



ANALIZA ROZWIĄZAŃ ALGORYTMÓW ESTYMACJI ORIENTACJI PRZESTRZENNEJ

ANALYSIS OF SOLUTIONS FOR SPACE ORIENTATION ESTIMATION ALGORITHMS

Szymon ELERT, *elerts@witu.mil.pl*, ORCID:0000-0003-2491-650X

Dariusz SOKOŁOWSKI, *sokolowskid@witu.mil.pl*, ORCID: 0000-0002-8161-6952

Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, ul. Pr. St. Wyszyńskiego 7, 05-220 Zielonka
Military Institute of Armament Technology, 7 Wyszyńskiego St., 05-220 Zielonka, Poland

Krzysztof FALKOWSKI, ORCID:0000-0002-0279-3791

Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa 46
Military University of Technology, 2 Gen. Sylwestra Kaliskiego St., 00 - 908 Warsaw 46

DOI 10.5604/01.3001.0016.3026

Streszczenie. W artykule przedstawiono dostępne rozwiązania algorytmów estymacji orientacji obiektu w przestrzeni, które potencjalnie mogą zostać wykorzystane do określenia kątów orientacji obiektu o dużej dynamice. Opisane zostały cztery metody, które obecnie są najczęściej spotykane w systemach, gdzie wymagana jest informacja o kątach orientacji przestrzennej. Na wstępie opisano podstawowe czujniki wykorzystywane do wyznaczania kątów orientacji, a więc akcelerometr, giroskop oraz magnetometr. W kolejnym rozdziale pokazana została metodyka każdego z algorytmów w celu ukazania różnic pomiędzy nimi. Na tej podstawie możliwa jest ocena, który algorytm będzie bardziej odpowiedni do określenia kątów orientacji wybranego przez nas obiektu. W drugiej części pracy w oparciu o przeprowadzoną analizę rozwiązań dokonano porównania wyników z przeprowadzonego eksperymentu wykorzystując jednostkę pomiarową składającą się z triady akcelerometrów, giroskopów oraz magnetometrów. Wyniki przedstawiono w postaci wykresów dla każdego z trzech kątów: pochylenia, przechylenia i odchylenia.

Słowa kluczowe: estymacja orientacji, fuzja czujników, czujniki inercjalne, symulacja komputerowa

Abstract: The paper presents available solutions of object's space orientation estimation algorithms which could be used for determination of orientation angles for objects with high dynamics. There were described four methods which are most often used now in the systems requiring information on the space orientation angles. First, some basic sensors used for identification of orientation angles were presented, including accelerometer, gyroscope, and magnetometer. In the next chapter, the methodology of each algorithms was shown to illustrate differences between them. On this ground the evaluation can be made for selecting the best algorithm for determination of orientation angles for specific object. In the second part of the paper the results of carried out experiment with an measurement unit consisting of a triad of accelerometers, gyroscopes, and magnetometers were compared basing on the performed analysis. The results were presented in the form of graphs for each angle of: pitch, roll, and yaw.

Keywords: estimation of orientation, fusion of sensors, inertial sensors, computer simulation

1. Wprowadzenie

Precyzyjne oszacowanie orientacji odgrywa kluczową rolę między innymi w lotnictwie, robotyce czy technologii wykorzystywanej do leczenia rehabilitacyjnego. W pracy skupiono się na przeglądzie rozwiązań, które znajdują swoje zastosowanie w technice wojskowej. Przykładem wykorzystania są rakiety, które ze względu na dużą dynamikę oraz specyficzne środowisko pracy wymagają aby przetwarzane informacje na ich pokładzie zwłaszcza danych nawigacyjnych były dokładne. Oszacowanie orientacji rakiety wymaga wykorzystania odpowiedniego algorytmu opartego na danych mierzonych z czujników o możliwie niskim stopniu zaszumienia, tak aby powstający błąd podczas obliczeń nie narastał w czasie.

W pierwszej części pracy opisano model matematyczny każdego z czujników mierzących dane, które wykorzystywane są do estymacji orientacji a więc giroskopu, akcelerometru oraz magnetometru. Każdy z tych sensorów mierzy inne wielkości, dzięki temu ich fuzja umożliwia otrzymanie bardziej dokładnych wyników niż miałyby pochodzić z jednego źródła pomiarowego. W rozdziale tym zapisało poszczególne równania uwzględniające układ odniesienia, w jakim dany sensor dokonuje pomiarów, jego szumy oraz wartości odchyleń pomiarowych.

Następnie opisano metody wyznaczania orientacji w przestrzeni, które znajdują zastosowanie w raketach. W związku z tym skupiono się na czterech podstawowych metodach. Pierwszą z nich jest metoda rozszerzonego filtra Kalmana, która na podstawie dwóch kroków predykcji i korekcji dokonuje estymacji kątów orientacji przestrzennej obiektu. Metodę tą opisano w wielu artykułach [1,2,13,14], dzięki czemu jest powszechnie dostępna a poziom trudności zależy od tego jak użytkownik rozbuduje równanie, które może zawierać

1. Introduction

Precise estimation of orientation has a key meaning among others in aviation, robotics, or in technology used at rehabilitating medicine. The paper deals with a review of solutions applied in the military technology. Missiles belong to exemplary application as due to their high dynamics and specific environment of operation they require the accurate onboard processing of information, and especially the navigation data. Estimation of missile's orientation requires the use of a suitable algorithm based on measurement data from sensors with possibly low level of noise to prevent the increase of calculating error along the time.

In the first part of the paper mathematical models of each of the sensors measuring the data used for estimation of orientation, i.e. gyroscope, accelerometer, and magnetometer, are described. Each of these sensors can measure different parameters and their fusion provides more accurate results than received from one source of measurements. The chapter presents specific equations considering the reference system in which particular sensor performs the measurements, and its noise, and values of measurement deviations.

Next, the methods identifying the space orientation, which can be used in missiles, are described. For this reason four basic methods are presented. The first of them is a method of Kalman's extended filter which performs estimation of object space orientation angles on the basis of two steps of prediction and correction. The method was presented in many publications [1,2,13,14] and it is widely available, and the level of difficulty depends on how the user extends the equation which can contain many parameters and variables.

wiele parametrów i zmiennych.

Bardziej powszechną oraz łatwiejszą ze względu na mniejszą ilość obliczeń jest filtr komplementarny, który został opisany w dwóch wariantach: pierwszym podstawowym jako liniowy [3] oraz zaprezentowany przez Parag Narkhede filtr dla nieliniowych rozwiązań z możliwością fuzji z filtrem Kalmana opisanym szerzej w jego pracy [4]. Trzecią metodą opisaną w pracy jest wykorzystanie filtru Madgwicka, którego regulacja odbywa się poprzez zmianę jednego parametru. Jest powszechnie stosowany, łatwo implementowany na systemy wbudowane, które wykorzystywane są chociażby w dronach [5,9]. Ostatnim algorytmem jest opisany przez Roberta Mahony filtr komplementarny zmodyfikowany o funkcje obserwatora błędu [7]. Wszystkie te metody mają pewne zalety jak i wady, dobór jednej z nich może nie wystarczyć do uzyskania pożądanych wyników. W podsumowaniu dokonano porównania metod opisanych w pracy oraz innych, które w połączeniu mogą stworzyć system o dużej klasie dokładności szacowania orientacji w przestrzeni. Należy pamiętać, że w pracy były brane pod uwagę rozwiązania najbardziej optymalnie do rakiety a więc obiektu, który w trakcie lotu generuje wysokie przeciążenia i prędkości kątowe.

Kryteria te powodują, iż jedno rozwiązanie niekoniecznie będzie odpowiednie do pełnego zakresu lotu.

2. Model matematyczny sensorów

W tym rozdziale opisano metody stosowane do wyznaczania orientacji w przestrzeni wykorzystując układ składający się inercyjnej jednostki pomiarowej IMU (ang. Inertial measurement unit) oraz magnetometru. Na podstawie tych trzech typów sensorów przyspieszeniomierza, giroskopu oraz magnetometru możliwe jest wyznaczenie orientacji w prze-

A method which is more commonly used and is easier due to lower amount of calculations employs a complementary filter which was described in two options: the first, basic one, as the linear one [3], and a filter presented by Parag for nonlinear solutions with possibilities of fusion with Kalman filter described wider in his work [4]. Third method presented in the paper employs Madgwick's filter which is regulated by the change of one parameter. It is commonly used and can be easily implemented into embedded systems which are used for instance in drones [5,9]. Complementary filter modified by functions of error's observer, described by Robert Mahony, is the last algorithm [7]. All these methods have some advantages and drawbacks as well, and selection of one of them may be insufficient to get desired results. In the summary the methods described in the paper and another ones were compared, and they can be combined to create a system estimating with high accuracy the space orientation. It has to be remembered that in the paper solutions were studied which are most optimal for the missile which is the object that generates high overloads and angular velocities during the flight.

These criteria are the reason for which a specific solution is not necessarily suitable for the whole flight path.

2. Sensors Mathematical Model

The chapter describes methods used for establishing the space orientation by using a system consisting of an inertial measurement unit (IMU) and magnetometer. Identification of space orientation can be done by using three types of sensors – accelerometer, gyroscope, and magnetometer – and suitable mathematical operations.

strzeni poprzez odpowiednie operacje matematyczne. Zakładając, że rozpatrywany układ pomiarowy składa się z triady przyspieszeniometry, triady giroskopów oraz triady magnetometrów, układ taki powszechnie określany jest skrótem MARG (ang. Magnetic, Angular Rate and Gravity) [14,15].

Model giroskopu przedstawia się następująco:

$$\omega = \hat{\omega} + b_g + e_g \quad (1)$$

gdzie:

ω – mierzona prędkość kątowna z giroskopu,
 $\hat{\omega}$ – rzeczywista prędkość kątowna, bez szumów pomiarowych,
 b_g – dryf giroskopu zmieniający się wraz z czasem oraz innymi czynnikami takimi jak temperatura,
 e_g – biały szum czujnika.

W modelu pomiarowym akcelerometru wykorzystywane są wartości przyspieszeń. Ponieważ wektor grawitacji w układzie współrzędnych związanych z Ziemią (NED ang. North-East-Down) [14] jest znany, możliwe jest przekształcenie równania (2) tak aby określić rzeczywiste przyspieszenie obiektu. Model pomiarowy jest opisany poniżej.

$$a_s = C_b^n(a - g) + b_a + e_a \quad (2)$$

gdzie:

a_s – mierzona wartość składowych przyspieszenia przez akcelerometr,
 C_b^n – macierz rotacji z układu współrzędnych związanych z Ziemią do układu związanego z sensorem,
 a – rzeczywiste przyspieszenia obiektu,
 g – natężenia pola grawitacyjnego Ziemi,
 b_a – bias akcelerometru,
 e_a – biały szum czujnika.

Magnetometr jest modelowany w podobny sposób jak akcelerometr. Wykorzystuje się informację, że znane jest pole magnetyczne w danej pozycji w układzie

Assuming that the considered measurement system consists of a triad of accelerometers, triplet of gyroscopes, and triplet of magnetometers it can be designated by commonly used abbreviation MARG (Magnetic, Angular Rate and Gravity) [14,15].

Model of gyroscope is presented below:

where:

ω – measured angular velocity of gyroscope,
 $\hat{\omega}$ – real angular velocity without measurement noise,
 b_g – drift of gyroscope changing with the time and other factors such as temperature,
 e_g – sensor's white noise.

The measurement model of accelerometer employs the values of accelerations. As the vector of gravitation in the system of coordinates connected with the Earth (NED - North-East-Down) [14] is known, the equation (2) can be transformed to get the real acceleration of object. The measurement model is described below.

where:

a_s – the value of acceleration components measured by accelerometer,
 C_b^n – rotation matrix from the system of coordinates fixed with the Earth to the system fixed with the sensor,
 a – specific accelerations of the object,
 g – the Earth gravitation field intensities,
 b_a – accelerometer bias,
 e_a – sensor's white noise.

Magnetometer is modelled in similar way as the accelerometer. It uses the information that the magnetic field at specific position is known in NED system of coordi-

współrzędnych NED informacje te można transformować do układu współrzędnych związanego z sensorem sensora w celu porównania z mierzonym polem. Model pomiarowy przedstawiono poniżej.

nates, and it can be transformed into the system of coordinates connected with a sensor of the sensor in order to compare it with the measured field. The measurement model is presented below.

$$m_s = C_b^n m_n + e_m \quad (3)$$

gdzie:

m_n – mierzone pole magnetyczne,
 C_b^n – macierz rotacji z układu współrzędnych związanych z Ziemią do układu sensora,
 m_n – pole magnetyczne w układzie NED,
 e_m – biały szum czujnika.

where:

m_n – measured magnetic field,
 C_b^n – matrix of rotation from the system of coordinates fixed with the Earth to the sensor system,
 m_n – magnetic field in coordinate NED,
 e_m – white noise of the sensor.

3. Przegląd rozwiązań wyznaczania orientacji przestrzennej obiektu

3. Review of Solutions for Identification of Object Space Orientation

3.1. Metoda Rozszerzonego Filtru Kalmana

3.1. Method of Kalman Extended Filter

Rozszerzony Filtr Kalmana jest jednym z najczęściej wykorzystywanych algorytmów. Posiada wiele zastosowań dzięki jego uniwersalności, między innymi może zostać użyty do określenia orientacji w przestrzeni na podstawie danych z IMU oraz opcjonalnie z magnetometru [2,15]. Filtr Kalmana jest optymalnym estymatorem stanu układu dynamicznego, przy założeniach, które są niezbędne (choć często pomijane), aby filtr działał tak jak należy. Zasady te opisano poniżej [11]:

Kalman extended filter is one of most often used algorithms. It has many applications due to its universality, and it can be used among others for determination of space orientation basing on data from IMU, and optionally from magnetometer [2,15]. Kalman filter is an optimal estimator of the dynamic system state, after accepting some necessary assumptions, which are often neglected, to its proper operation. These principles are described below [11]:

- znane są równania różnicowe liniowe opisujące właściwości układu (dla tradycyjnego filtru) lub równania różnicowe nieliniowych (rozszerzony filtr Kalmana),
- wejścia i wyjścia układu są dostępne pomiarowo,
- zakłócenia oddziałujące na stan układu oraz szумы pomiarowe mają rozkład normalny o wartości oczekiwanej równej 0 i znanych wariancjach.
- wektory w , v oraz x (opisane poniżej) są wzajemnie niezależne.

- Differential linear equations describing properties of a system (for conventional filter), or differential non-linear equations (Kalman extended filter), are known,
- Inputs and outputs of the system are available for measurements,
- Interferences affecting the state of the system and the measurement noises have a normal distribution with the expected value equal to zero and known variances.
- Vectors w , v and x (described below) are mutually independent.

Stan układu charakteryzuje się posiadaniem informacji na temat systemu, a więc jego historią aż do chwili obecnej. Dzięki tym informacjom można go określić zmiennymi dynamicznymi, jednakże każde zmienne mogą być obciążone szumem, który generuje pewien stopień niepewności. Chwilowy stan systemu jest reprezentowany przez wektor modelu dyskretnego. Do opisu można użyć modeli liniowych, które wyrażane są następująco:

State of the system is characterised by possession of information about it, what refers to its history until the present time. Such information can be used to describe it by dynamic variables, but every variable can be burdened by the noise generating a level of uncertainty. Instantaneous state of the system is represented by a vector of discrete model. Linear models which may be used for description can be expressed in following way:

$$x_t = Fx_{t-1} + w_x \quad (4)$$

$$z_t = Hx_t + w_z \quad (5)$$

gdzie:

- x_t – to stan układu w czasie t
- z_t – pomiary w czasie t
- $w_x \sim N(0, Q_t)$ – szum procesu w czasie t
- $w_z \sim N(0, R_t)$ – szum pomiarowy w czasie t
- F – macierz stanu
- H – macierz pomiarowa

Algorytm filtru Kalmana można podzielić na dwa kroki:

- krok predykcyjny wykonujący predykcję stanu oraz kowariancji w chwili t na podstawie estymaty stanu i sterowania z chwili poprzedniej $t-1$:

$$\hat{x}_t = Fx_{t-1} + Bu_t \quad (6)$$

$$\hat{P}_t = F P_{t-1} F^T + Q_t \quad (7)$$

- krok korekty, korygujący estymatę stanu i macierz kowariancji błędu oszacowania stanu na podstawie pomiarów w chwili t :

where:

- x_t – state of the system in moment t
- z_t – measurement in moment t
- $w_x \sim N(0, Q_t)$ – noise of process in time t
- $w_z \sim N(0, R_t)$ – measurement noise at time t
- F – matrix of state
- H – measurement matrix

Algorithm of Kalman filter can be divided into two steps:

- a predictive step performing prediction of the state, and a covariance for the moment of t on the basis of an estimation of the state and the steering from the preceding moment $t-1$:

- a corrective step correcting the estimation of state and the covariance matrix for the state estimation error basing on the measurements in moment t :

$$v_t = z_t - H\hat{x}_t \quad (8)$$

$$S_t = H\hat{P}_t H^T + R \quad (9)$$

$$K_t = \hat{P}_t H^T S_t^{-1} \quad (10)$$

$$x_t = \hat{x}_t + K_t v_t \quad (11)$$

$$P_t = \hat{P}_t - K_t S_t K_t^T \quad (12)$$

gdzie:

\hat{x}_t – jest to ocena stanu a priori przed pomiarem,
 x_{t-} – ocena stanu a posteriori (po pomiarze),
 B – macierz wejścia sygnału sterującego,
 u_t – wektor wejściowy sygnału sterującego określający oczekiwane zachowanie systemu,
 \hat{P}_t – przewidywana macierz kowariancji stanu przed pomiarami z_t ,
 P_t – szacowana macierz kowariancji stanu po pomiarach z_t ,
 H – macierz modelu obserwacyjnego łączącego stan przewidywany z pomiarami,
 v_t – różnica pomiędzy pomiarem w czasie t , a wartością oczekiwaną na podstawie oszacowania stanu a priori,
 S_t – przewidywana kowariancja pomiaru,
 R – macierz kowariancji szumu pomiarowego,
 K_t – wzmacnienie Kalmana informujące w jakim stopniu prognoza powinna zostać skorygowana.

Przewidywany stan \hat{x}_t jest estymowany w pierwszym kroku na podstawie wyliczonego stanu x_{t-1} , a następnie korygowany w następnym kroku w celu uzyskania ostatecznego oszacowania stanu x_t . Podobna sekwencja obliczeń stosowana jest w celu wyznaczenia kowariancji stanu P_t . Warunki początkowe algorytmu równe są średniej wartości oszacowania stanu x_0 i kowariancji P_0 , które definiuje model systemu. Klasyczny filtr Kalmana ma zastosowanie w systemach, których model estymacji stanu oraz model obserwacji są liniowe.

where:

\hat{x}_t – is the state estimated a priori, before the measurement,
 x_{t-} – is the state estimated a posteriori (after the measurement),
 B – input matrix of steering signal,
 u_t – input vector of steering signal describing expected behaviour of the system,
 \hat{P}_t – predicted matrix of the state covariance before measurements z_t ,
 P_t – estimated matrix of the state covariance after measurements z_t ,
 H – matrix of observation model combining the predicted state with the measurements,
 v_t – difference between the measurement in time t , and the value expected on basis of a priori estimation of state,
 S_t – predicted covariance of measurement,
 R – matrix of covariance for the measurement noise,
 K_t – Kalman's amplification informing about the degree in which the prognosis has to be corrected.

Predicted state \hat{x}_t is estimated in the first step on the basis of calculated state x_{t-1} , and is corrected in the next step to get a final estimation of the state x_t . Similar sequence of calculations is used to determine the state covariance P_t . Initial conditions of the algorithm are equal to the average value of state estimation x_0 and covariance P_0 , which are defined by the system's model. Classical Kalman filter is used in systems with linear models of observation and state estimation. Extended Kalman fil-

W rozszerzonym filtrze Kalmana zastosowano linearyzację macierzy kowariancji, którą przeprowadza się przez rozwinięcie funkcji nieliniowych w szereg Taylora. Dla modeli, które są silnie nieliniowe rozwinięcie w szereg pochodnych pierwszego rzędu może być niewystarczające, w takim przypadku zalecane jest zastosowanie filtru z pochodnymi drugiego rzędu, w którym aproksymacja kwadratowa przeprowadzana jest przy wykorzystaniu hessianów zamiast jacobianów jak to ma miejsce w filtrze pierwszego rzędu. Zatem EKF obsługuje nieliniowość, tworząc przybliżenie Gaussa do łącznego rozkładu stanu x i pomiarów z wykorzystując transformacje oparte na szeregach Taylora. Poniżej przedstawiono dwa kroki stosowane w rozszerzonym filtrze Kalmana:

– krok predykcji:

$$\hat{x}_t = f(x_{t-1}, u_t) \quad (13)$$

$$\hat{P}_t = F(x_{t-1}, u_t)P_{t-1}F^T(x_{t-1}, u_t) + Q_t \quad (14)$$

– krok korekty:

$$v_t = z_t - h(x_t) \quad (15)$$

$$S_t = H(x_t)\hat{P}_tH^T(x_t) + R \quad (16)$$

$$K_t = \hat{P}_tH^T(x_t)S_t^{-1} \quad (17)$$

$$x_t = \hat{x}_t + K_tv_t \quad (18)$$

$$P_t = (I_4 - K_tH(x_t))\hat{P}_t \quad (19)$$

gdzie:

f – funkcja nieliniowego modelu dynamicznego,

h – funkcja nieliniowego modelu pomiarowego,

F – macierz Jacobiego funkcji nieliniowej modelu dynamicznego,

H – macierz Jacobiego funkcji nieliniowej modelu pomiarowego,

ter (EKF) employs linearisation of the matrix of covariances performed by developing of nonlinear functions into a Taylor's series. For highly nonlinear models the development into a series of derivatives of the first order may be insufficient, and in such case it is recommended to use the filter with derivatives of the second order where the square approximation is performed by employing the Hessians instead of Jacobians, as it takes place in the first order filter. Then, the EKF deals with nonlinearity by creating a Gauss approximation for combined distribution of state “ x ” and measurements “ z ” and performing transformations based on Taylor's series. Below, two steps used in the extended Kalman filter are presented:

– prediction step:

– correction step:

where:

f – nonlinear function of a dynamic model,

h – function of nonlinear measurement model,

F – Jacobi matrix of nonlinear function of dynamic model,

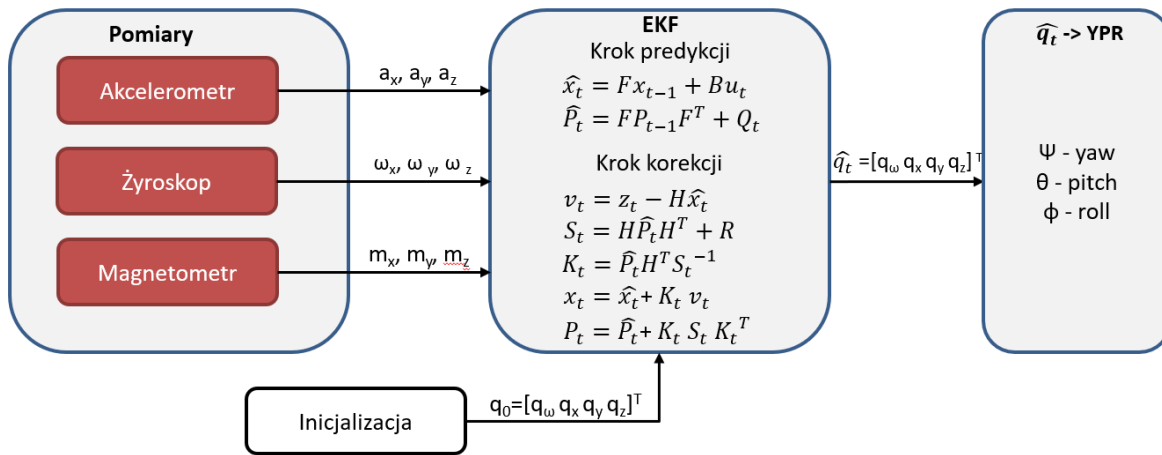
H – Jacobi matrix of nonlinear function of measurement model,

$$F(x_{t-1}, u_t) = \frac{\delta f(x_{t-1}, u_t)}{\delta x} \quad (20)$$

$$H(x_t) = \frac{\delta h(x_t)}{\delta x} \quad (21)$$

Macierze F_{t-1} oraz H_t z liniowego filtra Kalmana są zastępowane macierzami Jacobianu $F(x_{t-1}, u_t)$ i $H(x_t)$. Schemat działania rozszerzonego filtra Kalmana przedstawiono poniżej.

Matrixes F_{t-1} and H_t from the Kalman linear filter are replaced by the matrixes of Jacobian $F(x_{t-1}, u_t)$ and $H(x_t)$. Schematic operation of extended Kalman filter is presented below.



Rys. 1. Schemat działania filtra Kalmana dla algorytmu AHRS
Fig. 1. Scheme of operation of Kalman filter for algorithm AHRS

3.2. Filtr komplementarny

Filtr komplementarny (inaczej zwany uzupełniającym) jest znacznie bardziej uproszczony obliczeniowo w stosunku do rozszerzonego filtra Kalmana opisanego powyżej. W związku z tym otrzymywane wyniki często obciążone są pewnym błędem, który utrudnia dokładną estymację kątów orientacji. Pomimo tego jego zastosowanie jest powszechne. Celem tej metody jest wzajemne uzupełnianie danych, następuje integracja danych pochodzących z różnych czujników pomiarowych, umożliwiając tym samym zmniejszenie odczytu szumu, który jest częścią przesyłanych informacji przez dany czujnik. W związku z tym istotne jest aby integrowane ze sobą sensory

3.2. Complementary Filter

Complementary filter is significantly simpler in calculations than the extended Kalman filter described above. In connection to it, the received results are often burdened by an error jeopardising accurate estimation of orientation angles. Despite that it is commonly used. The method is focused on mutual complementation of data to integrate data originating from different measurement sensors, what reduces the levels of noise which is a part of information sent by a specific sensor. Regarding this, it is essential that mutually integrated sensors have different frequency patterns of measurement errors. Data re-

posiadały odmienne charakterystyki częstotliwościowe błędów pomiarowych. W pracy wykorzystane zostaną dane z czujników żyroskopu, akcelerometru i magnetometru, które umożliwiają wyznaczenie kątów orientacji przestrzennej.

W przypadku pomiarów z akcelerometru i magnetometru do usunięcia szumów z sygnału zastosowano filtr dolnoprzepustowy (ang. LPF – Low Pass Filter). W celu usunięcia dryfu z giroskopu wykorzystano filtr górnoprzepustowy (ang. HPF – High Pass Filter). Wynikiem obliczeń z wykorzystaniem filtru komplementarnego będą estymowane wartości kątów orientacji. Każda wartość kąta jest efektem przetworzonych wcześniej dwóch wartości pochodzących z różnych źródeł pomiarowych, pierwszego: akcelerometru i magnetometru oraz drugiego: giroskopu. Pierwsze źródło pomiarowe zawiera informacje z dwóch różnych sensorów, kąty pochylenia i przechylenia wyznaczane są w oparciu o pomiar przyspieszenia z akcelerometru w trzech osiach, natomiast kąt przechylenia wyznaczany jest w oparciu o pomiar wektora pola magnetycznego.

Schemat podstawowego liniowego filtru komplementarnego zamieszczono na rysunku.2. Schemat ten przedstawia estymację kątów orientacji, którą można wyrazić za pomocą poniższych równań [3,4]:

$$\hat{x}_{t_komp} = \alpha \left(\int \dot{x}_g dt \right) + (1 - \alpha) x_{am} \quad (22)$$

gdzie:

\hat{x}_{t_komp} – estymowany wektor kątów orientacji,

α – współczynnik wagowy dla estymowanych kątów z giroskopu oraz akcelerometru i magnetometru, $\alpha \in [0 1]$,

x_{am} – wektor kątów orientacji wyznaczone z akcelerometru i magnetometru

\dot{x}_g – wektor prędkości kątowych mierzonych z giroskopu.

received from gyroscope, accelerometer and magnetometer sensors will be used for identification of angles of space orientation.

A low pass filter (LPF) was used in accelerometer and magnetometer measurements to remove noise from the signal. A high pass filter (HPF) was used to remove the drift of gyroscope. The estimated values of orientation angles will be the result of calculations using the complementary filter. Each value of the angle is received as a result of earlier processing of two values originating with different measurement sources, the first one – accelerometer and magnetometer, and the second one – gyroscope. The first measurement source contains information from two different sensors, and the angles of pitch and roll are determined basing on measurements of acceleration with the accelerometer in three axes, whereas the angle of roll is determined basing on measurement of the magnetic field vector.

Scheme of a basic linear complementary filter is presented in Fig. 2. The scheme represents estimation of orientation angles which may be expressed by the below equations [3,4]:

where:

\hat{x}_{t_komp} – estimated vector of orientation angles,

α – weight coefficient for estimated angles from gyroscope, and accelerometer, and magnetometer, $\alpha \in [0 1]$,

x_{am} – vector of orientation angles determined by accelerometer and magnetometer,

\dot{x}_g – vector of angular velocities measured with gyroscope.

Wyrażenie w odniesieniu do transmitancji można zapisać jako równanie:

The expression referring to transmittance may be presented as equation:

$$\hat{x}_t = \frac{\tau s}{1+\tau s} \left(\frac{\dot{x}_g}{s} \right) + \frac{1}{1+\tau s} (x_{am}) \quad (23)$$

gdzie:

$\frac{\tau s}{1+\tau s}$ - transmitancja filtru górnoprzepustowego,
 $\frac{1}{1+\tau s}$ - transmitancja filtru dolnoprzepustowego,
 τ - stała czasowa filtru określająca dynamikę układu.

where:

$\frac{\tau s}{1+\tau s}$ - transmittance of high pass filter,
 $\frac{1}{1+\tau s}$ - transmittance of low pass filter,
 τ - time constant of the filter defining the system's dynamics.

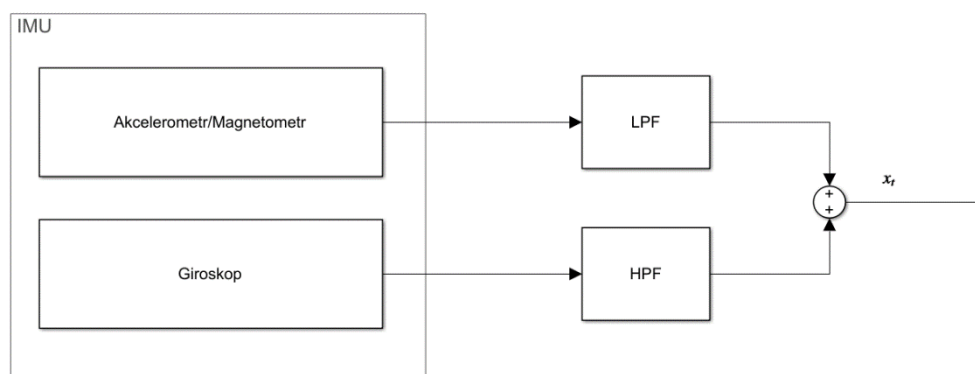
Przedstawione powyżej równania zapisano w postaci inercji pierwszego rzędu. Opisywana struktura oszacowuje odchylenia giroskopu w czasie rzeczywistym z pewnym dryfem, zatem estymacja kątów położenia w warunkach ruchu dynamicznego powoduje ryzyko zwiększonego przyrostu błędów w czasie. W celu zminimalizowania ryzyka przyrostu błędów należy właściwie dobrać okresy próbkowania sygnałów do szybkości zmian obserwowanych zmiennych. W takim przypadku stosowany jest nieliniowy filtr komplementarny, który wykorzystuje regulator proporcjonalno-całkujący (PI) w celu zmniejszenia błędów ustalonego i kompensacji dla zmiennego biasu giroskopu. Regulatory K_p oraz K_i wskazują odpowiednio wzmocnienie proporcjonalne i całkowe. W związku z tym oszacowanie układu \hat{x}_{t_komp} można wyrazić następująco:

Equations presented above are recorded in the form of the first order inertia. Described structure estimates declinations of gyroscope in real time with a drift, and therefore the estimation of angles in conditions of dynamical movement generates a risk for greater increase of calculation error along the time. In order to minimise the risk of increased error the signal sampling cycles have to be well matched with the rate of changes of the observed variables. In such case the nonlinear complementary filter is used which employs proportional-integration controller (PI) to reduce permanent error and compensate changeable bias of gyroscope. Controllers K_p and K_i indicate proportional and integral amplification, respectively. Regarding the above, the estimation of system \hat{x}_{t_komp} may be expressed in following way:

$$\hat{x}_{t_komp} = \frac{1}{s} \left[\dot{x}_g + \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) (x_{am} - \hat{x}_{t-1}) \right] \quad (24)$$

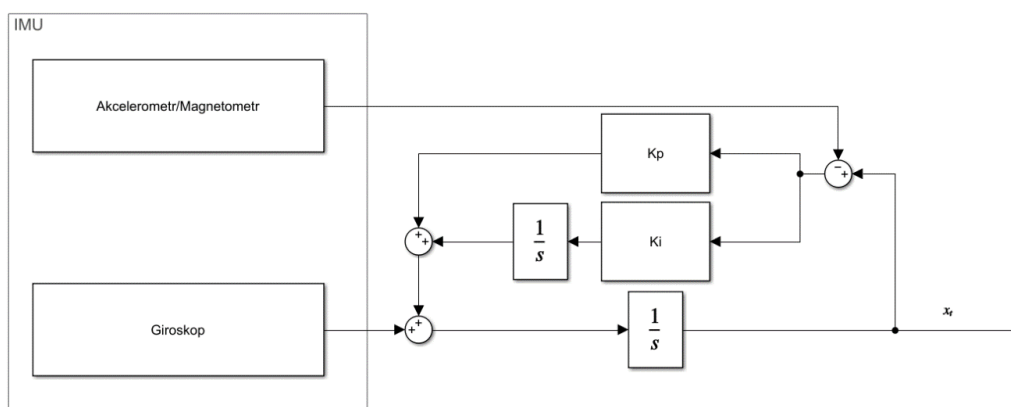
Filtr komplementarny jest często stosowany ze względu na swoją strukturę jednak w aplikacjach, gdzie błąd powinien być minimalny może być jedynie uzupełnieniem Filtru Kalmana.

Complementary filter is often used due to its structure but for the applications where the error has to be minimal it may be used only as a supplementation of Kalman filter.



Rys. 2 Schemat działania filtra komplementarnego

Fig. 2. Scheme of operation of complementary filter



Rys. 3. Schemat działania nieliniowego filtra komplementarnego

Fig. 3. Scheme of operation of nonlinear complementary filter

3.3. Filtr Madgwicka

Filtr Madgwicka przetwarza sygnały z IMU, a więc trzech składowych giroskopów i akcelerometrów oraz tak zwanych tablic MARG, które zawierają trzy składowe magnetometrów.

W tym rozwiązaniu wykorzystywana jest reprezentacja kwaternionów do opisu charakteru orientacji w trzech wymiarach i nie podlega osłabiwościom związanym z reprezentacją kątów Eulera, co pozwala na wykorzystanie danych z akcelerometrów i magnetometrów w analitycznie wyprowadzonym i zoptymalizowanym algorytmie

3.3. Madgwick's Filter

Madgwick's filter processes signals from IMU, i.e. for three components of gyroscopes and accelerometers and from the so called MARG tables including three components of magnetometers.

The representation of quaternions is used in this solution for description of orientation characteristics in three dimensions, and it is not subjected to the peculiarities connected with the representation of Euler's angles, what allows for using the data from accelerometers and magnetometers in analytically derived and optimised algorithm of descend-

opadania gradientu obliczyć kierunek błędu pomiaru giroskopu jako pochodną kwaternionów. Głównymi właściwościami tego filtra są [12]:

- zoptymalizowany analitycznie algorytm opadania gradientu umożliwiający wydajność przy niskich częstotliwościach próbkowania,
- występuje pojedynczy regulowany parametr zdefiniowany przez obserwowalne cechy systemu,
- algorytm kompensacji zniekształceń magnetycznych on-line,
- kompensacja dryfu giroskopu.

Filtr Madgwicka określa problem estymacji położenia w przestrzeni kwaternionów, a ogólną ideą filtra jest oszacowanie kwaternionów w Ziemijskim układzie odniesienia ${}^W_I q_{t+1}$ w wyniku fuzji oszacowania położenia na podstawie całkowanych prędkości kątowych mierzonych przez giroskop ${}^W_I q_{\omega}$ i kierunku otrzymanego z przyspieszeń z akcelerometru. Giroskopowe oszacowania orientacji są używane jako dokładne odwzorowania w krótkim czasie i przy dynamicznych ruchach, natomiast oszacowania z akcelerometru dotyczące orientacji są używane jako dokładne kierunki do kompensacji długoterminowego dryfu giroskopu powstającego w wyniku całkowania. Poniżej przedstawiono algorytm wyznaczania orientacji przestrzennej z IMU według opisywanego w tym rozdziale filtra Madgwicka[8,9].

ing gradient to calculate the direction of gyroscope measurement error as a derivative of quaternions. The filter has following main characteristics [12]:

- Analytically optimised algorithm of descending gradient provides efficiency at low rates of sampling,
- There is a single controlled parameter defined by observable properties of the system,
- On-line algorithm for compensation of magnetic distortions,
- Compensation of gyroscope drift.

The Madgwick's filter defines a problem of estimation of position in the space of quaternions, and the general idea of the filter is an estimation of quaternions in the Earth reference system ${}^W_I q_{t+1}$ in result of a fusion of the estimation of position on the basis of integrated angular velocities measured by gyroscope ${}^W_I q_{\omega}$ and direction received from accelerations of the accelerometer. Gyroscopic estimations of orientation are used as accurate reconstruction at a short time and dynamical movements whereas the estimations from the accelerometer are used as the accurate directions for compensation of a long-term drift of gyroscope produced in effect of integration. Algorithm for identification of space orientation from IMU according to the presented Madgwick's filter is presented below [8,9].

$$q_t = q_{t-1} + \dot{q}_t \Delta t = q_{t-1} + \left(\dot{q}_{\omega,t} - \beta \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} \right) \Delta t = q_{t-1} + \left(\dot{q}_{\omega,t} - \beta \frac{J_g^T(q_{t-1}) f_g(q_{t-1}, a_t)}{\|J_g^T(q_{t-1}) f_g(q_{t-1}, a_t)\|} \right) \Delta t \quad (25)$$

gdzie:

q_{t-1} - kwaterniony z poprzedniego kroku t ,
 $\dot{q}_{\omega,t}$ – orientacja wyznaczona na podstawie prędkości kątowych mierzonych przez giroskopy,
 β – współczynnik nazywany współczynnikiem

where:

q_{t-1} – quaternions from the former step t ,
 $\dot{q}_{\omega,t}$ – orientation identified on the basis of angular velocities measured by gyroscopes,
 β – coefficient named as coefficient of divergence and defined as the value of quater-

dywergencji definiowany jako wielkość pochodnej kwaternionu odpowiadającej błędowi pomiaru giroskopu: $\beta = \sqrt{0,75\bar{\omega}_\beta}$
 $J_g(q)$ – Jakobian przyspieszenia wyrażany jako:

nion derivative corresponding to gyroscope measurement error: $\beta = \sqrt{0,75\bar{\omega}_\beta}$
 $J_g(q)$ – Jacobian of acceleration expressed as:

$$J_g(q) = \begin{bmatrix} -2q_y & 2q_z & -2q_\omega & 2q_x \\ 2q_x & 2q_\omega & 2q_z & 2q_y \\ 0 & -4q_x & -4q_y & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$f_g(q, a)$ - funkcja celu (dopasowywania) wyrażana jako:

$f_g(q, a)$ - objective function (of matching) expressed as:

$$f_g(q, a) = \begin{bmatrix} 2(q_x q_z - q_\omega q_y) - a_x \\ 2(q_\omega q_x - q_y q_z) - a_y \\ 2(0,5 - q_x^2 - q_y^2) - a_z \end{bmatrix} \quad (27)$$

Przyspieszenia i prędkości kątowe są dobrymi parametrami do oszacowania w krótkim okresie czasu, jednakże nie utrzymują się one przez dłuższy czas, zwłaszcza szacując kąt odchylenia, ponieważ pomiary z giroskopów są podatne na dryf natomiast akcelerometr oblicza jedynie kąty orientacji przechylenia i pochylenia. W związku z tym dodawane jest odniesienie, które zapewnia stałą informację o kącie odchylenia. Pole magnetyczne Ziemi jest wybierane jako pole referencyjne, ponieważ utrzymuje stałe wartości [1]. Połączenie pomiarów pola magnetycznego z pozostałymi dwoma parametrami (MARG) jest najbardziej powszechnym rozwiązaniem w większości systemów estymacji położenia. Podobnie jak w przypadku estymacji orientacji z IMU oszacowanie kwaternionów wygląda następująco:

Accelerations and angular velocities are suitable parameters for estimation at short times, but they fail at longer times especially at estimation of the angle of yaw as the measurement from gyroscopes are vulnerable to a drift, whereas the accelerometer calculates exclusively the orientation angles of roll and pitch. Regarding this, the reference is added which provides permanent information about the angle of yaw. The Earth magnetic field is selected as the referential field as it maintains constant values [1]. Combination of magnetic field measurements with two remaining parameters (MARG) is the most popular solution in the majority of position estimation systems. Just like in the instance of orientation estimation from IMU the estimation of quaternions is as follows:

$$q_t = q_{t-1} + \left(\dot{q}_{\omega,t} - \beta \frac{J_{g,b}^T(q_{t-1}, b) f_{g,b}(q_{t-1}, a_t, b, m)}{\|J_{g,b}^T(q_{t-1}, b) f_{g,b}(q_{t-1}, a_t, b, m)\|} \right) \Delta t \quad (28)$$

gdzie:

$J_g(q, b)$ – Jakobian MARG wyrażany jako:

where:

$J_g(q, b)$ – Jacobian MARG expressed as:

$$J_g(q, b) = \begin{bmatrix} J_g(q) \\ J_g(q, b) \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$J_g(q, b) = \begin{bmatrix} -2b_zq_y & 2b_zq_z & (-4b_zq_y - 2b_zq_\omega)(-4b_zq_z - 2b_zq_x) \\ (-2b_xq_z - 2b_zq_x)(-2b_xq_y - 2b_zq_\omega) & (2b_xq_x - 2b_zq_z) & (-2b_xq_\omega + 2b_zq_y) \\ 2b_xq_y & (2b_xq_z - 4b_zq_x) & (2b_xq_\omega - 4b_zq_y) & 2b_xq_x \end{bmatrix} \quad (30)$$

$f_g(q, a, b, m)$ - funkcja celu (dopasowywania) wyrażana jako:

$f_g(q, a, b, m)$ - objective function (of matching) expressed as:

$$f_g(q, a, b, m) = \begin{bmatrix} f_g(q, a) \\ f_g(q, b, m) \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$f_g(q, b, m) = \begin{bmatrix} 2b_x(0,5 - q_y^2 - q_z^2) + 2b_z(q_xq_z - q_\omega q_y) - m_x \\ 2b_x(q_xq_y - q_\omega q_z) + 2b_z(q_\omega q_x - q_yq_z) - m_y \\ 2b_x(q_\omega q_y - q_xq_z) + 2b_z(0,5 - q_x^2 - q_y^2) - m_z \end{bmatrix} \quad (32)$$

W filtrze Madgwicka jedynym dostrajającym parametrem jest wzmocnienie filtra β , który określa, kiedy giroskop ma przejąć kontrolę. Ponadto użytkownik musi określić wstępne oszacowania orientacji i okres próbkowania. Można przyjąć, że początkowe nastawienie jest zerowe, jeśli urządzenie jest w spoczynku lub musi być uzyskane z innych źródeł zewnętrznych. Odchylenie jest obliczane poprzez pobranie średniej próbek z IMU w spoczynku i obliczenie średniej wartości.

3.4. Filtr Mahony

Kolejną z powszechnie używanych metod wyznaczania orientacji jest estymator określany jako deterministyczny obserwator ruchu oparty na macierzach składających się z chwilowej orientacji i prędkości kątowej. Filtr Mahony w praktyce jest filtrem komplementarnym, który uwzględnia przekształcenia w przestrzeni kwaternionów. Główną ideą tego filtru jest otrzymanie estymowanej wartości kątów orientacji w postaci kwaternionów przez fuzję estymowanych wartości kątów z giroskopów i akcelerometrów.

In the Madgwick's filter the amplification of the filter β , deciding when the gyroscope has to take over the control, is the only one adjustable parameter. Moreover the user has to establish initial estimations of orientation and the time period of sampling. It can be accepted that the initial setting is zero if the device is immobilised, or has to be received from other external sources. Deviation is calculated by collection of the average of samples from IMU at the rest and calculation of the average value.

3.4. Mahony's Filter

Next commonly used method for determination of orientation is an estimator described as a deterministic observer of motion based on matrixes consisting of instantaneous orientation and angular velocity. Mahony's filter is in practice a complementary filter which takes into account transformations in the space of quaternions. The main idea of the filter is to receive the estimated value of orientation angles in the form of quaternions through the fusion of estimated values of angles from gyroscopes and accelerometers.

W pierwszej kolejności wyznaczany jest błąd orientacji z poprzedniego kroku, który jest łączony z korekcją opartą na kompensatorze proporcjonalno-całkującym (PI) celem skorygowania zmierzonej prędkości kątowej. Poniżej przedstawiono algorytm wyznaczania orientacji w kilku krokach [7,10]:

- I. Otrzymanie pomiarów z sensorów zakładając, że:
 - ω_t^I – pomiary z giroskopów w Inercyjnym układzie odniesienia,
 - a_t^I – pomiary z akcelerometrów w inercyjnym układzie odniesienia.
- II. Oszacowanie błędu orientacji na podstawie pomiarów z akcelerometrów

In the first turn the error of orientation from the previous step is determined to become combined with correction based on a proportional-integral compensator (PI) to correct the measured angular velocity. The algorithm for identification of orientation is shown below in a few steps [7,10]:

- I. Reception of measurements from sensors assuming that:
 - ω_t^I – measurements from gyroscopes in inertial reference system,
 - a_t^I – measurements from accelerometers in inertial reference system.
- II. Estimation of orientation error basing on measurements from accelerometers

$$e_{i,t} = e_{i,t-1} + e_t \Delta t \quad (33)$$

gdzie:

Δt – czas pomiędzy dwiema mierzonymi próbkami,
 $e_{i,t-1}$ – estymowany błąd z poprzedniego kroku

where:

Δt – time between two measured samples,
 $e_{i,t-1}$ – estimated error from the previous step

$$e_t = \hat{a}_t^I \times v({}_W^I \hat{q}_{est,t}) \quad (34)$$

\hat{a}_t^I – znormalizowane pomiary przyspieszeń,
 $v({}_W^I \hat{q}_{est,t})$ – transformacja układu związanego z Ziemią do inercyjnego układu odniesienia w postaci kwaternionowej.

\hat{a}_t^I – normalised acceleration measurements,
 $v({}_W^I \hat{q}_{est,t})$ – transformation of system connected with the Earth into the reference system in the quaternion form.

$$v({}_W^I \hat{q}_{est,t}) = \begin{bmatrix} 2(q_2 q_4 - q_1 q_3) \\ 2(q_1 q_2 - q_3 q_4) \\ (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2) \end{bmatrix} \quad (35)$$

- III. Aktualizacja pomiarów z giroskopu stosując kompensator proporcjonalno-całkujący (PI)

- III. Updating the gyroscope measurements using proportional-integral compensator (PI)

$$\omega_t^I = \omega_{t-1}^I + K_p e_t + K_i e_{i,t} \quad (36)$$

gdzie:

K_p – wzmacnienie członu proporcjonalnego,
 K_i – wzmacnienie członu całkującego.

where:

K_p – amplification of proportional part,
 K_i – amplification of integral part.

IV. Wyznaczenie orientacji w postaci kwaternionowej

IV. Identification of orientation in the quaternion form

$${}^I_w q_{est,t} = {}^I_w q_{est,t-1} + {}^I_w \dot{q}_{\omega,t+1} \Delta t \quad (37)$$

gdzie:

${}^I_w q_{est,t}$ - orientacja obiektu w inercyjnym układzie odniesienia,

where:

${}^I_w q_{est,t}$ - orientation of object in the inertial reference system

$${}^I_w \dot{q}_{\omega,t} = 0,5 {}^I_w \hat{q}_{est,t} \otimes [0, \omega_t^I]^T \quad (38)$$

W filtrze Mahony parametrami strojenia są wzmocnienia K_p oraz K_i . Warunkami początkowymi w tym algorytmie są wstępne oszacowania orientacji oraz okres próbkowania. Ponadto szacowane błędy estymacji ustalane są na podstawie przyjętych kryteriów błędów, traktowane jako względny obrót ustalonego układu współrzędnych czujnika do układu odniesienia estymatora wykorzystując oszacowaną macierz rotacji ustaloną dla sensora. Dany obserwator oparty jest na analizie stabilności Lapunowa, dzięki której otrzymuje się funkcję kosztu. Funkcja ta uwzględnia dane z magnetometru oraz akcelerometru stosując odpowiednie współczynniki wagowe w zależności od sytuacji w jakiej jest obiekt.

4. Porównanie wyników

Na podstawie analizy dostępnych algorytmów umożliwiających wyznaczanie orientacji przestrzennej przeprowadzono badania wykorzystując dane z jednostki pomiarowej IMU oraz magnetometrów, a następnie oszacowano orientację przestrzenną opisanymi metodami. Eksperyment umożliwił wstępne porównanie wyników otrzymanych różnymi metodami. Do badań wykorzystano jednostkę pomiarową składającą się z triady akcelerometrów, giroskopów oraz magnetometrów.

Parametry poszczególnych czujników zestawiono w tabeli 1.

In the Mahony filter K_p and K_i are the adjusted parameters. Initial estimations of orientation and cycle of sampling are the starting conditions in this algorithm. Moreover, the estimation errors are established on the basis of accepted errors criteria, and are treated as a relative rotation of a settled sensor's system of coordinates into the estimator's reference system by using the estimated matrix of rotation established for the sensor. Given observer is based on the Lapunow's analysis of stability providing the function of costs. The function evaluates data from magnetometer by using suitable weight coefficients depending on situation of the object.

4. Comparison of Results

Basing on analysis of available algorithms for determination of space orientation, the investigations were carried out using data from IMU measurement unit, and next the space orientation was estimated by the described above methods. The experiment provided initial comparison of results received with different methods. The measurement unit consisting of triplets of accelerometers, gyroscopes, and magnetometers was used at investigations.

Parameters of particular sensors are presented in table 1.

Tabela 1. Zestawienie parametrów jednostki pomiarowej wykorzystanej do badań

Table 1. Comparison of measurement unit parameters used at investigations

Specyfikacja <i>Specification</i>	Akcelerometr <i>Accelerometer</i>	Giroskop <i>Gyroscope</i>	Magnetometr <i>Magnetometer</i>
Zakres pomiarowy <i>Measurement range</i>	± 16 g	$\pm 2000^\circ/\text{s}$	$\pm 2,5$ Gauss
Gęstość widmowa szumu <i>Noise spectral density</i>	0,14 mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$	0,0035 $^\circ/\text{s}$ / $\sqrt{\text{Hz}}$	140 $\mu\text{Gauss}/\sqrt{\text{Hz}}$
Przepustowość <i>Passing band</i>	260 Hz	256 Hz	200 Hz
Częstotliwość próbkowania <i>Rate of sampling</i>	100 Hz	100 Hz	100 Hz

Na rys. 4 przedstawiono wyniki z przeprowadzonych badań oraz zarejestrowanych wartości kątów orientacji z jednostki pomiarowej posiadającej algorytm AHRS (na wykresie oznaczona jako *Reference*).

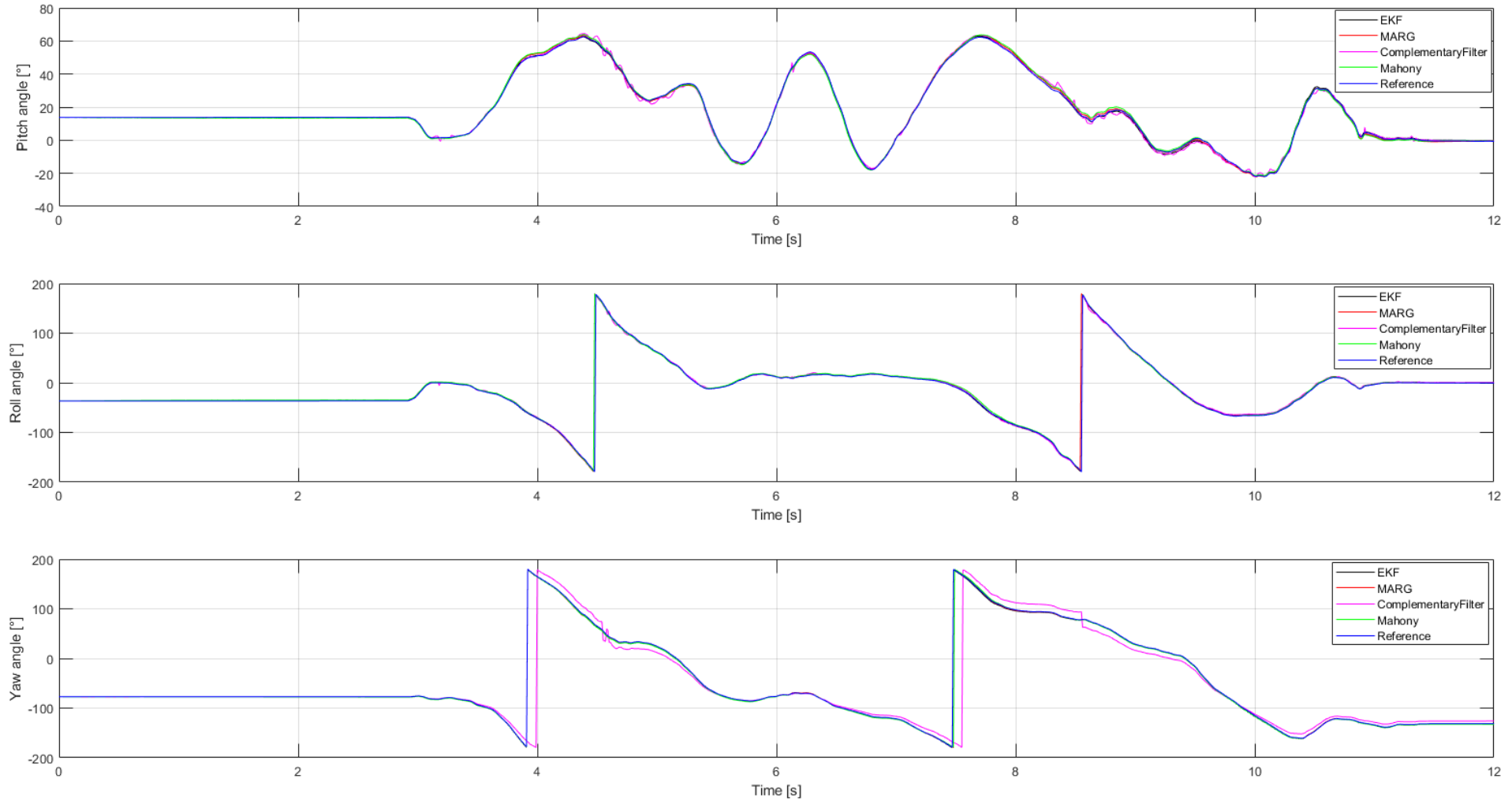
Badanie polegało na obrocie sensora w taki sposób, aby jego orientacja zmieniała się dynamicznie. Jednostkę umieszczono na wy poziomowanej platformie umożliwiającej obrót w trzech osiach. W chwili przeprowadzonego eksperymentu badana jednostka była podłączona do komputera w celu zarejestrowania danych pomiarowych z częstotliwością 100 Hz z każdego z sensorów.

Na podstawie przeprowadzonej analizy można zaobserwować, że wyniki otrzymane z poszczególnych algorytmów są do siebie zbliżone, poza wartościami wyznaczonymi przy użyciu filtra komplementarnego (na wykresie – *Complementary filter*). W każdej z analizowanych metod występują współczynniki, od których zależy z jaką czułością będą interpretowane poszczególne wartości pomiarowe z czujników w algorytmach. W związku z tym możliwe jest przeprowadzenie analizy w oparciu o zmianę współczynników „strojących” poszczególne metody. Przeprowadzona analiza miała na celu porównanie metod, zaimplementowane algorytmy nie uwzględniają wszystkich modeli błędów, które poprawiłyby dokładność.

Fig. 4 shows the results of performed experiments and recorded values of orientation angles from the measurement unit with algorithm AHRS (it is marked in the graph by *Reference*).

In the experiment the sensor was turned in such way to get a dynamic change of orientation. The unit was placed on a levelled platform providing rotation in three axes. In the moment of the experiment the unit was connected to computer to record measurement data with the rate of 100 Hz for each sensor.

The performed analysis shows that the results received for particular algorithms are similar apart of the values established by the complementary filter. Each of analysed method includes coefficients deciding about sensitivity for processing particular measurement values from sensors in algorithms. Regarding this, it is possible to perform an analysis on the basis of the change of coefficients used for “adjusting” in particular methods. The performed analysis was aimed to compare the methods, and to show that implemented algorithms do not take into account all models of errors, which could increase the accuracy.



Rys. 4. Przebieg estymowanych kątów orientacji pochylenia (pitch), przechylenia (roll) i odchylenia (yaw) za pomocą analizowanych metod (EKF – filtr Kalmana, MARG – filtr Madgwicka, CF – filtr komplementarny, Mahony – filtr Mahony, Reference – kąty orientacji z jednostki pomiarowej)

Fig. 4. Course of estimated orientation angles of pitch, roll and yaw by means of analysed methods (EKF – Kalman’s filter, MARG – Madgwick’s filter, CF – complementary filter, Mahony – Mahony’s filter, Reference – orientation angles from the measurement unit)

5. Podsumowanie

W pracy skupiono się na czterech podstawowych i najczęściej wykorzystywanych algorytmach umożliwiających wyznaczenie orientacji przestrzennej.

W zależności od badanego obiektu i jego dynamiki stosowane są różne metody oraz kombinacje po to, aby otrzymać najbardziej zbliżony wynik do rzeczywistości.

W tabeli 2 przedstawiono metody, które opisano w pracy oraz inne mniej powszechne, które również mogą znaleźć zastosowanie w systemach wymagających znajomości orientacji w przestrzeni [12]. Każda z metod posiada pewne wady i zalety a ich różnorodność umożliwia możliwość wyboru pod konkretne zastosowanie tak jak Filtr Kalmana stosowany w awionice czy biomechanice [13], filtr Mahony i Madgwicka w dronach o różnym przeznaczeniu np. wyścigowych.

5. Summary

The paper was focused on four basic and most often used algorithms for identification of space orientation.

Depending on investigated object and its dynamics different methods and combinations are used to get the result which reflects the reality as faithfully as possible.

Table 2 presents the methods described in the paper, and another ones rarely used, which can be also employed in the systems requiring information about space orientation [12]. Each of the methods has some advantages and disadvantages, and the variety of them gives a chance for selection of a specific application such as Kalman's filter for avionics or biomechanics [13], and Mahony's and Madgwick's filters in drones of various designations, e.g. for racing.

Tabela 2. Zestawienie metod wyznaczania orientacji przestrzennej

Table 2. Arrangement of methods for space orientation identification

Metoda <i>Method</i>	Zastosowany sensor / <i>Used sensor</i>		
	Giroskop <i>Gyroscope</i>	Akcelerometr <i>Accelerometer</i>	Magnetometr <i>Magnetometer</i>
Filtr komplementarny <i>Complementary filter</i>	TAK <i>YES</i>	TAK <i>YES</i>	opcjonalnie <i>optionally</i>
Filtr Kalmana <i>Kalman's filter</i>	TAK <i>YES</i>	TAK <i>YES</i>	TAK <i>YES</i>
Filtr Madgwicka <i>Madgwick's filter</i>	TAK <i>YES</i>	TAK <i>YES</i>	opcjonalnie <i>optionally</i>
Filtr Mahony <i>Mahony's filter</i>	TAK <i>YES</i>	TAK <i>YES</i>	opcjonalnie <i>optionally</i>
Całkowanie <i>Integration</i>	TAK <i>YES</i>	NIE <i>NO</i>	NIE <i>NO</i>
Estymator kwaternionowy (QUEST) <i>Quaternion filter (QUEST)</i>	NIE <i>NO</i>	TAK <i>YES</i>	TAK <i>YES</i>
Orientacja z pola grawitacyjnego <i>Orientation with the gravitation field</i>	NIE <i>NO</i>	TAK <i>YES</i>	NIE <i>NO</i>
Nieliniowa estymacja wg. Fourati <i>Nonlinear estimation acc. Fourati</i>	TAK <i>YES</i>	TAK <i>YES</i>	TAK <i>YES</i>

W przypadku obiektów o wysokiej dynamice takich jak rakiety, które posiadają duże przeciążenia w fazie startu oraz manew-

In the case of objects with high dynamics, such as missiles, having great overloads in the phase of launching and manoeuvring,

rów, istnieje ryzyko błędnej estymacji kątów w przypadku niektórych algorytmów. Jednym z rozwiązań zachowania jak najmniejszego błędu w pełnej fazie lotu jest fuzja algorytmów z odpowiednio zmieniającymi się współczynnikami wagowymi, które umożliwią kontrolę nad wybranym algorytmem w danym czasie. Niezbędna do tego jest znajomość poszczególnych metod oraz ich wrażliwość na zewnętrzne zjawiska fizyczne takie jak wysokie przeciążenie czy zakłócone pole magnetyczne. Na przykład stosowanie wyłącznie filtru Kalmana opracowanego przez równania rozwinięte w szereg do wyrazów pierwszego rzędu może być niewystarczająca dla dynamicznych manewrów rakiety. W takim przypadku należałoby zastosować równania wyższego rzędu zwiększając przy tym wpływ danych z magnetometru kosztem danych z przyspieszeniomierzy. Podobnym przykładem może być zastosowanie filtru Mahony i zmiany kryteriów do estymowania błędu w zależności od ruchu obiektu, a więc gdy IMU podlega przyspieszeniom o dużej wartości (start, lądowanie itp.), rozsądnym rozwiązaniem będzie zwiększenie wpływu pomiaru pola magnetycznego zmieniając wartości współczynników, które wpływają na wartość estymowanego błędu. Każda z powyższych metod znajdzie zastosowanie w systemach nawigacji bezwładnościowej jednak ich odpowiednie połączenie może dać lepsze rezultaty, stosując algorytmy umożliwiające automatyczne sterowanie procesem. W celu weryfikacji proponowanego rozwiązania niezbędne jest przeprowadzenie szeregu testów, które zweryfikują czy poszczególne założenia przyniosą pożądane efekty.

there is a risk of false estimation of angles by certain algorithms. One of solutions securing possibly lowest error during the overall flight is the fusion of algorithms with suitably changing weight coefficients to provide the control over the selected algorithm at specific time. For this reason it is necessary to know the particular methods and their sensitivity to external physical effects such as high overloads or interfered magnetic field. For instance, the exclusive use of Kalman's filter developed on equations approximated by a series with expressions of the first order may be insufficient for dynamic manoeuvres of a missile. In such case both the equations of higher orders could be used, and increased meaning of magnetometer data at decreased data importance from accelerometer, as well. Similar instance may be at application of Mahony's filter and by changing the error estimation criteria depending on object's movement, i.e. when the IMU is subjected to high accelerations (take off, landing, etc.) it is reasonable to increase the influence of the magnetic field by changing the values of coefficients affecting the value of estimated error. Each of the above methods is applied in the inertial navigation systems whereas a suitable combination of them can provide better results by using algorithms for the process automatic control. Verification of the proposed solution requires a series of tests to prove that particular proposals are efficient.

Bibliografia

- [1] Li Wang, Z. Zhang, P. Sun, „Quaternion-based Kalman Filter for AHRS Using an Adaptive-step Gradient Descent Algorithm”, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2015.
- [2] Y. Laamari, K. Chafaa, B. Athamena, „Particle swarm optimization of an extended Kalman filter

- for speed and rotor flux estimation of an induction motor drive”, *Electrical Engineering*, 2014.
- [3] R. Grygiel, R. Bieda, K. Wojciechowski, „Metody wyznaczania kątów z żyroskopów dla filtru komplementarnego na potrzeby określania orientacji IMU”, *Przegląd Elektrotechniczny* 90(9), 2014.
- [4] P. Narkhede, S. Poddar, R. Walambe, G. Ghinea, „Cascaded Complementary Filter Architecture for Sensor Fusion in Attitude Estimation”, *Sensoros* 2021, 21(6).
- [5] S. Madgwick, „An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays”, Report, University of Bristol, 2010.
- [6] S. Amjed, S. Momatz Abadir, „Design of a Modified Madgwick Filter for Quaternion-Based Orientation Estimation Using AHRS”, *IJCEE* 2018 Vol.10(3).
- [7] R. Mahony, T. Hamel, J-M. Pflimlin, „Nonlinear Complementary Filters on the Special Orthogonal Group”, HAL Id: hal-00488376, 2010.
- [8] S. Madgwick, A. Harrison, R. Vaidyanathan, „Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm”, 2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics.
- [9] <https://nitijsanket.github.io/tutorials/attitudeest/madgwick.html>.
- [10] <https://nitijsanket.github.io/tutorials/attitudeest/mahony.html>.
- [11] <https://ahrs.readthedocs.io/en/latest/filters/ekf.html>.
- [12] <https://ahrs.readthedocs.io/en/latest/filters.html>.
- [13] P. Sauer, P. Szulczyński, B. Lubiowski, „Zastosowanie filtru Kalmana do diagnostyki biomechaniki człowieka”, *Medical Robotics Reports*, vol.7, 2018.
- [14] D.H. Titterton, J.L. Weston, „Strapdown Inertial Navigation Technology”, 2nd Edition, The Institution of Electrical Engineers.
- [15] M. Petterson, „Extended Kalman Filter for Robust UAV Attitude Estimation”, LiTH-ISY-EX-15/4835-SE Linköping 2015.

