenia) obserwacji satelitarnych. Dodatkowo na tym etapie skontrolowano i skorygowano typy i modele anten GNSS użyte do pomiaru, poprawiono i uzupełniono na podstawie dzienników polowych błędnie wprowadzone w terenie wysokości oraz nazwy i numery pomierzonych punktów. Na podstawie przeprowadzonych analiz stwierdzono, że różnego rodzaju korekty musiały zostać wprowadzone do około 52 % wszystkich plików pomiaro-

wych, gdyż występowały niezgodności z danymi zapisanymi w dziennikach polowych. Niezgodności dotyczyły przede wszystkim błędnie wprowadzonych w terenie wysokości i numerów mierzonych punktów a także modeli i typów anten GNSS. Należy zaznaczyć, iż pewna część obserwatorów w terenie nie wprowadzała żadnych danych pomiarowych do kontrolerów odbiorników przed rozpoczęciem pomiaru a jedynie zapisywała je w klasycznych dziennikach polowych, natomiast pomiar przeprowadzany był z ustawieniami domyślnymi (defaultowymi) (rys. 1.).



Rys. 1. Okno dialogowe programu „WinTEQC”

Fig. 1. The dialog box of the „WinTEQC”

W drugim etapie przygotowania danych obserwacyjnych za pomocą programu WinTEQC [UNAVCO 2017] poddano kontroli wszystkie pliki obserwacyjne wyznaczając m. in. stosunek sygnału do szumu, poziom wielodrożności sygnału i interferencję fal wtórnych. Ten etap kontroli danych wykazał, że wielkości parametru SRN (Signal to Noise Ratio) w pewnych sesjach obserwacyjnych, dla niektórych satelitów były zbyt niskie ( $SRN1 < 30$  dB-Hz,  $SRN2 < 20$  dB-Hz) w związku z tym obserwacje dla tych satelitów zostały wyłączone z dalszego opracowania. Najczęściej eliminowanym satelitą z tego powodu był satelita systemu GLONASS R12 (Cosmos2346).

## 5. Postprocessing obserwacji satelitarnych

Opracowując dane w postprocessingu użytkownik wykorzystuje własne oprogramowanie i na podstawie pozyskanych obserwacji GNSS wyznacza wektory pomiędzy pomierzonymi synchronicznie punktami wyznaczanymi oraz wybranymi stacjami systemu ASG-EUPOS. Dane obserwacyjne ze stacji referencyjnych do nawiązania pozyskuje za pomocą specjalnego, dedykowanego serwisu POZGO D [5]. W ten sposób tworzy sieć nawiązaną do jednorodnej, wysokodokładnej osnowy państwowej. Wykorzystując pomiary statyczne GNSS w wyniku obliczeń w trybie postprocessingu otrzymujemy obserwacje wektorowe o wysokiej precyzji. Istota dokładności sieci wektorowych GNSS tkwi w czterech podstawowych elementach: prawidłowej konstrukcji geometrycznej sieci, poprawności wykonania pomiarów satelitarnych na mierzonych punktach, postprocessingu obserwacji oraz poprawności opracowania sieci wektorowej. Poprawność konstrukcji geometrycznej sieci weryfikowana jest na etapie projektowania przed ostatecznym zatwierdzeniem projektu sieci do realizacji, uwzględniana jest między innymi poprawność konstrukcji geometrycznej sieci oraz jej funkcjonalność. Poprawność wykonania obserwacji na punktach wyznaczanych zapewniają, odpowiedniej klasy odbiorniki satelitarne oraz zespoły pomiarowe realizujące prace terenowe zachowując między innymi odpowiednie długości sesji pomiarowych na mierzonych punktach i synchronizację pomiarów w poszczególnych sesjach pomiarowych, dokładając staranności do takich czynności jak prawidłowe centrowanie i poziomowanie anten nad wyznaczanymi punktami oraz zapewniając dokładne pomiary wysokości anten.

Przystępując do postprocessingu obserwacji należy natomiast wziąć pod uwagę fakt iż orbity satelitów w IGS określane są w układzie ITRF2008, tak więc otrzymane na podstawie postprocessingu wektory nie będą należały dokładnie do przestrzeni układu odniesienia stacji referencyjnych systemu ASG-EUPOS, który aktualnie określony jest w układzie PL-ETRF2000 (zgodnie z międzynarodowymi zaleceniami). Układy te zrealizowane są bowiem na różne epoki, zachodzi więc pomiędzy nimi zmiana skali, przesunięcia (w kierunku każdej osi układu) i małe obroty, wielkości stanowiące parametry transformacji. Z tego powodu nie należy otrzymanych na podstawie postprocessingu wektorów wyrównywać w układzie PL-ETRF2000 w pełnym nawiązaniu do stacji referencyjnych, ponieważ spowoduje to wystąpienie pewnych błędów systematycznych. W typowych pracach geodezyjnych fakt ten nie będzie miał istotnego znaczenia. Jednak dla wyznaczeń precyzyjnych sieci geodezyjnych a także dla sieci o dużej rozciągłości obszarowej, postępowanie takie nie będzie poprawne.

Postępowanie takie nie będzie również prawidłowe w przypadku gdy chcemy dokonać właściwej oceny wpływu obserwacji dodatkowych satelitów na dokładność wyznaczanych punktów. Dlatego w niniejszej pracy oceny wpływu wynikającego z włączenia dodatkowych satelitów systemu GLONASS do podstawowego rozwiązania GPS dokonano w oparciu o wyrównanie pseudoswobodne sieci za pomocą programu Trimble Business Center - TBC.

Postprocessing zasadniczy obserwacji statycznych GNSS wykonano za pomocą programu TBC w dwóch niezależnych rozwiązaniach: pierwszym z wykorzystaniem sygnałów do satelitów GPS i GLONASS, drugim w oparciu tylko o sygnały satelitów GPS. Postprocessing polegał na tym, iż w oparciu o wcześniej przygotowane: pliki w formacie RINEX, orbity precyzyjne (Final Orbits) i kalibracje anten w formacie ANTEX, program automatycznie zidentyfikował synchroniczne obserwacje w poszczególnych sesjach pomiarowych i określił możliwe do wyznaczenia wektory GNSS.

Przed ostatecznym wykonaniem postprocessingu określono podstawowe parametry przetwarzania linii bazowych w postaci:

- interwał przetwarzania - 1 sekunda,
- częstotliwości – wiele częstotliwości (wszystkie zarejestrowane podczas pomiaru),
- typ rozwiązania trajektorii – precyzyjny (fixed),
- dokładność pozioma rozwiązania  $< 0.050 \text{ m} + 1.0 \text{ ppm}$ ,
- dokładność pionowa rozwiązania  $< 0.100 \text{ m} + 1.0 \text{ ppm}$ ,
- kąt obciążenia horyzontu  $> 10$  stopni.

Wynikiem postprocessingu obserwacji GNSS były wektory GNSS łączące mierzone punkty oraz wektory do stacji referencyjnych systemu ASG-EUPOS ( $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ) wraz z błędami średnimi ich wyznaczenia ( $mdx$ ,  $mdy$ ,  $mdz$ ). Obserwacje statyczne, aktualnie zapewniają najwyższą dokładność pomiarów GNSS.

## 6. Kontrola sieci wektorowej – test zamknięcia pętli

Oprogramowanie TBC zawiera funkcje zaawansowanego wykrywania błędów pomiaru i analizy jakości, które umożliwiają pełną kontrolę dokładności otrzymanych wyników. Jednym z takich narzędzi jest analiza pseudo-obszary w postaci automatycznego badania zamknięcia pętli, złożonych z trójkątów, losowo wybieranych w sieci wektorów, która pozwala na ocenę dokładności wyników przetwarzania linii bazowych (postprocessingu). Dla kontroli błędów pomiaru na analizowanym obiekcie przeprowadzono test zamknięcia pętli, który polegał na identyfikowaniu elementów trójkątowych sieci i sprawdzeniu zamknięć odpowiednich sum składowych wektorów w trójkątach. Jako podstawę badania istotności odchyłek, przyjęto odchyłkę dopuszczalną równą  $0.10 \text{ m}$ , przy sprawdzaniu zamknięć trójkątów. Analiza wykazała, że na 9849 zidentyfikowanych wektorów dla 8 pętli przekroczone zostały krytyczne wartości odchyłek zamknięć w trójkątach. Wektory te wyeliminowano z dalszych etapów opracowania sieci wektorowej.



## 7. Wyrównanie sieci wektorowej GNSS

Naturalną przestrzenią matematycznego opracowania *sieci wektorowej GNSS* jest globalny kartezjański układ geocentryczny elipsoidy GRS-80 (WGS84). Wyrównanie badanej sieci wektorowej w układzie kartezjańskim XYZ przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym etapie zrealizowano kontrolne wyrównanie swobodne sieci. Wyrównanie swobodne sieci wykonane zostało bez zakładania stałości żadnego punktu, miało ono na celu sprawdzenie czy wyznaczone w postprocessingu wektory GNSS tworzą poprawną samoistnie wyznaczalną sieć, czy ich wewnętrzna struktura jest poprawna i na jakim poziomie dokładności się kształtuje. Charakterystyczne wartości kontrolne dla tego wyrównania w postaci odchyłek wypadkowych wyrównanych wektorów zestawiono w tabeli 6.

W drugim etapie przeprowadzono wyrównanie pseudo-swobodne, przyjmując jeden punkt nawiązania (punkt osnowy dwufunkcyjnej o numerze 612230-5.1391.0) położony w przybliżeniu w środku ciężkości zrealizowanego układu obserwacyjnego. Odpowiednie wartości kontrolne dla tego wyrównania zestawiono również w tabeli 6.

Obydwa wyrównania zrealizowane zostały metodą ścisłą według zasady najmniejszych kwadratów a włączone do wyrównania stacje referencyjne systemu ASG-EUPOS (KATO, KRA1, ZYWI, WOD1), przyjęte zostały jako punkty wyznaczone. Posłużyły one do ostatecznego wyznaczenia współrzędnych punktów sieci metodą transformacji w oparciu o punkty dostosowania.

W przeprowadzonych wyrównaniach uwzględniono: dokładności wewnętrzne wyznaczonych wektorów (w postaci błędów średnich wektorów  $mdx$ ,  $mdy$ ,  $mdz$ ) uwzględniono także błędy takich czynności pomiarowych jak: błąd średni centrowania anteny w poziomie (5mm) oraz błąd średni pomiaru wysokości anteny (5mm). Wpływają one bowiem istotnie na finalne odchyłki wyrównywanej sieci i są zgodne ze standardami technicznymi wykonywania tego typu prac. Obliczenia zostały przeprowadzone w pięciu iteracjach a cały proces wyrównania był procesem zbieżnym, wyniki zestawiono w tabeli 7.

Przeprowadzone wyrównania potwierdziły wysoką jakość wykonanych w terenie na punktach wyznaczanych oraz pozyskanych z systemu ASG-EUPOS, za pomocą serwisu POZGEO D.

Procedurę wyrównania sieci zrealizowano według powszechnie znanego schematu:

1. Wyznaczenie układu równań obserwacyjnych dla każdego wektora:

$$X_j - X_i = \Delta X_{ij} + vx_{ij}$$

$$Y_j - Y_i = \Delta Y_{ij} + vy_{ij}$$

$$Z_j - Z_i = \Delta Z_{ij} + vz_{ij}$$

2. Wyznaczenie podmacierzy kowariancyjnej:

$$P_{ij} = Q_{ij}^{-1}$$

3. Nałożenie warunku metody najmniejszych kwadratów na układ obserwacyjny:

$$V^T P V = \min$$

4. Rozwiązanie układu równań normalnych:

$$A^T * P * A * X = A^T * P * L$$

gdzie:

$A$  – macierz współczynników

$P$  – macierz wag

$L$  – wektor wyrazów wolnych

$X$  – wektor niewiadomych współrzędnych

Tabela 6. Kontrolne wartości parametrów wyrównania sieci wektorowej

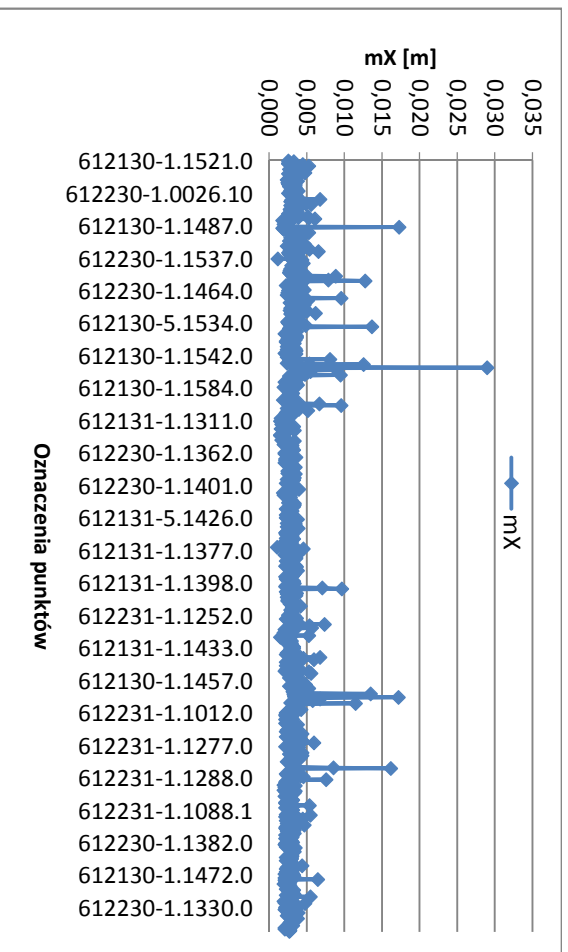
Table 6. Control values of vector network alignment parameters

Parametr	Wyrównanie swobodne sieci		Wyrównanie pseudo-swobodne sieci	
	Pomiar GPS+GLO	Pomiar GPS	Pomiar GPS+GLO	Pomiar GPS
Odchyłka wypadkowa przeciętna wektora	0.0102 m	0.0177 m	0.0105 m	0.0185 m
Odchyłka wypadkowa maksymalna wektora	0.0482 m	0.0588 m	0.0497 m	0.0658 m
Liczba wyrównywanych wektorów	9810	9810	9810	9810

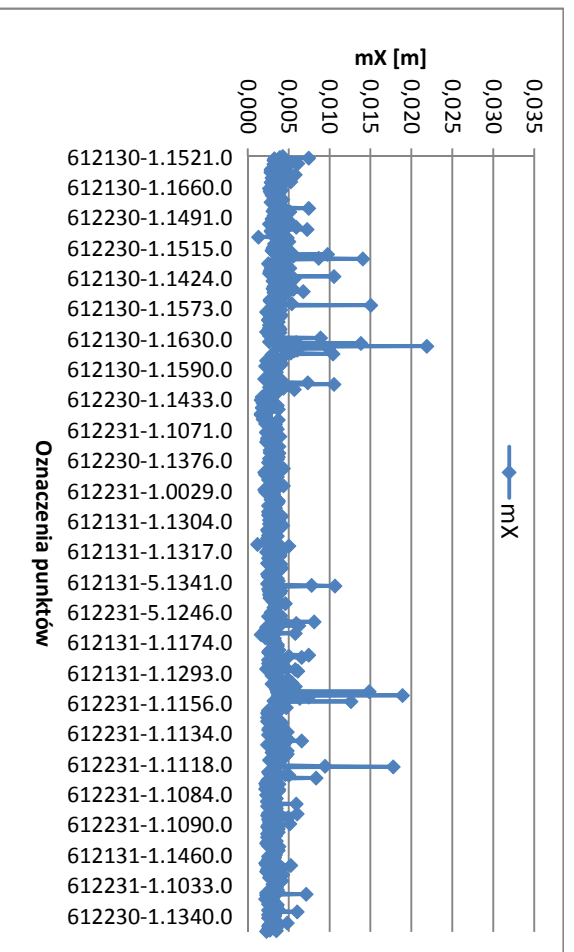
Ze względu na to iż pomiędzy wyrównaniem swobodnym i pseudo-swobodnym (tabela 6) stwierdzono niewielkie rozbieżności wyników, w dalszym etapie, badaniom szczegółowym i ocenie poddano wyniki z wyrównania pseudo-swobodnego.

## 8. Ocena dokładności wyznaczenia punktów metodą statyczną GNSS

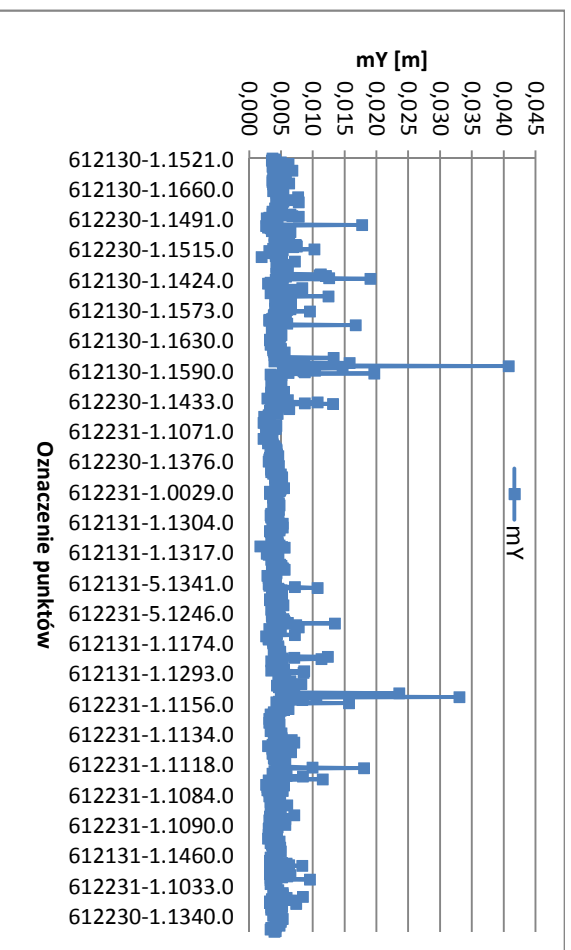
W wyniku wyrównania sieci badawczej w układzie kartezjańskim wszystkie punkty otrzymały współrzędne trójwymiarowe (X,Y,Z) oraz średnie błędy ich wyznaczenia, charakteryzujące dokładność zastosowanej metody statycznej GNSS. Wyniki zestawione na rysunkach 2-7 oraz w tabeli 8 dowodzą, że wyznaczenie współrzędnych punktów metodą statyczną GNSS może być wykonane z dokładnością lepszą niż 1 cm. Na wykresach pojawiają się punkty, których średnie błędy wyrównanych współrzędnych przekraczają wartość 1 cm. Szczegółowa analiza wykazała, że maksymalna ich liczba nie przekracza 2.8 % ogólnej liczby punktów wyznaczanych i odnosi się do współrzędnej Y w rozwiązaniu GPS+GLONASS. Dalsze analizy wykazały, że punkty o największych błędach wyrównanych współrzędnych znajdowały się w miejscach o mocno ograniczonej widoczności satelitów lub takich gdzie czas pomiaru na punkcie był ograniczony do minimum.



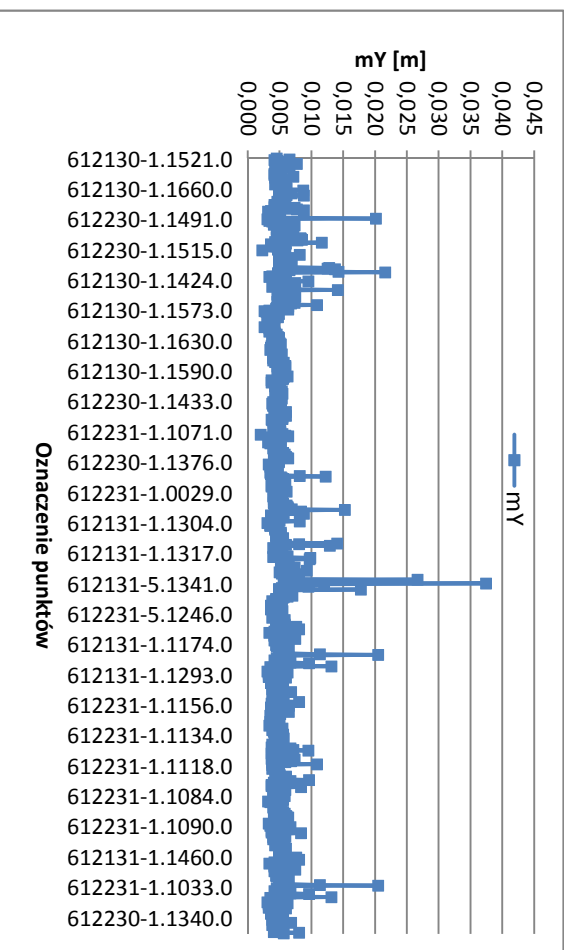
Rys. 2. Błędy średnie wyznaczenia współrzędnych (X) dla rozwiązania GPS+GLONASS  
 Fig. 2. Mean errors obtained in determining the coordinates (X) for the GPS + GLONASS solution



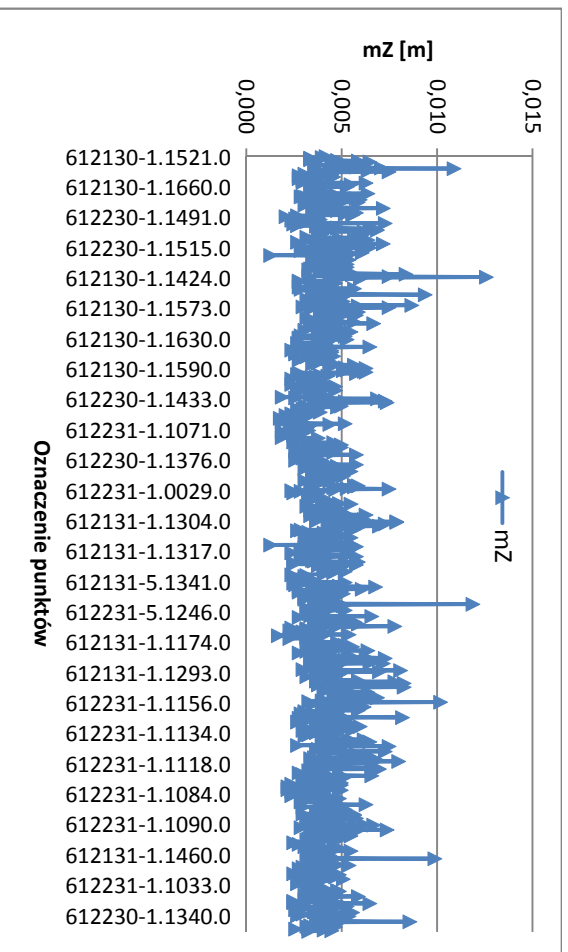
Rys. 3. Błędy średnie wyznaczenia współrzędnych (X) dla rozwiązania GPS  
 Fig. 3. Mean errors obtained in determining the coordinates (X) for the GPS solution



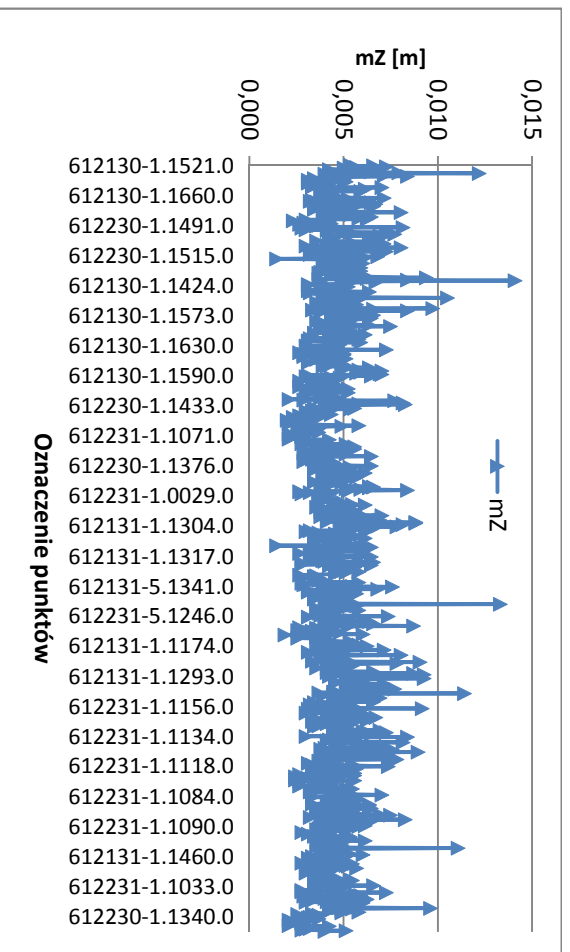
Rys. 4. Błędy średnie wyznaczenia współrzędnych (Y) dla rozwiązania GPS+GLONASS  
 Fig. 4. Mean errors obtained in determining the coordinates (Y) for the GPS + GLONASS solution



Rys. 5. Błędy średnie wyznaczenia współrzędnych (Y) dla rozwiązania GPS  
 Fig. 5. Mean errors obtained in determining the coordinates (Y) for the GPS solution



Rys. 6. Błędy średnie wyznaczenia współrzędnych (Z) dla rozwiązania GPS+GLONASS  
 Fig. 6. Mean errors obtained in determining the coordinates (Z) for the GPS + GLONASS solution



Rys. 7. Błędy średnie wyznaczenia współrzędnych (Z) dla rozwiązania GPS  
 Fig. 7. Mean errors obtained in determining the coordinates (Z) for the GPS solution

Tabela 7. Charakterystyczne błędy średnie wyrównanych współrzędnych

Table 7. Characteristic mean errors of adjustment coordinates

Wartość parametru	Rozwiązanie GPS+GLN			Rozwiązanie GPS		
	mX	mY	mZ	mX	mY	mZ
MIN	±0.0011	±0.0018	±0.0013	±0.0012	±0.0020	±0.0015
MAX	±0.0290	±0.0408	±0.0126	±0.0219	±0.0374	±0.0141
ŚREDNIA	±0.0033	±0.0048	±0.0042	±0.0036	±0.0053	±0.0047

Tabela 8. Błędy średnie wyrównanych współrzędnych, na podstawie wyrównania pseudo-swobodnego

Table 8. Mean errors of aligned coordinates, based on pseudo-free alignment

Błąd		GNSS					
		mX		mY		mZ	
		GPS+GLO	GPS	GPS+GLO	GPS	GPS+GLO	GPS
≤5 [mm]	Liczba	965	949	788	583	811	692
	[%]	94.4	92.8	77.1	57.0	79.3	67.7
>5;≤10 [mm]	Liczba	48	61	206	415	207	324
	[%]	4.7	5.9	20.2	40.6	20.3	31.7
>10;≤15 [mm]	Liczba	5	8	18	16	4	6
	[%]	0.5	0.8	1.8	1.6	0.4	0.6
>15;≤20 [mm]	Liczba	3	3	7	2	-	-
	[%]	0.3	0.3	0.7	0.2	-	-
>20 [mm]	Liczba	1	1	3	6	-	-
	[%]	0.1	0.1	0.3	0.6	-	-

## 9. Wnioski

Przedstawione w niniejszej pracy wyniki pomiarów i opracowań doświadczalnych wykazały, iż przy poprawnie skonstruowanej i pomierzonej metodą statyczną sieci wektorowej GNSS, możemy wyznaczyć współrzędne punktów z dokładnością 1 cm lub wyższą. Takie dokładności uzyskano w badanej pracy:

- w przypadku wykorzystania obserwacji GPS+GLONASS dla:
  - 99.1% wyznaczeń współrzędnej X,
  - 97.3 % wyznaczeń współrzędnej Y,
  - 99.6 % wyznaczeń współrzędnej Z,
- w przypadku wykorzystania obserwacji GPS dla:
  - 98.7 % wyznaczeń współrzędnej X,
  - 97.6 % wyznaczeń współrzędnej Y,
  - 99.4 % wyznaczeń współrzędnej Z.

W tabeli 8 dokonano zestawienia ilościowo jakościowego, błędów średnich wyrównanych współrzędnych w postaci szeregu przedziałowego, dla wyrównania pseudo-swobodnego, docelowego dla opracowywanej sieci.

Zestawienie błędów średnich wyrównanych współrzędnych, na podstawie wyrównania pseudo-swobodnego wskazuje na korzyść rozwiązań dwusystemowych (GPS+GLONASS) w stosunku do rozwiązań z wykorzystaniem tylko systemu pozycjonowania GPS.

## Literatura

- [1] Kryński J., Rogowski J.B.: Systemy i układy odniesienia w geodezji, geodynamice i astronomii, Instytut Geodezji i Kartografii, Seria Monograficzna nr 10, Warszawa 2004.
- [2] Rozporządzenie Ministra Spraw Wewnętrznych i Administracji z dnia 9 listopada 2011 r. w sprawie standardów technicznych wykonywania geodezyjnych pomiarów sytuacyjnych i wysokościowych oraz opracowywania i przekazywania wyników tych pomiarów do państwowego zasobu geodezyjnego i kartograficznego (Dz.U. Nr 263 poz. 1572).
- [3] Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 15 października 2012 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych, (Dz.U. z 2012, poz. 1247).
- [4] Rozporządzenie Ministra Administracji i Cyfryzacji z dnia 14 lutego 2012 r. w sprawie osnów geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych, (Dz.U. z 2012, poz. 352).
- [5] Siejka Z.: Propozycja metodyki opracowania obserwacji satelitarnych GNSS z wykorzystaniem serwisu POZGEO-D do zakładania punktów osnowy pomiarowej, Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich, PAN, vol. 2/II/2012, str. 7-16.
- [6] Ustawa z dnia 17 maja 1989 Prawo geodezyjne i kartograficzne, (tekst jednolity Dz.U. z 2016, poz. 1629 z póź. zm).

## DEVELOPMENT OF THE GNSS VECTOR NETWORK USING THE ASG-EUPOS SYSTEM, ON THE EXAMPLE OF A MODERNIZED DETAILED HORIZONTAL NETWORK

### Summary

The work deals with the issue of numerical development of a satellite vector network with the use of ASG-EUPOS postprocessing services in terms of the accuracy of the obtained results. The concept of connection of satellite and classic techniques used in geodesy is basically related to the modernization or creation of new networks. However, it should be noted that in the early period of development of satellite techniques, GNSS measurements were mainly used to link the network to a higher-order network, improving its geometry, improving network reliability. At that time, GPS vectors supported the implementation of networks by classical methods. In contrast, roles have now reversed and modern GNSS satellite techniques are a basic tool of implementation of basic and detailed networks and the classic methods serve only to supplement the measurements in places where satellite observations can not be effectively performed. The paper presents several variants of network development, which can be the basis for determination of the coordinates of the created detailed networks. The investigated test network was implemented as a detailed horizontal geodetic network for two communes according to the project, which covered the area of approximately 9,500 hectares and consisted of over 1100 points. On the basis of the obtained results analyzes were made in terms of accuracy and reliability of the proposed solutions. Basing on

---

the obtained results, the optimal procedure which should be used in the calculation process of precise, three-dimensional geodetic networks constructed with the use of post-processing services of the ASG-EUPOS system was indicated.

**Keywords:** satellite static measurement, GNSS vector, geodetic network adjustment

*Przesłano do redakcji: 19.12.2017 r.*

*Przyjęto do druku: 29.12.2017 r.*