

Marek Krynke¹, Krzysztof Mielczarek²

WPLYW MODELOWANIA ZASTĘPCZYCH ELEMENTÓW TOCZNYCH NA DYSTRYBUCJĘ SIŁ W ŁOŻYSKACH TOCZNYCH WIĘNCOWYCH

Streszczenie: W pracy wyznaczono charakterystyki nośności jednorzędowego kulkowego łożyska wieńcowego z pierścieniami o ograniczonej sztywności. Uwzględniono zacisk wstępny śrub mocujących łożysko do ustrojów nośnych maszyny. Przytoczone wyniki końcowe uzyskano na drodze numerycznej. Porównano charakterystyki nośności, jakie uzyskano, przy różnych sposobach modelowania zastępczych elementów odwzorowujących pracę kulek. Określono także rozkład obciążenia wewnętrznego w łożysku przy uwzględnieniu deformacji, jakich doznają podzespoły wsporcze podczas - granicznych wartości przenoszonych obciążeń.

Słowa kluczowe: łożyska wieńcowe, zastępcze elementy toczne, metoda elementów skończonych.

1. Wprowadzenie

Łożyska wieńcowe są ważnymi zespołami maszyn roboczych, pełnią w nich rolę mechanizmów obrotu oraz łączą dwie struktury maszyny, podwozie z nadwoziem. Stanowiąc fragment mechanizmu obrotu, są narażone na duże obciążenia, muszą też spełniać określone kryteria bezpieczeństwa. Dobór łożysk tocznych wieńcowych przeprowadza się najczęściej w oparciu o wykresy nośności statycznej zwane charakterystykami. Nośność katalogową łożysk wieńcowych oblicza się głównie za pomocą metod analitycznych, w których przyjmowany jest szereg uproszczeń, najważniejsze z nich to założenie o nieodkształcalności pierścieni łożyska. Metodyka obliczeń tymi

¹ Dr inż., Czestochowa University of Technology, Department of Management, Division of Production Engineering, e-mail: krynke@zim.pcz.pl

² Dr inż., Czestochowa University of Technology, Department of Management, Division of Production Engineering, e-mail: k.mielczarek@wp.pl

metodami jest dość szeroko omówiona w dostępnej literaturze (SMOLNICKI T. 2002, BORKOWSKI S., KRYNKE M., SELEJDAK J. 2011). W warunkach rzeczywistej pracy łożyska założenie to nie jest spełnione (KRYNKE M., SELEJDAK J., BORKOWSKI S. 2012).

Niniejszy rozdział poświęcony jest metodyce wyznaczania nośności statycznej łożyska wieńcowego z uwzględnieniem podatności pierścieni łożyska oraz podatności podzespołów wsporczych do których mocowane jest łożysko. Obliczenia przeprowadzono na przykładzie katalogowego łożyska kulkowego jednorzędowego. W Analizie zostały poddane trzy rodzaje modeli obliczeniowych różniących się między sobą sposobem modelowania elementów tocznych.

2. Charakterystyka elementu zastępczego

W modelowaniu łożysk wieńcowych za pomocą elementów skończonych części toczne zastępuje się elementami liniowymi. Pozwala to uniknąć wielokrotnego modelowania zagadnienia kontaktowego, natomiast wprowadza wymóg odpowiedniego określenia nieliniowych charakterystyk takiego elementu. Elementy te powinny spełniać następujące warunki (KANIA L. 2003, KANIA L., KRYNKE M., MAZANEK E. 2012):

- powinny zapewniać charakterystykę strefy styku deformacja – obciążenie jak w rzeczywistych warunkach pracy łożyska,
- jednokierunkowe przeniesienie obciążenia,
- powinny uwzględniać wpływ wzajemnego oddziaływania siatki MES pierścieni łożyska, która jest zazwyczaj wykonana z użyciem elementów bryłowych, z elementami liniowymi symulującymi oddziaływanie części tocznych w łożysku, inaczej uwzględniać tzw. efekt siły skupionej.

Asymetryczna, nieliniowa charakterystyka siła – ugięcie układu element toczny – bieżnia stanowi daną wejściową przy budowie modelu całego łożyska. Charakterystykę tę można wyznaczyć teoretycznie lub doświadczalnie (KANIA L. 2005). Jednak ze względu na duży stopień przystawania elementu tocznego do bieżni oraz nieliniowość materiału do

jej wyznaczenia najwygodniej posłużyć się metodą elementów skończonych (KRYNKE M., BORKOWSKI S. 2013).

Zaletami modelu MES są możliwości (KRYNKE M., BORKOWSKI S. 2014):

- określenia charakterystyki siła – ugięcie,
- określenia zależności pomiędzy siłą przenoszoną przez element toczny a stanem naprężenia w nim i w bieżni,
- określenia deformacji plastycznych bieżni,
- uwzględnienia rozwałcowania bieżni w przypadku łożysk z bieżniami niehartowanymi,
- uwzględnienia zużycia bieżni.

Wymienione powyżej warunki, które muszą spełniać elementy liniowe stosowane w numerycznych modelach łożysk, można zapewnić obliczając odpowiednią tzw. charakterystykę zastępczą części tocznych, waleczków lub kulek. Ponieważ charakterystyka taka oprócz relacji ugięcia układu element toczny – bieżnia powinna uwzględniać podatność w modelu MES pierścienia łożyska, uzyskuje się ją w trzech etapach obliczeń (KANIA L. 2005):

- etap 1 to analiza strefy styku elementu tocznego z bieżnią i określenie zależności pomiędzy siłą działającą na element toczny a wzajemnym zbliżeniem pierścieni η_I ,
- etap 2 polega na analizie odkształceń siatki pierścienia łożyska w celu określenia deformacji bieżni η_{II} ,
- etap 3 polega na wyznaczeniu charakterystyki zastępczej η_z części tocznej jako różnicy charakterystyk odkształceń strefy styku wyznaczonych w etapie 1 i odkształceń bieżni wyznaczonych w etapie 2

$$\eta_z = \eta_I - \eta_{II}$$

Model bryłowy pierścienia powtórnie wprowadza podatność pierścienia łożyskowego. Błędem byłoby wtedy nie skorygowanie tego w charakterystyce układu element toczny – bieżnia. Podatność modelu pierścienia dla obciążenia siłą punktową wynika z jego kształtu, gęstości siatki elementów skończonych oraz ich rodzaju.

Z uwagi na różne zjawiska zachodzące w strefie styku wałeczków lub kulek z bieżniami łożyska zagadnienie wyznaczenia charakterystyk elementów prętowych należy rozpatrywać odrębnie dla kulek i wałeczków.

W modelach obliczeniowych MES łożysk będących przedmiotem analizy w dalszej części pracy przyjęto, że wałeczki będą modelowane za pomocą elementów prętowych, natomiast kulki będą zastępowane specjalnym superelementem którego integralną częścią jest również element prętowy o nieliniowej charakterystyce materiałowej, określonej na podstawie charakterystyki zastępczej. Aby zapewnić wymaganą sztywność takich elementów należy nadać im odpowiednią wartość przekroju. Nie należy tego oczywiście mylić z rzeczywistym przekrojem, np. elementu bryłowego, jest to jedynie wielkość obliczeniowa służąca do symulacji procesu odkształceń części tocznych. Element prętowy modelujący części toczne powinien być elementem sprężystym, stąd jego przekrój można wyliczyć w oparciu o prawo Hooke'a. Po uwzględnieniu podstawowych zależności służących do obliczenia naprężenia σ i odkształceń względnych ε , można wyliczyć wymaganą wartość przekroju elementu prętowego. Przyjęto, że wartość tę będzie się obliczać dla maksymalnego obciążenia części tocznych F_{max} i wywołanego nim odkształcenia $\eta_{z,max}$ (KANIA L. 2005):

$$A_t = \frac{F_{max}}{\eta_{z,max}} \frac{l_T}{E}$$

gdzie l_T jest długością elementu prętowego i wynosi:

- dla wałeczków

$$l_T = d$$

- dla kulek przy zastosowaniu superelementu

$$l_T = d \left(\frac{1}{k_p} - 1 \right)$$

gdzie k_p jest współczynnikiem przylegania kulki do bieżni.

W programach do obliczeń MES charakterystykę najczęściej należy zdefiniować w postaci tabelarycznej jako zależność odkształcenie – naprężenie ($\sigma_i = f(\varepsilon_i)$) (KRYNKE M., BORKOWSKI S., SELEJDAK J. 2014).

Jednak z analizy charakterystyki zastępczej elementu prętowego wynika, że dla każdego punktu tej charakterystyki przekrój obliczeniowy A_i ma inną wartość. Ponieważ nie można stosować elementów prętowych o zmiennym przekroju, poszczególne punkty nieliniowej charakterystyki materiałowej elementu zastępczego należy obliczać z uwzględnieniem odpowiedniego współczynnika poprawkowego k_A . Zatem, poszczególne punkty charakterystyki materiałowej określa równanie:

$$\sigma_i = \varepsilon_i E k_A$$

gdzie:

$$\varepsilon_i = \mp \frac{\eta_{zi}}{l_T}$$

$$k_A = \frac{A_i}{A_t}$$

$$A_i = \frac{F_i}{\eta_{zi}} \frac{l_T}{E}$$

We wzorze (6) znak „-” stosuje się podczas określania charakterystyki zastępczej dla wałeczków, natomiast „+” w przypadku określania charakterystyki zastępczej kulek przy zastosowaniu superelementu.

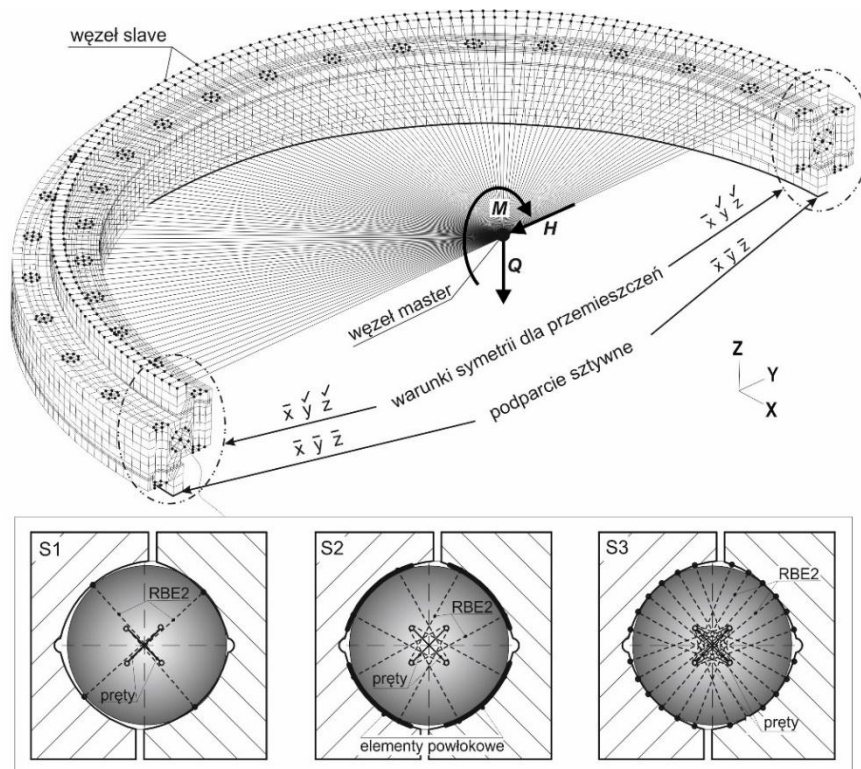
W przypadku zastosowania superelementu S2 lub S3 można zrezygnować z analizy odkształceń siatki pierścieni łożyska w celu określenia deformacji bieżni. Zatem, w tym przypadku pomija się drugi i trzeci etap wyznaczania charakterystyki zastępczej elementu prętowego.

3. Budowa modelu numerycznego

Obliczeni przeprowadzono na przykładzie łożyska kulkowego jednorzędowego z 84 kulkami o średnicy $d = 50$ mm, rozmieszczonymi na średnicy tocznej $d_t = 1400$ mm. Współczynnik przylegania kulki do bieżni wynosił $k_p = 0,96$, a twardość bieżni 54 HRC. Jest to łożysko o standardowej konstrukcji z nominalnym kątem działania wynoszącym $\alpha_0 = 45^\circ$. Łożysko jest mocowane do pierścieni zabudowy 36 śrubami M24 klasy 10.9 z odpowiadającym im napięciem wstępnym wynoszącym

$F_M = 139$ kN. Na rysunku 10 przedstawiono numeryczny model łożyska użyty w przykładowych obliczeniach. W modelu użyto trzy różne rodzaje elementów zastępczych S1, S2, S3, które szczegółowo zostały omówione w rozdziale 2. Do analizy przyjęto połowę łożyska i pierścieni zabudowy. Do modelu wprowadzono odpowiednie warunki brzegowe wynikające z symetrii modelu. Śruby mocujące łożysko znajdujące się w płaszczyźnie symetrii łożyska zostały zamodelowane w postaci elementów belkowych o przekroju połowy rdzenia śruby, do których przyłożono napięcie wstępne o wartości $\frac{1}{2} F_M$ napięcia wstępnego śruby mocującej. Podobnie w elementach prętowych zastępujących węzłowe części toczne, przyjęto połowę wyliczonego ze wzoru (2) przekroju A_r . Zdefiniowano odpowiednie powierzchnie kontaktu pomiędzy pierścieniami łożyska i pierścieniami zabudowy. Na styku elementów łączonych założono współczynnik tarcia równy 0,15 (ADINA 2007).

Dolną powierzchnię pierścienia zabudowy, do którego jest mocowany zewnętrzny pierścień łożyska, podparto sztywnie. Na górnej powierzchni pierścienia zabudowy, do którego jest mocowany pierścień wewnętrzny łożyska zdefiniowano sztywne powiązania między węzłami znajdującymi się na tej powierzchni (węzły *slave*) a węzłem centralnym (węzeł *master*) znajdującym się w środku ciężkości węzłów *slave*. Powstałe w ten sposób pary węzłów tworzą tzw. „sztywną pajęczynę (rigid spider)”, której punktem centralnym jest węzeł główny, do którego przykładane jest obciążenie zewnętrzne w postaci siły skupionej i momentu skupionego. Kiedy model doznaje deformacji węzły *slave* są zmuszone do przesunięcia i obrotu w ten sposób by odległość między węzłami *slave* i węzłem *master* pozostała stała i obroty węzłów *slave* są takie same jak odpowiednie obroty na węźle głównym. W ten sposób generowane jest obciążenie łożyska zadany momentem wywrotnym M , siłą osiową Q i siłą promieniową H (rys. 1).



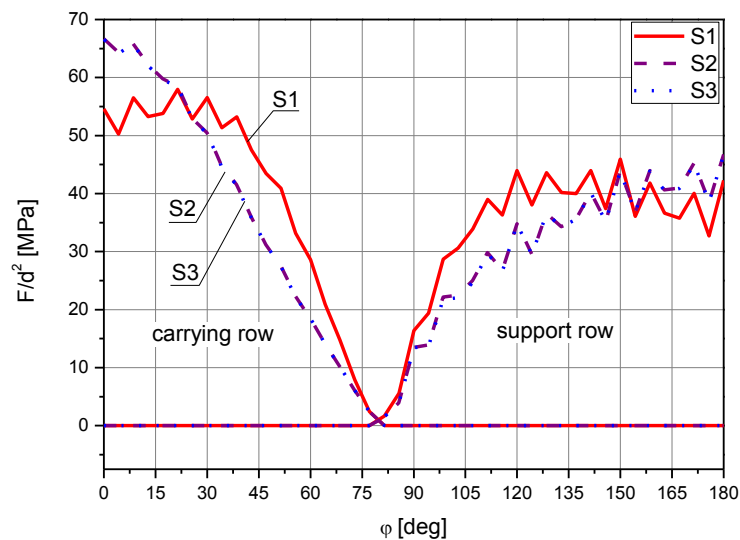
Rys. 1. Numeryczny model obliczeniowy analizowanego łożyska

Źródło: opracowanie własne

4. Analiza uzyskanych wyników

Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono rozkłady obciążenia wewnętrznego oraz obciążenia poszczególnych śrub mocujących, jakie otrzymano z obliczeń dla trzech różnych superelementów (S1, S2, S3), przy obciążeniu łożyska dopuszczalnym momentem wyrotnym z pominięciem innych składowych obciążenia zewnętrznego (Q i H). Z porównania tych wykresów można zauważyć, że sposób modelowania części tocznych może wpływać na otrzymane wyniki. W przypadku

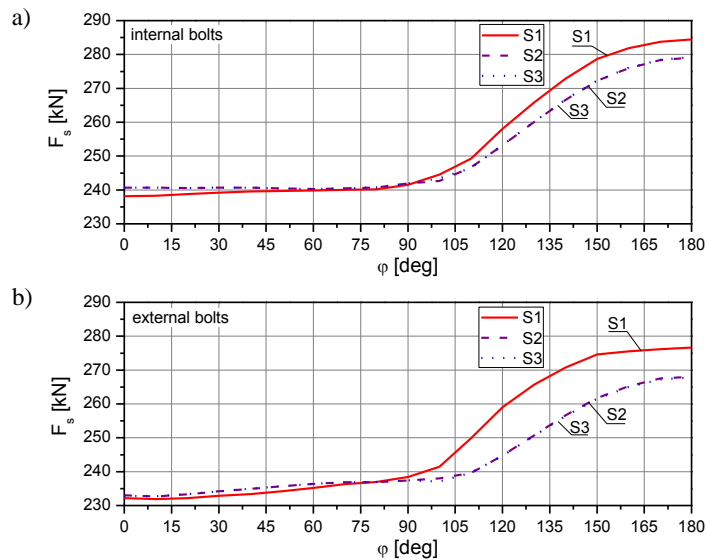
zastosowania superelementu typu S1, otrzymano nieco mniejsze obciążenia części tocznych w stosunku do obciążeń, jakie uzyskano w pozostałych przypadkach (S2 i S3).



Rys. 2. Porównanie rozkładu obciążenia wewnętrznego w zależności od zastosowanego superelementu (S1, S2, S3) przy obciążeniu łożyska maksymalnym momentem wywrotnym

Źródło: opracowanie własne

Zatem, stosowanie pierwszego sposobu modelowania części tocznych za pomocą superelementu S1 może skutkować zawyżaniem obliczanej nośności łożyska. Odmienny rozkład obciążenia, jaki otrzymano przy zastosowaniu elementu zastępczego S1 wpływa także na rozkład sił przenoszonych przez poszczególne śruby mocujące pierścienie łożyska do podzespołów wsporczych (rys.3). Przyczyną tego zjawiska jest zbyt mała sztywność połączenia pojedynczego elementu belkowego superelementu S1 z węzłami bieżni łożyska.

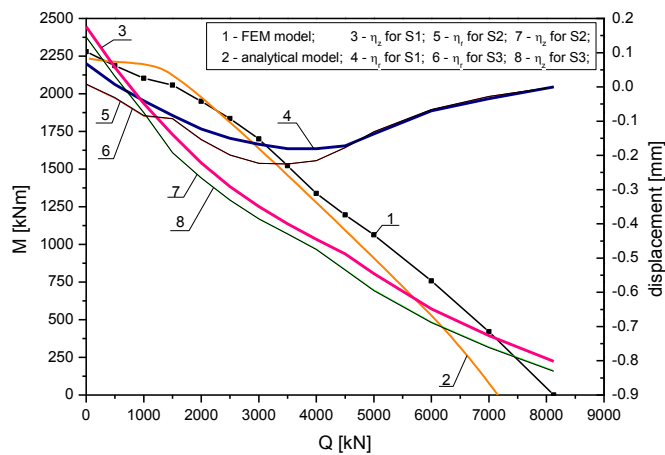


Rys. 3. Porównanie rozkładu obciążenia poszczególnych śrub mocujących łożysko w zależności od zastosowanego superelementu (S1, S2, S3): a) śruby pierścienia wewnętrznego, b) śruby pierścienia zewnętrznego

Źródło: opracowanie własne

W wyniku przenoszonej siły przez element toczny w łożysku kulkowym następuje zmiana jej kierunku (KRYNKE M., SELEJDAK J., BORKOWSKI S. 2013), co w konsekwencji powoduje, że element belkowy w strukturze superelementu jest silnie zginany. Zatem, sztywność jednowęzłowego połączenia elementu belkowego, które ma miejsce w przypadku superelementu S1 z pierścieniem łożyska, staje się niewystarczające. Sztywność takiego połączenia zależy również od gęstości siatki elementów skończonych w strefie połączenia z superelementem. Stąd w przypadku, kiedy pierścienie łożyska dzieli się w tej strefie na większą liczbę mniejszych elementów skończonych zaleca się stosowanie superelementów typu S2 bądź S3.

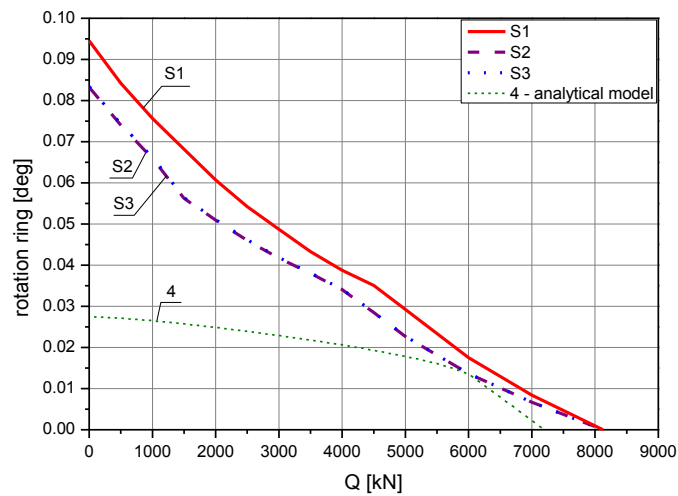
Na rysunku 4 przedstawiono charakterystykę nośności statycznej łożyska z uwzględnieniem podatności pierścieni łożyska, którą otrzymano z obliczeń modelu numerycznego gdzie zastosowano superelement S2 lub S3 (krzywa 1). Dla porównania na wykresie tym zamieszczono krzywą granicznej nośności łożyska, jaką otrzymujemy się, przy założeniu nieodkształcalności jego pierścieni (krzywa 2). Kolejne krzywe zamieszczone na tym wykresie (3÷8) odnoszą się do prawej osi wykresu i dotyczą przemieszczeń osiowych (kierunek „z” na rys. 1), oraz promieniowych (kierunek „y” na rys. 3.1) centralnego punktu, do którego przyłożono obciążenie zewnętrzne. Krzywe 3 i 4, przedstawiają odpowiednio przemieszczenia osiowe i promieniowe przy zastosowaniu superelementu S1, natomiast krzywe 5 i 7 oraz krzywe 6 i 8, które praktycznie pokrywają się, obrazują te same przemieszczenia, ale przy zastosowaniu superelementów S2 i S3.



Rys. 4. Charakterystyka nośności łożyska naniesionymi krzywymi przemieszczeń osiowych η_z i promieniowych η_r centralnego punktu pierścienia wewnętrznego

Źródło: opracowanie własne

Na rysunku 5 zaprezentowano kolejne położenia pierścienia wewnętrznego łożyska dla poszczególnych punktów jego granicznej nośności. Dodatkowo na tym wykresie porównano jak zmienia się kąt obrotu wewnętrznego pierścienia łożyska w płaszczyźnie działania momentu wywrotnego (obrót wg osi „x” na rys. 3.1) przy zastosowaniu trzech elementów zastępczych (S1, S2, S3). Dodatkowo, na wykresie tym zamieszczono krzywą 4 opisującą położenie pierścienia łożyska przy założeniu nieskończonej sztywności jego pierścieni. Z rysunku tego również wynika, że przemieszczenia wewnętrznego pierścienia łożyska są większe dla przypadku, kiedy zastosowano element zastępczy S1 w odniesieniu do przemieszczeń w pozostałych przypadkach (S2 i S3). Zatem, poniższe wyniki również wskazują na te same przyczyny opisane powyżej odnośnie mniejszej sztywności połączenia elementów zastępczych typu S1 z bieżniami łożyska.



Rys. 5. Obrót pierścieni łożyska w płaszczyźnie działania momentu wywrotnego, dla maksymalnego obciążenia łożyska momentem wywrotnym
Źródło: opracowanie własne

5. Podsumowanie

Przeprowadzone w rozdziale przykładowe obliczenia w zakresie nośności łożysk z uwzględnieniem podatności podzespołów wsporczych pozwoliły na określenie rozkładów obciążenia wewnętrznego w łożysku i obliczenia na tej podstawie nośności łożyska. Otrzymane wyniki porównano z charakterystykami nośności statycznej otrzymanymi dla łożysk przy założeniu nieodkształcalności jego pierścieni.

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić że w numerycznych modelach MES łożysk wieńcowych istotne jest zastosowanie odpowiedniego sposobu modelowania elementów tocznych. Przeprowadzone obliczenia wskazują że szczególnie ważne jest łączenie zastępczych elementów (superelementów) z węzłami bieźni łożyska. W kulkowych łożyskach wieńcowych, na skutek przenoszonych obciążeń, następuje zmiana kierunków sił przenoszonych przez elementy toczne na skutek zmian kąta działania, co w konsekwencji prowadzi do zginania elementów belkowych w strukturze superelementu. Dlatego przy budowie zastępczych elementów tocznych należy zwrócić szczególną uwagę na sposób połączenia środków krzywizn bieźni z węzłami pierścieni łożyska.

Na podstawie przeprowadzonej analizy trzech typów elementów zastępczych można sformułować następujące wnioski:

- do modelowania kulek w łożyskach wieńcowych zaleca się stosowanie superelementów S2 bądź S3, w zależności od możliwości programu MES,
- superelementy S2 i S3 nie wymagają dodatkowej korekcji charakterystyki zastępczej siła – ugięcie, którą należy przeprowadzać w przypadku superelementu S1 ze względu na jednopunktowe przenoszenie siły z tego elementu na pierścienie łożyska,
- superelement S1 można stosować do modelowania kulek w łożyskach tocznych o kącie działania wynoszącym 90° , przy czym należy odpowiednio skorygować jego charakterystykę siła – ugięcia w zależności od gęstości siatki elementów skończonych bieźni łożyska.

Literatura

1. ADINA 2007. Theory and Modeling Guide, Volume 1: ADINA. ADINA R&D, Inc., Watertown.
2. BORKOWSKI S., KRYNKE M., SELEJDAK J. 2011. *Evaluation of Carrying Capacity Three-Row Slewing Roller Bearing*. Perner's Contacts Vol.6 Spec.Iss.2, s.98-105.
3. KANIA L. 2003. Charakterystyki zastępcze wałeczków w modelowaniu łożysk tocznych wieńcowych, *Przegląd Mechaniczny*, 57, 7-8: 35-40.
4. KANIA L. 2005. Analiza obciążenia wewnętrznego łożysk tocznych wieńcowych w aspekcie ich nośności statycznej, Seria monografie nr 111, Wydawnictwa Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa.
5. KANIA L., KRYNKE M., MAZANEK E. 2012. *A Catalogue Capacity of Slewing Bearings*. Mechanism and Machine Theory Vol. 58.. s. 29-45.
6. KRYNKE M., BORKOWSKI S. 2013. Metodyka budowania modeli obliczeniowych MES łożysk wieńcowych dotycząca dyskretyzacji pierścieni łożyska. *Modelowanie Inżynierskie*. Nr 49. s.40-46.
7. KRYNKE M., BORKOWSKI S. 2014. Wpływ postaci konstrukcyjnej podzespołu wsporczego na dystrybucję obciążeń w łożysku wieńcowym. *Przegląd Mechaniczny*, nr 7-8. s.23-29.
8. KRYNKE M., BORKOWSKI S., SELEJDAK J. 2014. *Analysis of Influence of Bearing Clearance on the Static Carrying Capacity of Multi-row Slewing Bearings*. Periodica Polytechnica Transportation Engineering. Vol. 42, nr 1. s.43-48.
9. KRYNKE M., SELEJDAK J., BORKOWSKI S. 2012. Diagnosis and Damage of Bearings. *Manufacturing Technology* Vol.12 nr 13. s. 140-144.
10. KRYNKE M., SELEJDAK J., BORKOWSKI S. 2013. *Determination of Static Limiting Load Curves for Slewing Bearing with Application of the Finite Element Method*. Materials Engineering = Materialove Inzinierstvo Vol.20 Iss.2. s.64-70.
11. SMOLNICKI T. 2002. Fizykalne aspekty koherencji wielkogabarytowych łożysk tocznych i odkształcalnych konstrukcji wsporczych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław