

UWAGI O SZACOWANIU GRANICY EFEKTYWNOŚCI UKŁADÓW TRANSPORTOWYCH

Streszczenie

W pracy zaproponowano modyfikację metody obwiedni danych (Data Envelopment Analysis, DEA), która może zostać zastosowana jako jeden z mierników efektywności technologicznej wyróżnionych w gospodarce sektorów (np. transportu towarowego). O stopniu efektywności danego sektora decyduje pozycja charakteryzujących go wielkości nakładów i produkcji w stosunku do sektorowej granicy technologicznej. Ta ostatnia określa najlepsze możliwe do uzyskania efekty przy zadanych wielkościach zużycia czynników produkcji. Praca zawiera jedno z możliwych określeń takiej granicy oraz omówienie sposobu oszacowania jej położenia na podstawie informacji o wielkości produkcji oraz poniesionych nakładów w realnie funkcjonujących gospodarkach.

WSTĘP

Pojęcie efektywności ma wiele znaczeń. Jednym z nich jest tzw. efektywność technologiczna, czyli efektywność procesu przekształcania nakładów w produkty finalne procesu wytwarzania¹. W niniejszej pracy proponujemy, bazującą na metodzie obwiedni danych (Data Envelopment Analysis, DEA), semiparametryczną metodę analizy wyników osiąganych przez wybrany podmiot gospodarczy czy zespół takich podmiotów o podobnym profilu działalności tworzący sektor gospodarki - na przykład sektor przewozów (pasażerskich lub towarowych). DEA jest jedną z metod analizowania efektywności układów gospodarczych i wskazywania tych, które charakteryzują się najlepszymi charakterystykami w tym względzie (por. np. źródłową pracę [2], a z nowszych np. [5]).

Metoda DEA posługuje się pojęciem efektywności względnej, szacowanej w drodze porównań efektywności badanej jednostki z efektywnością uzyskiwaną w innych dostępnych i branych pod uwagę jednostkach. Daną jednostkę uważa się za efektywną, jeśli stosując dostępne technologie wytwarzania nie jest możliwa poprawa uzyskiwanych w tej jednostce efektów ([6]). W tym sensie analizę tę można postrzegać jako przybliżenie efektywności rozumianej w sensie Pareto, która wymaga, by żadna pozycja zaangażowanych nakładów i uzyskanych efektów (wszędzie, nie zaś tylko w podmiotach gospodarczych będących przedmiotem analizy) nie może być poprawiona bez pogorszenia innych pozycji wspomnianych nakładów lub efektów.

W praktyce stosowana jest zwykle nieparametryczna wersja metody, w której przyjmuje się minimalną liczbę założeń odnośnie funkcji produkcji opisującej relacje nakładów i uzyskiwanych wyników. Metoda DEA w takim zakresie była i jest stosowana w analizach różnych sektorów gospodarki, np. do oceny efektywności organizacji non profit ([1]), podmiotów sektora energetycznego ([8]), banków ([2, 9]), funduszy inwestycyjnych ([1, 4, 7, 10]). W niektórych sektorach gospodarki, często także w sektorze transportowym lub jego wydzielonych składowych, często trudno o szczegółową specyfikację wspomnianych efektów, a przede wszystkim nakładów. Jeśli jednak można przyjąć, iż produkcja badanego sektora jest

funkcją produkcji całej gospodarki, to możliwa staje się, przeprowadzona "w duchu" metody DEA, analiza wyników tego sektora na tle wyników całej gospodarki². Pokazanie tego stanowi zasadniczy cel kolejnej części pracy. Jej pierwszą część poświęcimy metodzie DEA, drugą - rozważaniom odnoszącym się do analizy pozycji wyróżnionego sektora.

1. OPIS PROCEDURY

1.1. Metoda DEA

Przedmiotem analizy jest pewna liczba podmiotów gospodarczych zwanych dalej jednostkami. Ich natura, zakres i skala działalności może być -- o czym już wspomnieliśmy we Wstępie -- zróżnicowana. Na użytek niniejszej pracy można je uważać za układy gospodarcze, np. gospodarki poszczególnych krajów lub regionów. Procesy wytwarzania dóbr opisane są wielkością ponoszonych nakładów (ilością wykorzystywanych czynników produkcji) i uzyskiwanych wyników (wielkością produkcji). Jednostka i ($i \in I$) jest scharakteryzowana wektorem nakładów X_i oraz wielkością produkcji Y_i .

Metoda DEA pozwala wskazać te jednostki, które wśród analizowanych są najbardziej efektywne i które tym samym można uznać (w okresie, którego dotyczy analiza) za najbliższe maksymalnej efektywności wytwarzania, czyli granicy technologicznej. Zwykle trudno oczekiwać, iż wyłonione jednostki określają wspomnianą granicę. Najprawdopodobniej nie jest to prawdą - zawsze można bowiem oczekiwać, że w wyniku wprowadzenia, przede wszystkim w mikroskali, różnego rodzaju usprawnień procesu wytwarzania, efektywność wskazanych układów gospodarczych można jeszcze polepszyć.

W dalszej części założymy, iż relację nakładów (X) i wyników (Y) w efektywnym układzie gospodarczym opisuje funkcja produkcji $Y = F(X)$, natomiast takie relacje w obserwowanych, niekoniecznie efektywnych, układach mają postać $Y = \theta F(X)$, gdzie parametr θ ($0 \leq \theta \leq 1$) stanowi swoistą miarę efektywności: przypadek $\theta = 1$ oznacza pełną efektywność, $\theta = 0$ - całkowity jej brak.

¹ W analizach efektywności procesów wytwarzania w skali całych gospodarek zwykle analizowane są średnie produktywności poszczególnych czynników produkcji wyrażone wielkością produkcji do wielkości wykorzystanych czynników (Debreu i Farrell). W innych przypadkach - np. analizach mezo- lub mikroekonomicznych zwykle bierze się pod uwagę wielkości stosownie zdefiniowanych efektów i poniesionych nakładów [6].

² Wydaje się, ttttże istnieją pewne przesłanki świadczące, iż z dobrą dokładnością produkcja sektora transportu (towarowego) jest funkcją produktu krajowego brutto (por. np. [3]).

W skali makro, gdy badanymi jednostkami są gospodarki krajów czy regionów, precyzyjna identyfikacja funkcji F jest w praktyce co najmniej trudna, jeśli w ogóle możliwa. Proces ten *ex definitione* wymaga bowiem dekompozycji procesów produkcyjnych aż do poziomu mikroskali i szczegółowej analizy poszczególnych etapów procesów wytwarzania. Jednym z rozwiązań jest nałożenie bardziej restrykcyjnych wymogów na procesy transferu czynników produkcji.

Analiza efektywności układu gospodarczego charakteryzująca się wielkościami nakładów X opiera się na porównaniu wielkości jego produkcji z potencjalnie możliwą do wyznaczenia przy nakładach nie przekraczających dostępnych w analizowanym układzie. Jeśli więc dopuścić transfer technologii i czynników produkcji w ilościach ΔX_i ($i \in I$) badanych jednostek³, to nakłady $\sum_{i \in I} \Delta X_i$ generują wielkość łączną wielkość produkcji $Y = \sum_{i \in I} F_i(\Delta X_i)$. Wyznaczenie maksymalnej efektywności produkcji przy zadanych nakładach X wymaga wyznaczenia maksymalnej wielkości produkcji,

$$\sum_{i \in I} F_i(\Delta X_i), \quad (1)$$

przy założeniu, że (ΔX_i) jest dopuszczalnym transferem technologii. Ten ostatni warunek oznacza w szczególności nieprzekroczenie nakładów, $\sum_{i \in I} \Delta X_i \leq X$, nieujemność $\Delta X_i \geq 0$, ewentualnie spełnienie dodatkowych warunków podyktowanych specyfiką konkretnego problemu.

Jeśli dopuścić transfery w stałych proporcjach ($\Delta X_i = \lambda_i X_i$ dla nieujemnych wartości λ_i) oraz przyjąć założenie o stałych efektach skali (tj. λ -krotna zmiana nakładów czynników produkcji prowadzi do λ -krotnej zmiany wielkości produkcji dla $\lambda \geq 0$), otrzymujemy klasyczną wersję metody DEA, która pozwala wskazać jednostki efektywne bez odwoływania się do konkretnej postaci funkcji produkcji (jedynym czynionym założeniem jest, iż jest funkcją rosnącą i jednorodną stopnia 1). W takim przypadku nakłady $X = \sum_{i \in I} \lambda_i X_i$ generują wielkość produkcji

$$Y = \sum_{i \in I} \theta_i F(\lambda_i X_i) = \sum_{i \in I} \lambda_i Y_i.$$

Tym samym, wyznaczenie tej maksymalnej produkcji wymaga rozwiązania następującego zadania:

$$\max \left\{ \sum_{i \in I} \lambda_i Y_i : \sum_{i \in I} \lambda_i X_i \leq X, \lambda_i \geq 0 \ (i \in I) \right\} \quad (2)$$

Rozwiązanie szeregu powyższych zadań definiuje granicę technologiczną, czyli zbiór nakładów i potencjalnie najlepszych wyników, które mogą zostać osiągnięte:

$$\left\{ (X, \sum_{i \in I} \lambda_i^*(X) Y_i) \in R^{n+1} : X \in R_+^n \right\}, \quad (3)$$

gdzie $(\lambda_i^*(X))$ jest rozwiązaniem zadania (2), zaś n jest liczbą czynników produkcji. Ta część procedury stanowi klasyczną kwintesencję metody DEA i ma charakter nieparametryczny. Założenie o stałych korzyściach skali pozwala, niezależnie od konkretnej postaci (jednorodnej) funkcji produkcji, sprowadzić analizę efektywności produkcji do rozwiązania ciągu zadań programowania liniowego. Zadania te mają tę samą postać niezależnie od konkretnej postaci (jednorodnej) funkcji produkcji.

1.2. Analiza pozycji wyróżnionego sektora

Sformułujemy obecnie kilka uwag odnoszących się do analizy pozycji zajmowanej w gospodarce przez jej określoną część, roboczo zwaną dalej *sektorem*. Może on być w zasadzie dowolnie zdefiniowany – przykładowo może obejmować sferę przewozów towarowych albo pasażerskich w skali kraju czy regionu.

Klasyczna analiza efektywności sektora także wymaga zestawienia i porównań efektów (produkcji) i towarzyszących im nakładów. Te pierwsze mogą być zależne nie tylko od poniesionych nakładów w obrębie sektora, ale także na przykład nakładów ogółem i pośrednio produkcji globalnej. Proponowany sposób analizy pozycji wydzielonego sektora wykorzystuje pewne elementy metody DEA. W przeciwieństwie do niej, ma jednak charakter parametryczny z uwagi na postulowaną funkcyjną zależność produkcji sektora od nakładów globalnych i sektorowych.

Założymy, że w każdej analizowanej jednostce ($i \in I$) produkcja, T_i , wydzielonego w niej sektora zależy od wielkości nakładów ogółem X_i i nakładów sektorowych x_i :

$$T_i = T_i(X_i, x_i). \quad (4)$$

W tym miejscu wypada dodać, iż szczególnym przypadkiem (4) jest zależność, w której produkcja sektora zależy od produkcji globalnej. Ponadto, szacowania zależności (4) przeprowadzone wykonane dla sektora przewozów towarowych w różnych krajach europejskich sugerują, że T_i nie jest funkcją jednorodną globalnych nakładów ([3])⁴. Tym samym formuły (2,3) powinny zostać odpowiednio zmodyfikowane.

Pozycję sektora może być określona udziałem produkcji tego sektora w produkcji jednostki (gospodarki), której jest on częścią. Kategoria ta definiuje nie tylko pozycję wspomnianego sektora, ale poprzez porównania przeprowadzone dla różnych jednostek (gospodarek) stanowi jedną z miar efektywności funkcjonowania analizowanych sektorów. W najprostszym przypadku można postulować, by udział produkcji sektora w produkcji ogółem jednostki był możliwie najmniejszy, ewentualnie największy, w innym przypadku należał do określonego zakresu. Dalej zajmiemy się pierwszym przypadkiem, co z teoretycznego punktu widzenia nie prowadzi do zmniejszenia ogólności rozważań.

Jeśli, wzorem metody DEA, dopuścić transfer technologii i czynników produkcji w ilościach ΔX_i , Δx_i (globalnych i sektorowych, $i \in I$), to nakłady $\sum_{i \in I} \Delta X_i$ oraz $\sum_{i \in I} \Delta x_i$ skutkowałyby łączną wielkością produkcji $Y = \sum_{i \in I} F_i(\Delta X_i)$ oraz produkcji sektorowej $T = \sum_{i \in I} T_i(\Delta X_i, \Delta x_i)$.

Pozycję sektora jako części gospodarki scharakteryzowanych wielkościami: nakładów globalnych X , sektorowych x oraz produkcją globalną Y , określa w rozważanym przypadku rozwiązanie zadania

$$\min \sum_{i \in I} T_i(\Delta_i X_i, \Delta_i x_i) \left(\sum_{i \in I} F_i(\Delta_i X_i), \right.$$

przy warunkach gwarantujących odpowiedni poziom produkcji i jednocześnie nieprzekroczenie zasobów:

³Rzecz jasna chodzi tu tylko o hipotetyczny, nie znajdujący odzwierciedlenia w realiach, proces na użytek sformułowania stosownego kryterium efektywności.

⁴W przypadku rynku przewozów towarowych, wzrost wartości produkcji globalnej skutkuje zwykle wolniejszym niż liniowy wzrostem wielkości przewozów towarowych.

$$\begin{aligned} \sum_{i \in I} F_i(\Delta_i X_i) &\geq Y \\ \sum_{i \in I} \Delta X_i &\leq X, \\ \sum_{i \in I} \Delta x_i &\leq x, \\ \Delta X_i &\geq 0, \quad \Delta x_i \geq 0 \quad (i \in I). \end{aligned}$$

Odpowiednikiem tego zadania w przypadku, gdy dopuszczalne są jedynie proporcjonalne transfery środków produkcji, jest zadanie o mniejszej liczbie zmiennych decyzyjnych:

$$\min \sum_{i \in I} T_i(\lambda_i X_i, \lambda_i x_i) \cdot \left(\sum_{i \in I} \lambda_i Y_i \right)^{-1}, \quad (5)$$

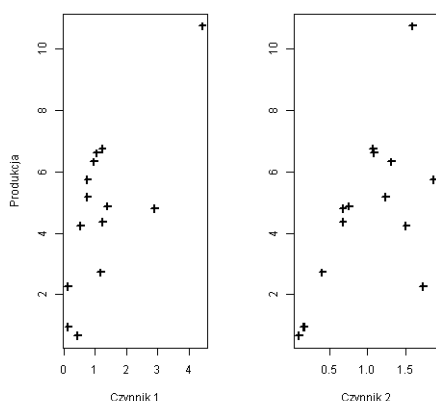
przy warunkach:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in I} \lambda_i Y_i &\geq Y, \\ \sum_{i \in I} \lambda_i X_i &\leq X, \\ \sum_{i \in I} \lambda_i x_i &\leq x, \\ \lambda_i &\geq 0 \quad (i \in I). \end{aligned} \quad (6)$$

Optymalna wartość funkcji celu tego zadania jest funkcją nakładów i produkcji globalnej X, x, Y . Zadanie (5,6) może zostać wykorzystane zarówno do zbadania pozycji konkretnego sektora, ale także do oszacowania sektorowego odpowiednika granicy technologicznej (3). Ten ostatni może być zdefiniowany jako wykres optymalnej wartości funkcji celu tego zadania.

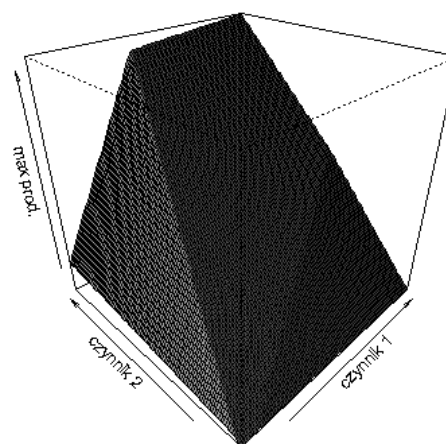
2. PRZYKŁAD

Zilustrujemy powyższe rozważania wykorzystując dane o hipotetycznych jednostkach gospodarczych. Rozważać będziemy 15 jednostek, których produkcja zależy od dwóch czynników. Dane o ilości tych czynników oraz wielkości produkcji w badanych jednostkach obrazuje rysunek 1.

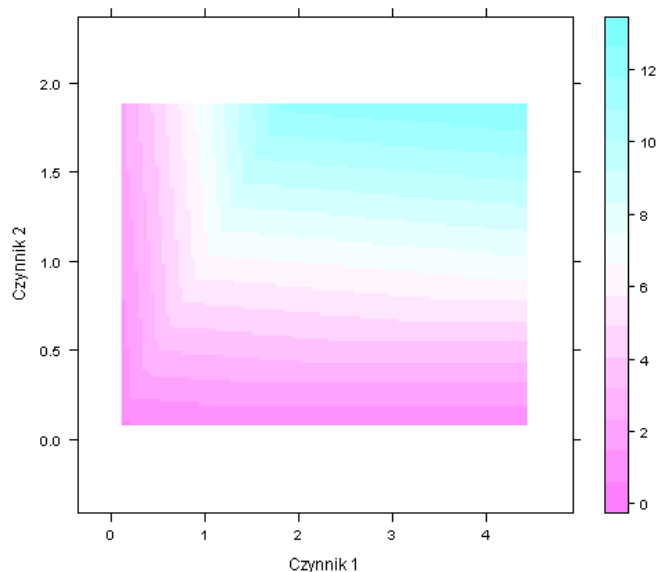


Rys. 1. Zależność wielkości produkcji ogółem od obu nakładów

Założenie, iż funkcje produkcji są jednorodne pozwala oszacować granicę efektywną. Jest ona wyznaczona przez rozwiązanie zadań fcelu-1. Rezultaty pokazano na rysunku Produkcja_z_czynnik1.png ograniczając się do obserwowanych w badanych jednostkach zakresów zmienności obu czynników produkcji.



Rys. 2. Granica technologiczna oszacowana na podstawie danych o wielkości nakładów i wyników dla badanych 15 jednostek. Zakresy obu czynników zostały ograniczone obserwowanych wśród badanych jednostek, tj. do przedziałów [0.14, 4.42], [0.09, 1.87] odpowiednio dla pierwszego oraz drugiego czynnika



Rys. 3. Warstwicę granicy technologicznej oszacowaną na podstawie danych o wielkości nakładów i wyników dla badanych 15 jednostek.

W każdej jednostce wydzielono sektor, którego efektywność mierzona jest udziałem T_i / F_i jego produkcji w produkcji globalnej tej jednostki. Przyjmujemy dalej, że produkcja każdego z sektorów jest zależna jedynie od produkcji globalnej zawierającej ten sektor jednostki. Jeśli produkcja globalna jest dostatecznie mała, produkcja sektora jest zerowa, w innym przypadku -- dla odpowiednio dużej produkcji globalnej (przewyższającej wartość progową określoną m.in. wartością parametru α_{i0} w następującej formule)

produkcja sektorowa zależy potęgowo od produkcji globalnej. Dokładniej rzecz ujmując, zależność taka ma dla $i \in I$ postać:

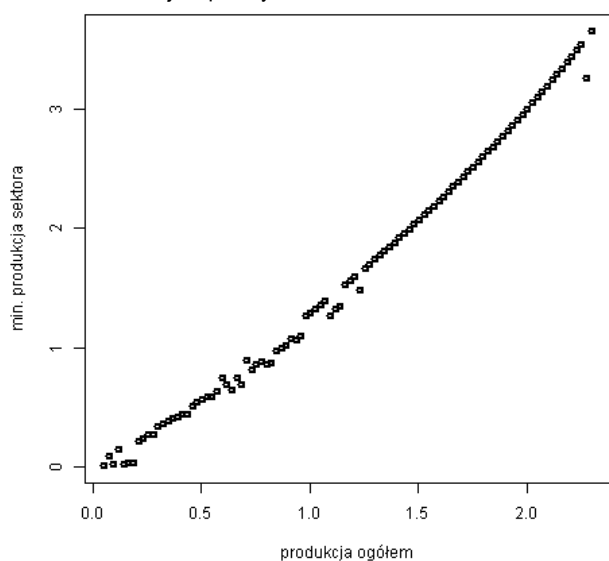
$$T_i = \max(\alpha_{i1} Y_i^{\beta_{i1}} + \alpha_{i2} Y_i^{\beta_{i2}} - \alpha_{i0}, 0) + \varepsilon_i, \quad (7)$$

gdzie $\alpha_{i,1}, \dots, \beta_{i,2}$ są nieujemnymi stałymi, losowe szumy ε_i ($i \in I$) są niezależne i mają rozkłady normalne. Przyjęte wartości parametrów zawiera tablica 1. Wartości (7) są wyrażone w jednostkach specyficznych dla produkcji rozpatrywanego sektora (np. tonokilometrach); produkcja Y jest wyrażona w ujęciu wartościowym.

Tab.1. Wartości parametrów modeli (**Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.**). Indeks i numeruje badane jednostki

i	α_{i0}	α_{i1}	α_{i2}	β_{i1}	β_{i2}
1	0.82	2.64	0.91	2.72	0.68
2	1.05	1.84	5.80	0.63	0.97
3	0.97	4.53	0.87	1.07	0.70
4	1.43	1.09	0.89	1.34	0.01
5	1.05	27.39	0.50	2.72	0.54
6	1.14	1.75	0.80	1.17	0.84
7	0.79	5.84	1.20	1.55	0.81
8	1.33	3.53	1.52	0.38	0.08
9	0.72	5.89	2.90	0.09	0.24
10	0.87	1.20	2.64	2.32	0.97
11	1.04	1.75	0.90	0.98	0.04
12	1.04	1.32	4.07	1.17	0.92
13	0.92	3.42	0.17	0.12	0.73
14	1.34	0.85	1.86	1.08	0.20
15	1.05	3.48	0.59	1.71	0.84

Oszacowanie położenia sektorowej granicy technologicznej wymaga rozwiązania continuum nieliniowych zadań (5,6). Zadania te rozwiązano dla wartości produkcji w 15 badanych jednostkach i interpolowano na przedział $[0.05, 2.30]$. Rezultaty pokazano na rys. 4. Rzecz jasna, oszacowania granicy można dokonać również dla zakresu obejmującego wartości większe od 2.30, jednak w takim przypadku, z uwagi na fakt, iż wartości takie nie są one wykazywane w żadnej z badanych jednostek, wynik obliczeń może być znacznie bardziej niepewny.



Rys. 4. Oszacowanie granicy technologicznej wyróżnionego sektora

UWAGI KOŃCOWE

Oszacowania położenia granicy efektywności mogą zostać wykorzystane w badaniach porównawczych, mianowicie w tych, w których przedmiotem rozważań jest relacja całej gospodarki i jej wyróżnionego sektora. Rozwiązanie szeregu zadań (5,6) pozwala - tym dokładniej, im większy jest zbiór analizowanych układów - oszacować pozycje wyróżnionego sektora w badanych gospodarce, przy okazji tworząc stosowny ich ranking. Tego typu obliczenia mogą więc pośrednio, zwłaszcza w przypadku niepełnych "twardych" danych o wielkości nakładów i wyników, posłużyć do sformułowania wstępnych wniosków na temat efektywności sektora. Badania takie, powtarzane w różnych okresach, pozwalają na prześledzenie zmian pozycji badanego sektora i określenie w jakim stopniu wynikają one ze zwiększenia efektywności jego lub całej gospodarki, w jakim zaś zmiany te wynikają ze zwykłej akumulacji czynników produkcji. Wydaje się, iż proponowana procedura może zostać zastosowana w zasadzie do dowolnego sektora gospodarki niezależnie od jego wielkości; jedynym ograniczeniem jest dobrze ukształtowana (np. przy zastosowaniu narzędzi ekonometrycznych) zależność wyników tego sektora od produktu globalnego.

BIBLIOGRAFIA

1. A. Basso, S. Funari. A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. *European Journal of Operational Research*, 135:477-492, 2001.
2. A. Charnes, W.W. Cooper, E. Rhodes. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 3:429-444., 1978.
3. S. Dorosiewicz Koniunktura w transporcie. *Metodyka badań, wyniki, modele*. Instytut Transportu Samochodowego, 2013.
4. D. Galagedera, P. Silvapulle. An Australian mutual fund performance appraisal using data envelopment analysis. *Managerial Finance*, 9:60-73, 2002.
5. L.J. Kao, Ch.J. Lu, Ch.Ch. Chiu. Efficiency measurement using independent component analysis and data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, nr 210, 2011.
6. G. Kozuń-Cieślak. Wykorzystanie metody DEA do oceny efektywności w usługach sektora publicznego. *Wiadomości Statystyczne*, 3, 2011.
7. B. Murthi, Y. Choi, P. Desai. Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 98:408-418, 1997.
8. A. Prędko. Analiza efektywności za pomocą metody DEA: podstawy formalne i ilustracja ekonomiczna. *Przegląd Statystyczny*, 1:87-100, 2003.
9. Y.B. Yun, H. Nakayama, T. Tanino. A generalized model for data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 157:87-105, 2004.
10. A. Zamojska. Zastosowanie metody DEA w ocenie efektywności zarządzania portfelem funduszu. *Taksonomia*, 13:112-120, 2006.

SOME REMARKS ON ESTIMATING THE EFFICIENCY FRONTIER OF TRANSPORT SYSTEMS

Abstract

The paper describes a modification of the main procedure of Data Envelopment Analysis (DEA), which may be used to measure the technological efficiency of the economic sectors (eg. freight transport). The degree of efficiency of the sector is determined by its position in relation to the sector's technology frontier (STF). The paper contains one of the possible definition of STF and a method of its estimating on the basis of information from real functioning economies.

Autor:

prof. dr hab. **Sławomir Dorosiewicz**

Szkoła Główna Handlowa oraz Instytut Transportu Samochodowego