

NOŚNOŚĆ DYNAMICZNA DŹWIGARA KRATOWEGO ZE WZGLĘDU NA OBCIĄŻENIA CYKLICZNE

DYNAMIC LOADING OF THE CRUCK CRANES FOR CYCLE LOADS

Aneta BRZUZY

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

Streszczenie

W pracy rozważono problem zachowania stalowego dźwigara kratowego, wewnątrznie jednokrotnie statycznie niewyznaczalnego pod wpływem skupionego obciążenia węzłowego. Obciążenie to miało charakter dynamicznego impulsu $I=P\cdot\tau_0$, powtarzającego się cyklicznie. Przyjmowano taką intensywność obciążenia, które wywoływało reakcję sprężysto-plastyczną. Poszukiwano takiej wartości $P=P_p$, przy której w kolejnych cyklach obciążania dyssypacja energii plastycznej zanikała. Obciążenie to jest nośnością graniczną z uwagi na przystosowanie.

Słowa kluczowe: dźwigar kratowy, nośność, obciążenia cykliczne, model dynamiczny, analizy numeryczne.

Abstract

This paper discusses the behavior of the statically single undetermined steel lattice girder under the pointed node load. This load action has the nature of the repeating cycles of the pulse $I=P\cdot\tau_0$. For the assumed time τ_0 such a value of the load was established that the response of the lattice girder during the initial action cycle caused the plastification of the one rod. It is due to the dynamic action that the mentioned rod receives an elastic-plastic deformation. The purpose is to find such a value of the load $P=P_p$ that would induce the vanishment of the plastic energy dissipation in the succeeding cycles. It is namely the load bearing capacity, resulting from the shakedown of the lattice girder to the assumed impulsive loading, that constitutes the searched value.

Keywords: lattice girder, load capacity, cyclic loads, dynamic model, numerical analysis.

1. WSTĘP

Analizujemy reakcję dynamiczną przeszywnionego stalowego dźwigara kratowego poddanego działaniu impulsowego obciążenia skupionego P w jednym z węzłów. O modelu odkształceniowym stali zakładamy, że jest idealnie sprężysto-plastyczny. Rozważamy sytuację obciążeniową, w której impuls obciążenia $I=P\cdot\tau_0$ stanowi obciążenie cykliczne.

Przedstawimy możliwą reakcję kratownicy podczas pierwszego cyklu obciążenia. Zakładamy taką intensywność obciążenia, że początkowe stadium czysto-sprężyste kończy się uplastycznieniem jednego z prętów. Dźwigar przekształca się w układ statycznie wyznaczalny. Składa się on z prętów czynnych reagujących sprężysto na dalsze deformacje oraz pręta uplastycznego, biernego w sensie wyężenia w dalszym procesie obciążania dźwigara, ale doznającego płynięcia plastycznego. Wartość deformacji plastycznych jest określona przemieszczeniami węzłów końcowych tego pręta, przez co płynięcie to jest sterowane – nie jest swobodne. Ruch węzłów może spowodować, że pręt płynący plastycznie przejdzie w fazę odciążenia sprężystego i stanie się przez to wyężeniowo czynny. Podczas tego samego cyklu obciążenia procesy obciążania plastycznego i odciążania sprężystego są na ogół wielokrotne na skutek drgań dźwigara.

Jeżeli w kolejnych cyklach obciążania proces dyssypacji energii zaniknie, będzie to oznaczało, że dźwigar przystosował się do obciążenia cyklicznego i będzie reagował sprężysto. Taka sytuacja wynika z powstania sił rezydualnych S_{i-k}^r o takiej intensywności, że ich suma z wyężeniem spowodowanym obciążeniem impulsowym nie powoduje w żadnym przecie płynięcia plastycznego, [1,2]. Zapiszemy warunek przystosowania jako nierówność dla pręta $i-k$,

$$|S_{i-k}^r + S_{i-k}^{dyn}| < N_0 \quad (1.1)$$

W przypadku, gdy w kolejnych cyklach obciążania następuje kontynuálny przyrost energii dyssypacji, oznacza to nieprzystosowanie dźwigara do analizowanego programu obciążenia cyklicznego.

W pracy założymy τ_0 i będziemy poszukiwać wartości P_p , która będzie nośnością z uwagi na przystosowanie. Każda większa wartość $P > P_p$ spowoduje stan graniczny dźwigara – ciągłe narastanie dyssypacji energii podczas dalszego obciążania cyklicznego.

2. KSZTAŁTOWANIE KRATOWNICY

Poszukiwanie impulsu granicznego na przystosowanie połączymy z racjonalnym ukształtowaniem kratownicy

przy wyteżeniu statycznym. Układ prętów i węzłów jest przedstawiony na rys. 3.1. Pręty kratownicy wybierzemy spośród założonego N-elementowego zbioru profili stalowych, który cechował się przekrojami poprzecznymi zawartymi w przedziale $(A_{\min} = 12,3\text{cm}^2, A_{\max} = 25,6\text{cm}^2)$. Za optymalne rozwiązanie uznamy takie, które spełni kryterium optymalizacji:

$$f_1(A) = \sup(E_{\text{dys}}), \quad (2.1)$$

gdzie E_{dys} jest energią rozproszoną na odkształceniach plastycznych.

Takie kryterium może być nazwane „dobrocią dyssypatywną” kratownicy. Miarę tą należy traktować jako stopień sygnalizacji zniszczenia ustroju, co jest ważną cechą bezpiecznego użytkowania.

Kształtując kratownicę według kryterium przeciwnego do (2.1):

$$f_2(A) = \inf(E_{\text{dys}}), \quad (2.2)$$

uzyskamy kratownicę o niskiej zdolności do przystosowania. Charakteryzuje się ona niskim stopniem sygnalizacji zniszczenia, tzn., że zakończenie stadium wyteżenia sprężystego jest bliskie globalnemu wyczerpaniu nośności granicznej kratownicy.

Na podstawie przeprowadzonej optymalizacji według kryterium (2.1) i (2.2) do analizy w kategoriach przystosowania wybrano odpowiednio kratownicę 1 i kratownicę 2 o parametrach podanych w tabeli 3.1. Kratowice charakteryzują się zróżnicowanymi wartościami statycznej nośności sprężystej P_{spr} i granicznej P_{gr} . Kratownica 1 cechuje się wysoką wartością statycznej nośności granicznej P_{gr} , ale stosunkowo niską wartością statycznej nośności sprężystej. Skutkuje to jej znacznymi zdolnościami do dyssypacji energii. Takich zdolności do dyssypacji nie ma kratownica 2, dla której nośność sprężysta jest prawie równa nośności granicznej.

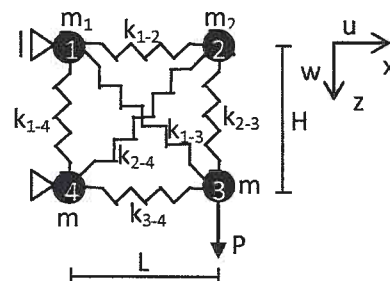
Tabela 2.1. Charakterystyka kratownic wybranych do analizy

	Pole poprzeczne przekrojów prętów w [cm ²]	P_{spr} statyczne w [kN]	P_{gr} statyczne w [kN]	$\sup E_{\text{dys}}$ w [J]
Kratownica 1	$A_{1-2}=12,3; A_{2-3}=23,6$ $A_{3-4}=18,9; A_{1-4}=14,7$ $A_{2-4}=24,6; A_{1-3}=24,6$	467,0	561,6	1155,1
Kratownica 2	$A_{1-2}=22,0; A_{2-3}=12,3$ $A_{3-4}=15,1; A_{1-4}=24,4$ $A_{2-4}=24,6; A_{1-3}=21,7$	566,0	567,0	18,7
Wymiary	$L = 4\text{m}, H = 3\text{m}$			
Materiał	stal St3S			

Przeprowadzono analizę zachowania dźwigarów na obciążenie impulsem prostokątnym $I = P \cdot \tau_0$. Czas działania impulsu τ_0 założono równy 2,44s. Ustalono, że wartość współczynnika dynamiczności dla kratownicy 1 wynosiła $\delta = 2,42$, natomiast dla kratownicy 2, $\delta = 1,98$.

3. MODEL DYNAMICZNY I RÓWNANIA PROBLEMU

W referacie przedmiotem analizy jest kratownica stalowa typu wspornikowego o zadanym układzie węzłów, a tym samym i prętów zaprojektowana w wersji 1 i 2. Zakładamy, że dźwigar może być modelowany układem mas skupionych połączonych przegubowo nieważkimi prętami. W węzłach umieścimy masy skupione odpowiadające masom blach węzłowych i połówkom zbiegających się prętów oraz ewentualnych dodatkowych mas, np. z pokrycia. Układ prętów tworzy kratownicę jednokrotnie statycznie niewyznaczalną o ustalonej geometrii. Statyczna niewyznaczalność kratownicy umożliwia jej analizę w zakresie czysto-sprężystym dla schematu wyjściowego, rys. 1 oraz w zakresie sprężysto-plastycznym po uplastycznieniu jednego z prętów.



Rys. 3.1. Model dynamiczny

Rozwiązanie dynamiki układu poszukujemy stosując metodę różnicową z jawnym schematem całkowania w czasie.

Na początku rozważań wyznaczono maksymalne obciążenie zewnętrzne o charakterze dynamicznym P_{spr} , które powodowało wyteżenie czysto-sprężyste kratownicy. W dalszych badaniach zwiększono to obciążenie zewnętrzne w celu wywołania reakcji plastycznej. Wyznaczano jednocześnie przemieszczenia węzłów i siły rezydualne w prętach kratownicy. Poszukiwano maksymalnego obciążenia P_p , przy którym kratownica przystosuje się. Obciążenie to będzie nośnością graniczną kratownicy ze względu na zadany impuls obciążenia działający cyklicznie.

Z uwagi na impulsowy charakter obciążenia przeprowadzono analizę reakcji kratownicy w dwóch stadiach: pod działaniem obciążenia wywołującego wyteżenie w zakresie sprężysto-plastycznym w okresie $0 \leq \tau \leq \tau_0$ oraz po usunięciu obciążenia wprowadzając tłumienie drgań swobodnych, co obejmowało okres $\tau_0 < \tau \leq \tau_f$. Tłumienie umożliwiało wyznaczenie końcowych sił rezydualnych po zakończeniu kolejnego cyklu impulsu obciążenia. Przemieszczeniowe równania dynamicznej równowagi węzłów układu dla stadium pierwszego są:

$$\begin{cases} -m_2 \ddot{w}_2 + S_{2-3} + S_{2-4} \sin \alpha = 0 \\ -m_2 \ddot{u}_2 - S_{1-2} - S_{2-4} \cos \alpha = 0 \\ -m_3 \ddot{w}_3 - S_{2-3} - S_{1-3} \sin \alpha = -P \\ -m_3 \ddot{u}_3 - S_{3-4} - S_{1-3} \cos \alpha = 0 \\ -m_1 \ddot{w}_1 + S_{1-4} + S_{1-3} \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

W równaniach (3.1) przemieszczenia „i-tego” węzła oznaczono (u_i, w_i), a siły w prętach S_{i-k} określone odpowiednimi sztywnościami wzdłużnymi prętów:

$$\begin{aligned} k_{1-2} &= \frac{EA_{1-2}}{L} & k_{2-3} &= \frac{EA_{2-3}}{H} & k_{3-4} &= \frac{EA_{3-4}}{L} & k_{1-4} &= \frac{EA_{1-4}}{H} \\ k_{1-3} &= \frac{EA_{1-3}}{\sqrt{L^2 + H^2}} & k_{2-4} &= \frac{EA_{2-4}}{\sqrt{L^2 + H^2}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

oraz przemieszczeniami węzłów końcowych pręta:

$$\begin{aligned} S_{1-2} &= -u_2 k_{1-2} & S_{2-3} &= (w_3 - w_2) k_{2-3} & S_{3-4} &= -u_3 k_{3-4} \\ S_{1-4} &= -w_1 k_{1-4} & S_{1-3} &= ((w_3 - w_1) \sin \alpha + u_3 \cos \alpha) k_{1-3} \\ S_{2-4} &= (-w_2 \sin \alpha + u_2 \cos \alpha) k_{2-4} \end{aligned} \quad (3.3)$$

gdzie

$$\sin \alpha = \frac{H}{\sqrt{L^2 + H^2}} \quad \cos \alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2 + H^2}}$$

Równania drgań tłumionych dla stadium drugiego ($\tau_0 < \tau \leq \tau_f$) mają postać:

$$\begin{cases} -m_1 \ddot{w}_1 - d_{1-4} \dot{w}_1 + S_{1-4} + (S_{1-3} - d_{1-3} \dot{w}_1) \sin \alpha = 0 \\ -m_2 \ddot{w}_2 - d_{2-3} \dot{w}_2 + S_{2-3} + (S_{2-4} - d_{2-4} \dot{w}_2) \sin \alpha = 0 \\ -\ddot{u}_2 - d_{1-2} \dot{u}_2 - S_{1-2} + (-S_{2-4} - d_{2-4} \dot{u}_2) \cos \alpha = 0 \\ -m_3 \ddot{w}_3 - d_{2-3} \dot{w}_3 - S_{2-3} + (-S_{1-3} - d_{1-3} \dot{w}_3) \sin \alpha = 0 \\ -m_3 \ddot{u}_3 - d_{3-4} \dot{u}_3 - S_{3-4} + (-S_{1-3} - d_{1-3} \dot{u}_3) \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Tłumienie drgań wprowadzone do równań (3.5) przyjęto według propozycji zaproponowanej w pracy [3]. Wartości współczynników tłumienia są następujące:

$$\begin{aligned} d_{1-2} &= k_{1-2} * dt & d_{2-3} &= k_{2-3} * dt & d_{3-4} &= k_{3-4} * dt \\ d_{1-4} &= k_{1-4} * dt & d_{1-3} &= k_{1-3} * dt & d_{2-4} &= k_{2-4} * dt \end{aligned} \quad (3.6)$$

Można również zastosować tłumienie według koncepcji stosowanej w [4]. Tłumienie umożliwia wyznaczenie końcowych sił rezydualnych po zakończeniu kolejnego cyklu impulsu obciążenia.

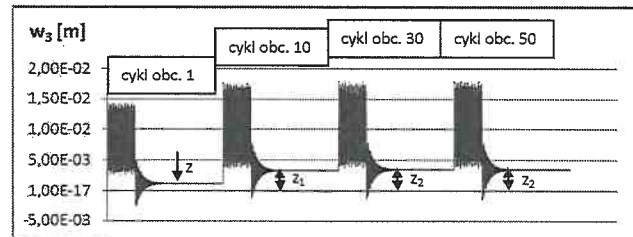
Przedstawione układy równań (3.1) oraz (3.5) opisują dynamiczne zachowanie kratownicy zgodnie z metodą dynamicznego równoważenia węzłów, które odpowiada metodzie przemieszczeń.

4. ANALIZY NUMERYCZNE I WYNIKI

W celu przeprowadzenia analizy numerycznej zbudowano własny program numeryczny. Składał się on z dwóch głównych części. Pierwsza część programu opisywała dynamiczną reakcję sprężysto- plastyczną wywołaną działaniem obciążenia P w czasie od $\tau = 0$ do $\tau = \tau_0$. Reakcję tą opisują równania (3.1). W części pierwszej programu stwierdzano wielokrotne uplastycznienie pręta 1-2, co było konsekwencją założenia odpowiedniego pola przekroju $A_{1,2}$, które nie podlegało procedurze optymalizacji. Wyznaczano energię dyssypacji obciążenia zewnętrznego. W drugiej części programu ujęto dynamiczne zachowanie kratownicy po usunięciu obciążenia węzłowego P i wprowadzeniu tłumienia drgań według równań (3.5). Całkując wymienione równania względem czasu stosowano jawny, trzypunktowy schemat różnicowy. Obydwe części programu wpisano

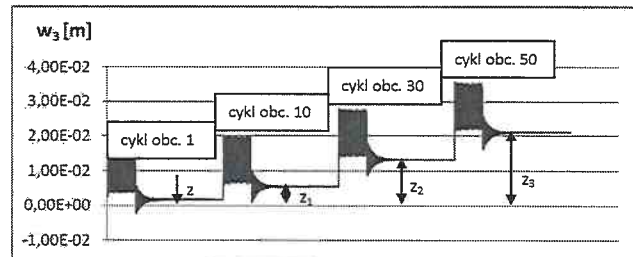
w pętlę umożliwiającą śledzenie zachowania kratownicy w kolejnych cyklach obciążenia impulsowego.

Szukając możliwości przystosowania dla kratownicy 1 ukształtowanej według kryterium dobroci dysypatywnej (2.1), otrzymano wyniki przedstawione na rys. 4.1 i 4.2. Przedstawiają one dynamiczne znieńności przemieszczenia węzła 3: nietyłumione w okresie do $\tau \leq \tau_0$ oraz tłumione w okresie $\tau > \tau_0$, w kolejnych wybranych cyklach obciążenia. Rys. 4.1 ilustruje ścieżkę cyklicznego obciążenia, dla której kratownica przystosuje się po 30 cyklach obciążenia. Na rys. 4.2 przedstawiono ścieżkę obciążenia pod wpływem obciążenia $P=260kN$, które spowoduje powstanie mechanizmu zniszczenia.



Rys.4.1. Symptomy przystosowania się kratownicy pod obciążeniem

$P_p=248 kN$, z –poziom drgań tłumionych ($\tau > \tau_0 = 2,44 s$, $z \rightarrow z_2$)



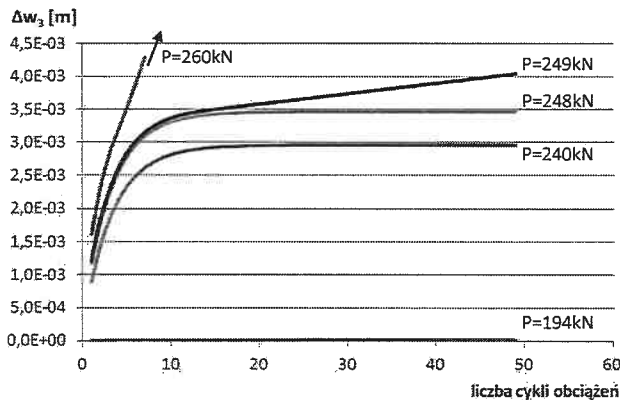
Rys.4.2. Symptomy nieprzystosowania się kratownicy pod obciążeniem

$P=260 kN$, z –poziom drgań tłumionych ($\tau > \tau_0 = 2,44 s$)

Na rys. 4.3 przedstawiono przebieg przemieszczenia węzła 3 w kolejnych cyklach obciążenia dla kratownicy 1, zaczynając od obciążenia $P=194kN$ nie powodującego płynięcia plastycznego żadnego z prętów, w tym najbardziej wyciężonego – pręta 1-2, aż do obciążenia powodującego powstanie globalnego mechanizmu zniszczenia ($P=249kN$).

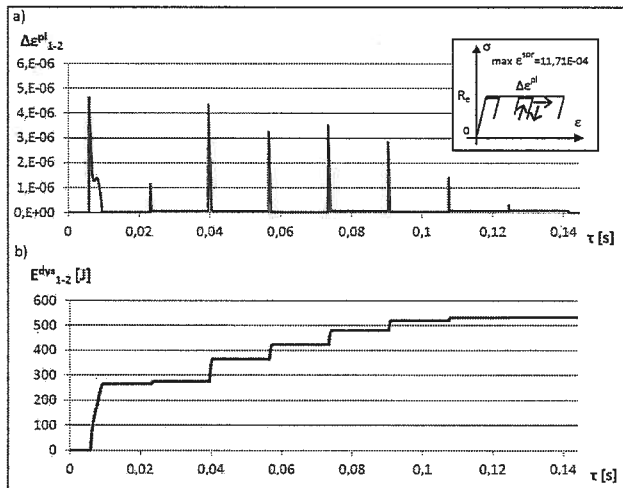
Jak widać z przedstawionego rysunku dla obciążeń od $P=194kN$ do $P=248kN$ w kolejnych początkowych cyklach obciążeń następowały przyrosty przemieszczeń węzła 3 będące wynikiem okresowego płynięcia plastycznego pręta 1-2. W następnych cyklach obciążenia impulsowego przyrosty te zanikały – przemieszczenie węzła 3 nie ulegało zmianie co oznacza, że w tych cyklach nie rosła energia dyssypacji. W kratownicy ukształtował się stan rezydualnych sił, które spełniały kryterium przystosowania (1.1). Począwszy od obciążenia $P=249kN$ następuje nieograniczony wzrost ugięcia w_3 oznaczający przekroczenie nośności kratownicy na przystosowanie z powodu ciągłej kumulacji odkształceń plastycznych w kolejnych cyklach obciążenia.

żeń. Można uważać, że nośność kratownicy na cykliczne zadane obciążenie impulsowe wynosi $248kN$.



Rys.4.3. Przyrosty przemieszczenie węzła 3 dla kratownicy 1 w kolejnych cyklach obciążeń

Rysunek 4.4 ilustruje sukcesywne procesy dyssypacji energii. Na rys. 4.4a przedstawiono przyrosty odkształceń plastycznych powstające podczas drgań kratownicy w uplastycznionym pręcie 1-2 podczas pierwszego cyklu impulsowego obciążenia. Płynięcie plastyczne nie jest ciągłe. Pręt kilkakrotnie przechodzi z procesów aktywnego płynięcia plastycznego w odciążenie sprężyste. Na rys. 4.4b podano zmienność w czasie sumarycznej energii dyssypacji.

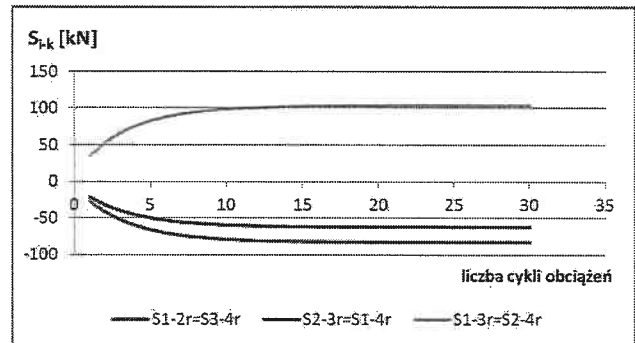


Rys.4.4. Ilustracja procesu narastania a) przyrostów odkształceń plastycznych w pręcie 1-2, b) energii dyssypacji

Na rys. 4.5. przedstawiono wielkość sił rezydualnych w poszczególnych prętach kratownicy 1 w momencie osiągnięcia przez nią nośności P_p .

W przypadku kratownicy 2, dla obciążenia powodującego uplastycznienie jednego z prętów – w tym przypadku pręta 2-3 pod wpływem obciążenia zewnętrznego $P=287kN$ przemieszczenie węzła 3 nieustannie narasta. Kratownica kumuluje skutki odkształceń plastycznych w kolejnych cyklach obciążenia impulsowego, co prowadzi do zniszczenia. Wynika to stąd, że dźwigar został ukształtowany

w sposób, że nie można wyznaczyć nośności na obciążenia cykliczne według teorii przystosowania. Dźwigar może przenosić obciążenia cykliczne dla $P < 287kN$ reagując wyłącznie sprężystie. Nie określamy takiej sytuacji przystosowaniem.



Rys.4.5. Rozwój sił rezydualnych w poszczególnych prętach kratownicy 1

5. ZAKOŃCZENIE

W pracy poszukiwano nośności granicznej stalowego dźwigara kratowego na przystosowanie. Poszukiwania poprzedzono racjonalnym ukształtowaniem kratownicy pod działaniem obciążenia statycznego. O możliwościach przystosowania kratownicy świadczą zdolności do dyssypacji energii. Analizowana kratownica 1 cechowała się dużymi zdolnościami do dyssypacji energii. Nośność dynamiczna na przystosowanie dla kratownicy 1 wyniosła $P_p=248kN$ (dynamiczna nośność sprężysta $P^{spr}=194kN$). Maksymalne ugięcie kratownicy dla P^{spr} jest $f_{spr} = L/356$, a największe ugięcie dla P_p wynosi $f_{spr-pl} = L/224$.

Kratownicy 2 nie można było analizować pod względem możliwości przystosowania, ponieważ maksymalna nośność sprężysta wynosiła $P=286kN$. Po wzroście obciążenia do wartości $P=287kN$ uplastycznieniu podlegał pręt 2-3. Kolejne cykle obciążenia generowały w nim ciągłe kumulowanie odkształcenia plastycznego i rozwój mechanizmu zniszczenia.

Literatura

- [1] König J. A., *Shakedown of Elastic – Plastic Structures*, PWN – Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1987.
- [2] Żukowski S., *Ocena bezpieczeństwa płaskich konstrukcji prętowych w aspekcie teorii przystosowania*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2006.
- [3] Brzuzy A., *Efekty dynamiczne w układzie prętowym spowodowane wybuchowym usunięciem pręta*, XXVII Międzynarodowa Konferencja Naukowo – Techniczna EKOMILITARIS, Zakopane, 2013, s.104-111.
- [4] Szczesniak A., Stolarski A., *Analiza wyłączenia belek żelbetowych metodą relaksacji dynamicznej*, Inżynieria i Budownictwo nr 5, 2012r., s. 267-269.