



Analiza zachowania tarczy żelbetowej z wykorzystaniem modelu hipotetycznego materiału zastępczego

JAROSŁAW SIWIŃSKI, ADAM STOLARSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji,
Katedra Budownictwa, 00-908 Warszawa, ul. gen. S. Kaliskiego 2,
jaroslaw.siwinski@wat.edu.pl, adam.stolarski@wat.edu.pl

Streszczenie. W pracy zawarto analizy numeryczne tarczy żelbetowej modelowanej z wykorzystaniem hipotetycznego modelu jednorodnego materiału zastępczego. Wyznaczono parametry statyczno-odkształceniowo-wytrzymałościowe materiału zastępczego dla rozważanej tarczy żelbetowej. W analizach dynamicznych uwzględniono współczynnik dynamiczny wytrzymałości hipotetycznego materiału zastępczego. Przeprowadzono analizę numeryczną w zakresie obciążeń statycznych oraz dynamicznych. Wyniki analizy numerycznej pod obciążeniem statycznym porównano z wynikami doświadczalnymi Leonhardta i Walthera oraz innymi wynikami numerycznymi. Wyniki analizy numerycznej pod obciążeniem dynamicznym porównano również z wynikami innych analiz teoretycznych Cichorskiego i Stolarskiego.

Słowa kluczowe: budownictwo, konstrukcje budowlane, analiza numeryczna, tarcze żelbetowe, tarcze z jednorodnego materiału zastępczego, statyka, dynamika

DOI: 10.5604/12345865.1223097

1. Wstęp

Analiza porównawcza tarcz żelbetowych z wykorzystaniem hipotetycznego materiału zastępczego ma istotny wpływ na proces projektowania elementów konstrukcyjnych budynków lub elementów wydzielonych z tych budynków. W literaturze występują rozwiązania numeryczne konstrukcyjnych elementów żelbetowych z zastosowaniem m.in. metody różnic skończonych (MRS), metody elementów skończonych (MES), metod bezsiatkowych Finite Point Method (FPM). Rozwiązania MES z zakresu analizy dynamicznego zachowania tarcz żelbetowych znajdują

się m.in. w pracy Stolarskiego i Cichorskiego [10], w której przedstawiono analizę porównawczą wyników numerycznych z wynikami doświadczalnymi tarczy żelbetowej Leonhardta i Walthera [5].

Model numeryczny elementu konstrukcyjnego jest ściśle powiązany ze zdefiniowanym modelem materiałowym.

W celu zwiększenia stopnia efektywności modelowania złożonych elementów żelbetowych wykonanych z połączenia betonu i stali, tworzących strukturę niejednorodną, w pracy Siwińskiego i Stolarskiego [9] zaproponowano procedurę zastosowania hipotetycznego modelu materiału jednorodnego.

W pracy tej przedstawiono metodykę modelowania jednorodnego materiału zastępczego oraz sposób modelowania zachowania belek z wykorzystaniem tego modelu. Odniesiono się również do metodologii wykorzystywania i stosowania podejścia homogenizacyjnego przedstawionego w artykułach Combescure'a, Dumonteta i Voldoire'a [2] oraz Kellihera i Suttona-Swabiego [4], a także Luccioni, Ambrosiniego i Danesiego [8].

Istotą metodyki homogenizacji jest określenie parametrów odkształceniowo-wytrzymałościowych materiału zastępczego na podstawie parametrów stali zbrojeniowej p_s , betonu p_c oraz efektywnego stopnia zbrojenia p_{eff} zależnego od przestrzennego układu stali zbrojeniowej w elemencie konstrukcyjnym, z wykorzystaniem funkcji homogenizacyjnej:

$$p_z = p_c + \rho_{eff} p_s, \quad (1)$$

Efektywny stopień zbrojenia tarczy żelbetowej pełni rolę współczynnika homogenizacji i ma postać:

$$\rho_{eff} = \sqrt{(\rho_1)^2 + \left(\rho_2 \frac{f_{yw}}{f_y}\right)^2 + \left(\rho_3 \frac{f_{yw}}{f_y}\right)^2}, \quad (2)$$

gdzie: ρ_i — stopnie zbrojenia tarczy usytuowanego w kierunkach $i = 1, 2, 3$;
 f_y — granica plastyczności stali podłużnego zbrojenia głównego usytuowanego w kierunku podłużnym $i = 1$ oraz poprzecznego zbrojenia strzemionami $f_{yw} \leq f_y$ usytuowanego w kierunkach pionowym $i = 2$ i poziomym $i = 3$.

Dynamiczne cechy wytrzymałościowe materiału zastępczego $p_{zf,d}$ zdefiniowano w sposób uproszczony poprzez wprowadzenie stałego globalnego współczynnika dynamicznego k_d według zależności:

$$p_{zf,d} = p_{zf} k_d. \quad (3)$$

Metodyka modelowania zachowania elementu konstrukcyjnego zakłada wykorzystanie oprogramowania systemowego Abaqus i obejmuje: 1° — dobór modelu materiałowego, który przyjęto jako model kontynualnego zniszczenia betonu według Lubliner i in. [7] o zmodyfikowanych parametrach określonych według formuły (1) i ewentualnie (3); 2° — dobór odpowiedniego podziału przestrzennego tarczy na elementy skończone; 3° — dobór odpowiedniego typu elementów skończonych do analizowanego zadania; 4° — dobór metody rozwiązania w zakresie obciążeń statycznych (metoda Newtona-Raphsona) lub dynamicznych (całkowanie równań ruchu metodą jawną); 5° — przeprowadzenie analizy porównawczej wyników otrzymanych numerycznie z wynikami doświadczalnymi lub innymi wynikami numerycznymi.

Celem niniejszej pracy jest potwierdzenie skuteczności analizy z wykorzystaniem modelu materiału zastępczego w odniesieniu do tarcz żelbetowych. Cel ten zostanie osiągnięty przez porównanie wyników uzyskanych na podstawie analiz komputerowych tarczy z materiału zastępczego z wynikami statycznych badań doświadczalnych Leonhardta i Walthera [5] dla tarczy żelbetowej oznaczonej w doświadczeniu jako WT3 oraz z wynikami doświadczenia numerycznego Stolarskiego i Cichorskiego [10] oznaczonego jako L0 dla tej tarczy. Wyniki Leonhardta i Walthera [5] są traktowane jako wzorcowe i wielu autorów porównuje z nimi własne wyniki rozwiązań numerycznych, np. Buyukozturk [1], Floegl i Mang [3], Lewiński [6].

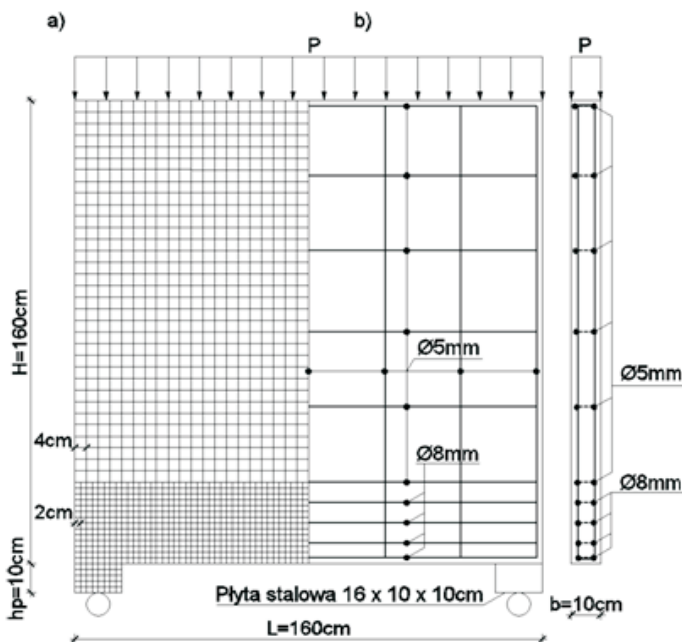
2. Wyniki badań numerycznych pod obciążeniem statycznym

Badania numeryczne pod obciążeniem statycznym przeprowadzono na podstawie doświadczenia Leonhardta i Walthera [5]. Analizę tarczy przeprowadzono dla tzw. pierwszego poziomu statycznej nośności tarczy, który według autorów doświadczenia odpowiada osiągnięciu wytrzymałości na ściskanie przez pionowe naprężenia normalne w betonie nad podporami.

Na rysunku 1 przedstawiono schemat obciążenia, schemat statyczny oraz schemat zastosowanego zbrojenia tarczy doświadczalnej WT3.

Właściwości materiałowe betonu i stali zbrojeniowej opisują następujące parametry: $f_c = 30$ MPa — wytrzymałość betonu na ściskanie, $f_{ct} = 3,8$ MPa — wytrzymałość betonu na rozciąganie, $E_c = 25$ GPa — moduł odkształcenia betonu, $\nu_c = 0,2$ — współczynnik Poissona dla betonu, $f_y = 410$ MPa — granica plastyczności stali zbrojenia głównego o średnicy $\varnothing = 8$ mm, $f_{yw} = 240$ MPa — granica plastyczności stali zbrojenia strzemion pionowych i poziomych o średnicy $\varnothing = 5$ mm, $E_s = 210$ GPa — moduł odkształcenia podłużnego stali, $\nu_s = 0,3$ — współczynnik Poissona dla stali.

Na podstawie danych materiałowych oraz przyjętej metody homogenizacji żelbetu wyznaczono niezbędne parametry materiału zastępczego.



Rys. 1. Podział na elementy skończone (a) oraz model fizyczny tarczy Leonhardta i Walthera (b)

Stopnie zbrojenia dla kierunków x , y , z (podłużnego, poprzecznego pionowego i poprzecznego poziomego) równe odpowiednio:

$$\rho_1 = \frac{A_{sx}(2 \times 4\varnothing 8) + A_{sx}(2 \times 6\varnothing 5)\varphi_y}{bH} = 0,0002,$$

$$\rho_2 = \frac{A_{swy}(2 \times 7\varnothing 5)\varphi_y}{bs_x} = 0,001$$

$$\rho_3 = \frac{A_{swz}(2 \times 10\varnothing 5)\varphi_y}{Hs_y} = 0,0015$$

przy uwzględnieniu współczynnika korekcyjnego granic plastyczności zbrojenia

$$\varphi_y = \frac{f_{yw}}{f_y} = 0,585$$

wyznaczają efektywny stopień zbrojenia (2):

$$\rho_{eff} = 0,0018,$$

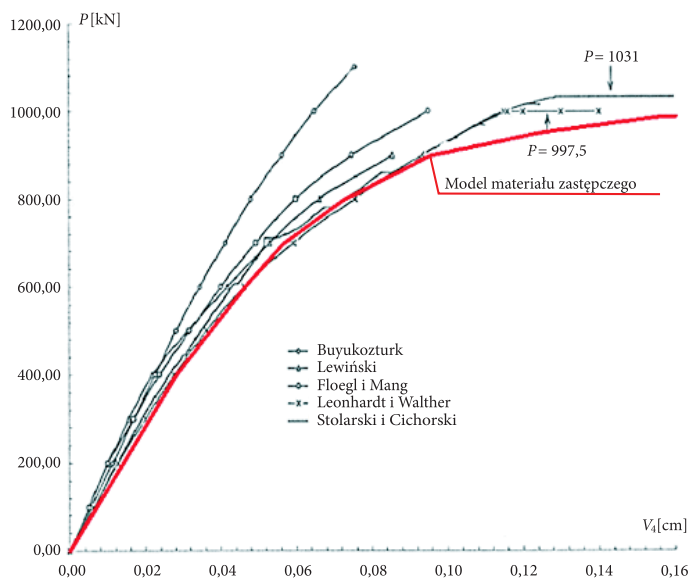
na podstawie którego, zgodnie z formułą (1), określono wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie oraz moduł odkształcenia, współczynnik Poissona i masę właściwą materiału zastępczego:

$$f_{zc} = 30,8 \text{ MPa}, f_{zt} = 4,6 \text{ MPa}, E_z = 25,38 \text{ GPa},$$

$$\nu_z = 0,2005, \gamma_z = 2514 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \quad (4)$$

Model numeryczny tarczy został wykonany z elementów skończonych sześciennych typu C3D8R (elementy 8-węzłowe). W modelu wykorzystano podział siatki elementów skończonych tarczy na elementy bryłowe typu HEX o wymiarach $20 \times 20 \text{ mm}$ w strefie dolnej, odpowiadającej strefie zagęszczonego zbrojenia głównego $\varnothing = 8 \text{ mm}$ w tarczy żelbetowej WT3 oraz $40 \times 40 \text{ mm}$ w pozostałej, górnej strefie tarczy (rys. 1). W przestrzennym podziale tarczy wykorzystano 10 360 elementów skończonych współpracujących w 13 892 węzłach.

Oddzielnego potraktowania wymaga sposób modelowania podpór stalowych, który warunkuje uzyskanie poprawnego rozwiązania. Zastosowano modelowanie podpór stalowych z wykorzystaniem funkcji wydłużenia profilu geometrycznego



Rys. 2. Wykres obciążenia sumarycznego w funkcji przemieszczenia punktu środkowego dolnej krawędzi tarczy

tarczy (w miejscach występowania podpór stalowych oraz o wymiarach tych podpór), któremu następnie przyporządkowano parametry wytrzymałościowe stali. W celu zastosowania takiej samej siatki elementów skończonych podporowych płyt stalowych, która odpowiada podziałowi dolnej części tarczy, przyjęto elementy skończone o wymiarach 20×20 mm.

W wyniku przeprowadzonej analizy jednorodnej tarczy z materiału zastępczego otrzymano wykres obciążenia sumarycznego w funkcji przemieszczenia punktu środkowego dolnej krawędzi tarczy, który przedstawiono na rysunku 2.

Na tle wyników doświadczalnych Leonhardta i Walthera [5] dla tarczy żelbetowej oraz innych, cytowanych wcześniej, rozwiązań numerycznych dla tej tarczy, obserwuje się bardzo dobrą zgodność wyniku uzyskanego według prezentowanego podejścia z wykorzystaniem modelu tarczy z jednorodnego materiału zastępczego.

3. Wyniki badań numerycznych pod obciążeniem dynamicznym

Analizie dynamicznej poddano tarczę żelbetową, która była przedmiotem statycznych badań doświadczalnych Leonhardta i Walthera [5], oznaczoną w doświadczeniu jako WT3.

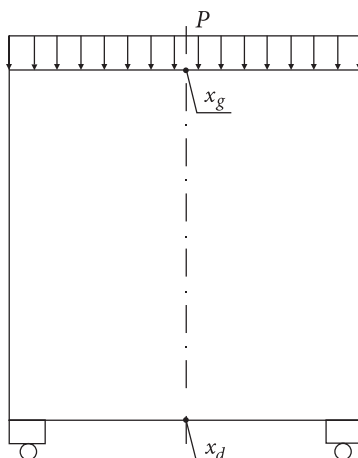
Analizę dynamiczną przeprowadzono dla różnych wartości współczynnika $\alpha = \frac{P}{P_0}$ intensywności obciążenia dynamicznego w odniesieniu do pierwszego poziomu nośności tarczy $P_0 = 1031$ kN określonej w pracy Stolarskiego i Cichorskiego [10] dla rozwiązania oznaczonego jako L0. Przyjęto zmienność obciążenia w czasie wg rysunku 3, jak w pracy [10].



Rys. 3. Funkcja zmiany w czasie obciążenia dynamicznego

Ze względu na fakt, że w analizie numerycznej Stolarskiego i Cichorskiego [10] dla tarczy żelbetowej L0 zaobserwowano sprężystą pracę głównego zbrojenia poziomego w całym zakresie obciążeń oraz wystąpienie obszarów zarysowanych w betonie, a nawet obszarów lokalnego zniszczenia konstrukcji przez zmiżdżenie betonu w strefie nad podporą przy poziomie obciążenia $\alpha = 0,7$, w niniejszym rozwiązaniu dla tarczy jednorodnej z materiału zastępczego przyjęto wartość współczynnika dynamicznej wytrzymałości materiału zastępczego równy $k_d = 1,0$, a następnie

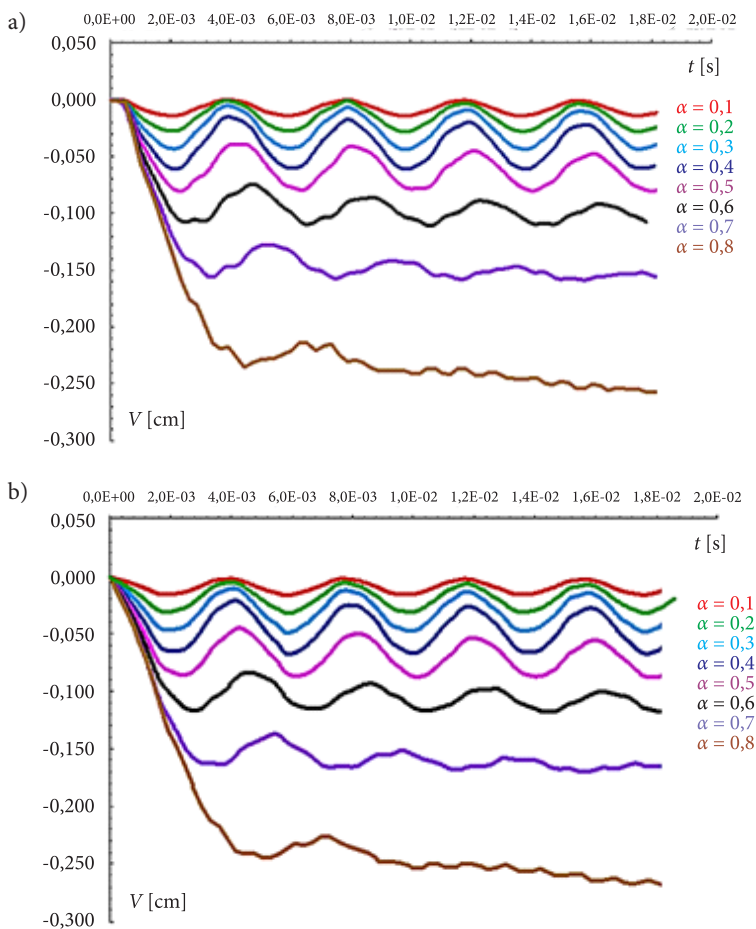
dokonano analizy wpływu zwiększenia tego współczynnika na przemieszczenia dynamiczne tarczy jednorodnej. Wyniki analizy nośności tarczy jednorodnej zilustrowano w dwóch punktach pomiarowych, których lokalizację przedstawiono na rysunku 4. W punktach tych przedstawiono zmienność w czasie przemieszczeń pionowych w zależności od współczynnika obciążenia α .



Rys. 4. Lokalizacja punktów pomiarowych

Na rysunku 5a przedstawiono przemieszczenia punktu x_d , natomiast na rysunku 5b przemieszczenia punktu x_g . Zauważyć możemy, że do wartości współczynnika obciążenia $\alpha = 0,2$ tarcza zachowuje się sprężysto w dolnej warstwie, natomiast w warstwie górnej wykazuje niewielkie przemieszczenia trwałe, które świadczą o początkowej fazie uplastyczniania tarczy, co możemy w pełni potwierdzić dla wartości współczynnika obciążenia $\alpha \geq 0,3$. Jednakowe wartości kolejnych amplitud maksymalnego i minimalnego przemieszczenia świadczą o stabilności rozwiązania numerycznego dla przyjętego obciążenia dynamicznego $p(t) = \text{const}$. Po przekroczeniu wartości współczynnika intensywności obciążenia $\alpha \geq 0,7$ rozpoczyna się proces niestabilnego ruchu drgającego świadczący o osiągnięciu nośności dynamicznej tarczy.

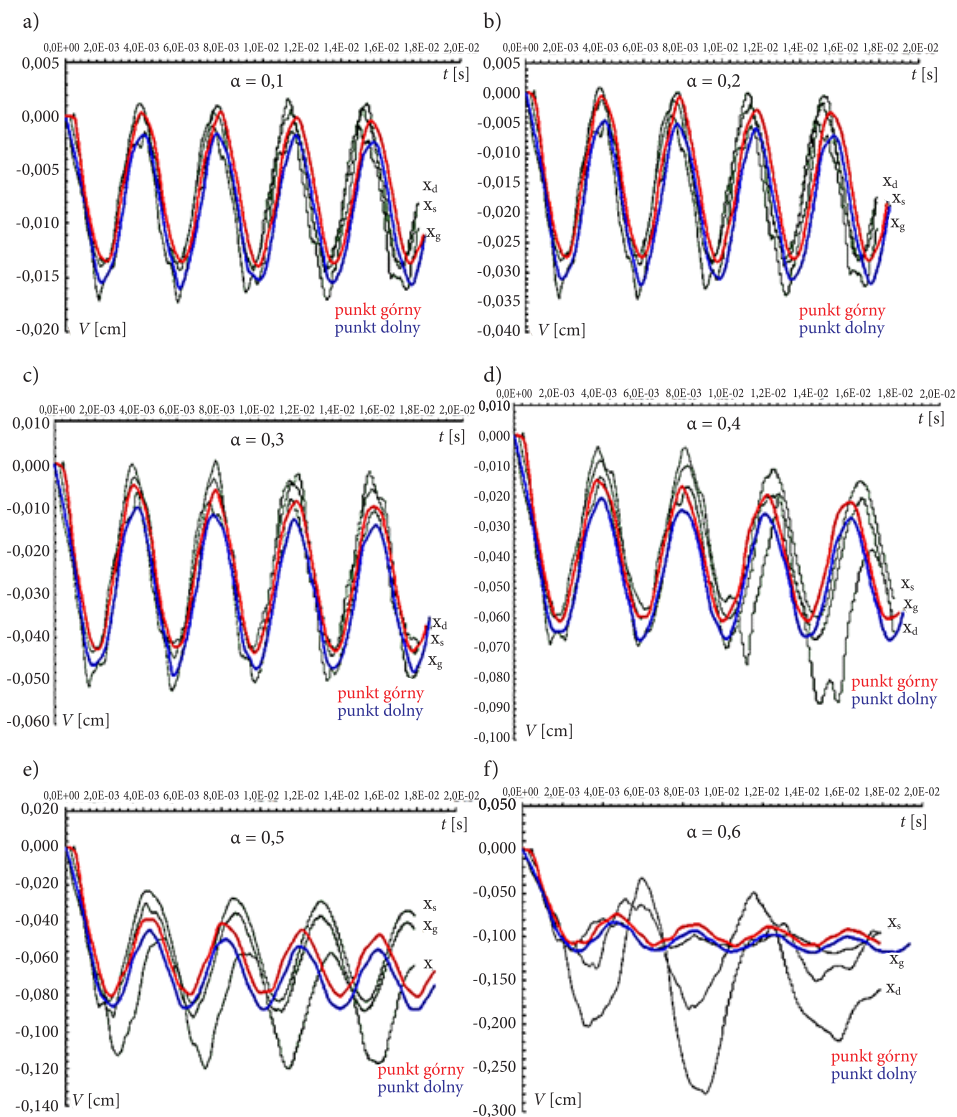
Na rysunkach 6a-6f przedstawiono porównanie uzyskanych wyników dla jednorodnej tarczy z materiału zastępczego, oznaczonych linią czerwoną dla dolnego punktu pomiarowego x_d i linią niebieską dla górnego punktu pomiarowego x_g , z wynikami numerycznymi dla tarczy żelbetowej L0 otrzymanymi przez Stolarskiego i Cichorskiego [10]. Zauważyć możemy, że dla wartości współczynnika obciążenia $\alpha = 0,4$ uzyskane wyniki wykazują bardzo dobrą zgodność z wynikami analizy dynamicznej Stolarskiego i Cichorskiego [10], zarówno dla przemieszczeń punktu górnego, jak i dolnego. Po przekroczeniu tej wartości współczynnika obciążenia obserwuje się większe różnice wyników dla punktu dolnego, co jest spowodowane



Rys. 5. Zmiana w czasie przemieszczeń punktów pomiarowych w zależności od współczynnika intensywności obciążenia α : a) punktu x_d ; b) punktu x_g

odmiennym zachowaniem tarczy jednorodnej niewykazującej efektu zarysowania. Zauważono również, że przy wartości współczynnika intensywności obciążenia $\alpha = 0,4-0,6$ przebieg przemieszczenia w czasie punktów x_d i x_g tarczy jednorodnej odpowiada w przybliżeniu zmienności przemieszczeń punktu x_s zlokalizowanego w połowie wysokości tarczy żelbetowej.

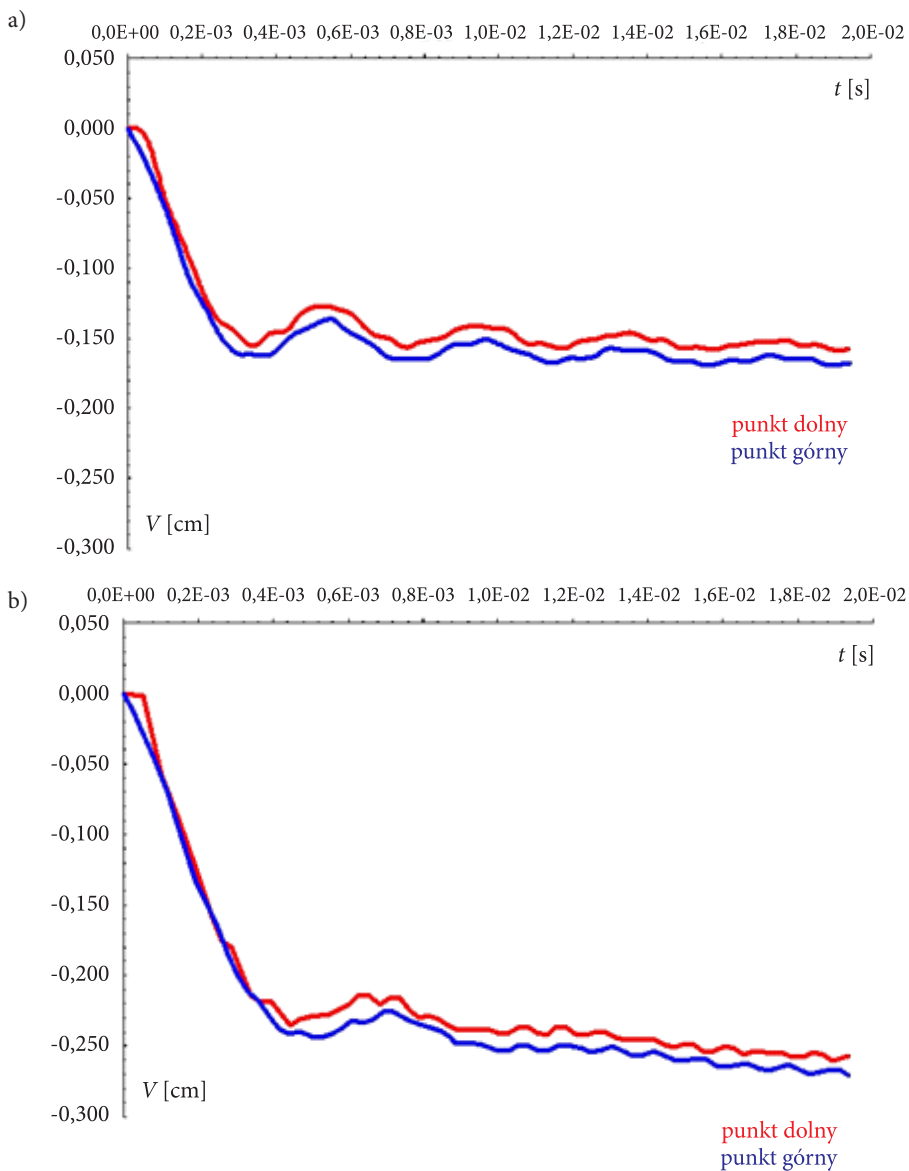
Z kolei na rysunkach 7a i 7b przedstawiono zmiany w czasie przemieszczenia dla większych intensywności obciążenia: rys. 7a — dla intensywności obciążenia $\alpha = 0,7$, rys. 7b — dla intensywności obciążenia $\alpha = 0,8$. Na rysunkach zauważyć możemy, że wraz ze wzrostem współczynnika intensywności obciążenia maleją różnice amplitud maksymalnych i minimalnych.



Rys. 6. Przemieszczenia punktów x_d i x_g dla współczynnika obciążenia:

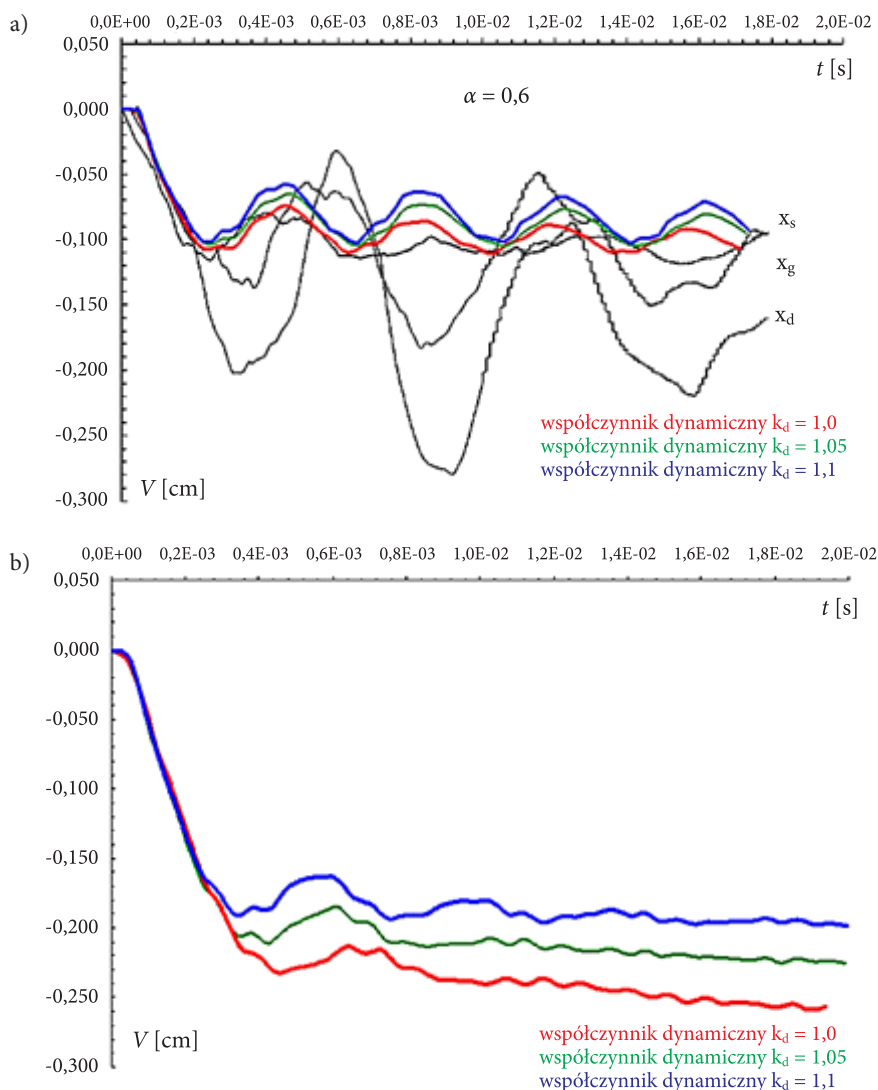
a) $\alpha = 0,1$; b) $\alpha = 0,2$; c) $\alpha = 0,3$; d) $\alpha = 0,4$; e) $\alpha = 0,5$; f) $\alpha = 0,6$

Ponadto, dla poziomu obciążenia $\alpha = 0,8$ zaobserwowano nieograniczone przyrosty przemieszczenia, co świadczy o przekroczeniu nośności tarczy. Wyniki te wskazują, że poziom dynamicznej nośności tarczy jednorodnej został osiągnięty dla wartości współczynnika intensywności obciążenia $\alpha = 0,7$, przy której przemieszczenia punktów wykazują jeszcze ruch oscylacyjny wokół położenia równowagi.



Rys. 7. Przeszyczenia punktów x_d i x_g dla współczynnika obciążenia: a) $\alpha = 0,7$; b) $\alpha = 0,8$

Następne rysunki ilustrują wpływ prędkości odkształcenia poprzez zastosowanie współczynnika dynamicznego wytrzymałości materiału zastępczego $k_d = 1,05$ (linie zielone) i $k_d = 1,1$ (linie niebieskie) na przeszczenia dynamiczne punktu x_d tarczy jednorodnej dla poziomu obciążenia $\alpha = 0,6$ (rys. 8a) i poziomu obciążenia $\alpha = 0,8$ (rys. 8b).



Rys. 8. Przeszyczenia punktów x_d i x_g dla współczynnika obciążenia: a) $\alpha = 0,7$; b) $\alpha = 0,8$

Wyniki wskazują, że zwiększenie współczynnika dynamicznego wytrzymałości powoduje zmniejszenie amplitud zmian przemieszczenia w czasie oraz zwiększenie różnicy między maksymalną a minimalną amplitudą przemieszczeń. Ponadto stwierdzono, że wpływ współczynnika dynamicznego wytrzymałości na wartość przemieszczeń jest tym większy, im większa jest intensywność obciążenia, co spowodowało w konsekwencji zwiększenie nośności dynamicznej tarczy jednorodnej do poziomu obciążenia $\alpha = 0,8$ przy zastosowaniu współczynnika dynamicznego $k_d = 1,1$.

4. Zakończenie i wnioski

W wyniku doświadczeń numerycznych dla jednorodnej tarczy z materiału zastępczego obciążonej statycznie stwierdzono nieznaczną (~2%) różnicę maksymalnej wartości siły krytycznej oraz nieco większą (~10%) różnicę maksymalnych przemieszczeń w porównaniu z wynikami doświadczenia. Również w wyniku doświadczeń numerycznych dla tej samej tarczy, ale obciążonej dynamicznie, stwierdzono bardzo dobrą zgodność wyników uzyskanych w analizie dla tarczy jednorodnej z materiału zastępczego z wynikami numerycznymi dla tarczy żelbetowej uzyskanymi przez Stolarskiego i Cichorskiego. Różnice wyników stwierdzone przy większych wartościach współczynnika intensywności obciążenia $\alpha \geq 0,4$ są spowodowane brakiem możliwości opisu efektu zarysowania w tarczy jednorodnej. Wpływ wartości współczynnika dynamicznego wytrzymałości materiału zastępczego na przemieszczenia tarczy jednorodnej w zakresie współczynnika obciążenia $\alpha \leq 0,4$ nie jest znaczny i zasadniczo odpowiada obserwowanemu w rozwiązaniu numerycznym Stolarskiego i Cichorskiego niewielkiemu wpływowi prędkości odkształcenia betonu i stali zbrojeniowej na przemieszczenia analizowanej tarczy żelbetowej. Stwierdzono również, że w przypadku analizowanej tarczy najdokładniejsze wyniki uzyskano przy zastosowaniu współczynnika dynamicznego $k_d = 1,05$.

Przedstawiona analiza porównawcza uzasadnia stosowanie modelu jednorodnego materiału zastępczego do uproszczonego modelowania numerycznego zachowania tarcz żelbetowych i wskazuje na możliwość jego skutecznego zastosowania do analizy numerycznej złożonych, wielkowymiarowych obiektów budowlanych o konstrukcji żelbetowej.

Praca powstała w wyniku realizacji zadań badawczych w ramach pracy badawczej statutowej nr 934, prowadzonej w Wydziale Inżynierii Lądowej i Geodezji Wojskowej Akademii Technicznej.

Artykuł wpłynął do redakcji 5.05.2016 r. Zweryfikowaną wersję po recenzjach otrzymano 25.05.2016 r.

LITERATURA

- [1] BUYUKOZTURK O., *Nonlinear analysis of reinforced concrete structures*, Computers and Structures, vol. 7, 1977, 149-156.
- [2] COMBESCURE CH., DUMONTET H., VOLDOIRE F., *Homogenised constitutive model coupling damage and debonding for reinforced concrete structures under cyclic solicitations*, International Journal of Solids and Structures, 50, 2013, 3861-3874.
- [3] FLOEGL H., MANG H., *Tension stiffening concept based on bond slip*, Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, vol. 108, ST12, 1982, 2681-2701.
- [4] KELLIHER D., SUTTON-SWABY K., *Stochastic representation of blast load damage in a reinforced concrete building*, Structural Safety, 34, 2011, 407-417.
- [5] LEONHARDT F., WALTHER R., *Wandartige trager*, Deutscher Ausschuss fur Stahlbeton, 229, Berlin, Germany, 1966.

- [6] LEWIŃSKI P.M., *Nieliniowa analiza płyt i tarcz żelbetowych metodą elementów skończonych*, Warszawa–Łódź, PWN, 1990.
- [7] LUBLINER J., OLIVER J., OLLER S., ONATE E., *A plastic-damage model for concrete*, International Journal Solids and Structures, vol. 25(3), 1989, 299-326.
- [8] LUCCIONI B.M., AMBROSINI R.D., DANESI R.F., *Analysis of building collapse under blast loads*, Engineering Structures, 26, 2004, 63-71.
- [9] SIWIŃSKI J., STOLARSKI A., *Analiza statyki i dynamiki belek żelbetowych z uwzględnieniem modelu hipotetycznego materiału zastępczego*, Biuletyn WAT, 65, 3, 2016, 37-48.
- [10] STOLARSKI A., CICHORSKI W., *Modelowanie statycznego i dynamicznego zachowania niesprężystych tarcz żelbetowych*, Studia z Zakresu Inżynierii, 51, Warszawa, 2002.

J. SIWIŃSKI, A. STOLARSKI

Comparative analysis of behaviour of reinforced concrete deep beam using hypothetical model of substitute material

Abstract. This paper contains the numerical analysis of reinforced concrete deep beam modelled using a hypothetical model of the homogeneous substitute material. The static-strain-strength parameters of the substitute material for the considered reinforced concrete deep beam were determined. The dynamic strength coefficient for hypothetical substitute material was taken into account in the dynamic analyses. Numerical static and dynamic analysis is presented in this work. Solution of the numerical static analysis was compared with Leonhardt's and Walther's experimental results and other numerical results taken from literature. Solution of the numerical dynamic analysis was compared with numerical results by Cichorski and Stolarski.

Keywords: civil engineering, building structures, numerical analysis, reinforced concrete deep beams, deep beams from a homogeneous substitute material, statics, dynamics

DOI: 10.5604/12345865.1223097

