

Adam ŻUCHOWSKIZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY, KATEDRA STEROWANIA I POMIARÓW
ul. 26 Kwietnia 10, 71-126 Szczecin**Wyznaczanie parametrów rozszerzonego modelu Strejca w warunkach silnych zakłóceń, przy wykorzystaniu specjalnych charakterystyk**

Prof. dr hab. inż. Adam ŻUCHOWSKI

Profesor zwyczajny zatrudniony w Katedrze Sterowania i Pomiarów w Zachodniopomorskim Uniwersytecie Technologicznym. Ze szkolnictwem wyższym związany zawodowo od 1955 roku (Politechnika Wrocławska, Politechnika Szczecińska). Jest współtwórcą polskiej szkoły miernictwa dynamicznego, posiada w dorobku około 350 publikacji. W kwietniu 2010 roku upłynęło 55 lat jego działalności naukowej.



e-mail: adam.zuchowski@zut.edu.pl

Streszczenie

Stosunkowo szybkie i proste metody wyznaczania parametrów modeli Strejca dla liniowych obiektów dynamicznych oparte o pomiar charakterystyki skokowej i jej wybrane, szczególnie cechy, w warunkach występowania silnych zakłóceń, nie gwarantują odpowiedniej dokładności. Proponowane metody wykorzystujące algorytmy genetyczne wymagają użycia specjalnych, złożonych programów komputerowych i zdają się wydłużać czas trwania procesu identyfikacji. Zaproponowano metodę opartą także na pomiarze zakłóconej charakterystyki skokowej, ale na prostych metodach jej całkowania numerycznego, prowadzące do skutecznego uśredniania zakłóceń i przy wykorzystaniu specjalnych charakterystyk. Rozważania zilustrowano przykładami symulacyjnymi.

Słowa kluczowe: model Strejca, identyfikacja, zakłócenia, eliminowanie błędów.

Determination of parameters of an extended Strejca model under strong disturbances using special characteristics**Abstract**

Relatively fast and simple methods of determining parameters of Strejca models for linear dynamic objects based on the measurement of a step response and its chosen, special features, under strong disturbances do not guarantee appropriate precision. Proposed methods that use genetic algorithms require the usage of special, complex computer programs and seem to increase the time of process identification. A method based on the measurement of the disturbed step response and also on simple methods of numerical integration leading to an effective averaging of disturbances and by using special characteristics is proposed. The considerations are illustrated with the simulation examples.

Keywords: Strejca model, identification, disturbances, error elimination.

1. Wstęp

Stosunkowo szybkie i proste metody eksperymentalnego wyznaczania parametrów modelu Strejca dla dynamiki liniowych obiektów oparte są na pomiarze charakterystyki skokowej $h(t)$ i wykorzystują jej specjalne cechy: współrzędne określonych punktów charakterystyki, nachylenia, punkty przegięcia itp. [1, 2, 3, 4, 6, 7]. W warunkach występowania silnych zakłóceń tej charakterystyki $h_z(t) = h_0(t) + z(t)$ wyznaczane parametry modelu obarczone mogą być znacznymi błędami, a dla ich zmniejszenia proponuje się wykorzystanie algorytmów genetycznych [7] co wymaga użycia specjalnych programów obliczeniowych i wydłuża czas identyfikacji, zwłaszcza w przypadku większej liczby parametrów modelu. Znacznie prostsze wydaje się wykorzystanie operacji całkowania numerycznego pewnych funkcji zakłóconej charakterystyki skokowej i wykorzystanie specjalnych charakterystyk pomocniczych, co pozwala na wydatne zmniejszenie wpływu zakłóceń i skraca czas trwania niezbędnych obliczeń, a model Strejca można

przyjąć w rozszerzonej i ogólnej postaci. W następnych rozdziałach omówimy założenia i algorytmy oraz zaprezentujemy wyniki symulowanych przykładów wykorzystania tej metody.

2. Istota metody

Przyjmijmy rozszerzony model Strejca w postaci transmitancji:

$$K_m(s) = \frac{k \cdot \exp(-sT_0)}{\left(1 + s \frac{T}{n}\right)^n} \quad (1)$$

a więc o czterech parametrach: współczynniku statycznego wzmocnienia k , czasie opóźnienia rzeczywistego T_0 , stałej czasowej T oraz rzędzie dynamiki n , który z założenia może przyjmować wartości ułamkowe, przy tym:

$$n = n_0 + q \quad (2)$$

gdzie n jest najbliższą liczbą całkowitą mniejszą od n , a q ułamkiem mniejszym od jedności. W przypadku trudności obliczeniowych związanych z ułamkowymi wartościami n można przyjąć:

$$\left(1 + s \frac{T}{n}\right)^n \cong (1 + s \cdot T_1)^{n_0} \cdot (1 + s \cdot T_2) \quad (3)$$

a zastępuje wartości T_1 i T_2 wyznaczać z warunków:

$$T = n_0 \cdot T_1 + T_2$$

$$\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n = \left(1 + \frac{2 \cdot T_1}{n_0 \cdot T_1 + T_2}\right)^{n_0} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot T_2}{n_0 \cdot T_1 + T_2}\right) \quad (4)$$

sformułowanych w [5]. Warto jednak podkreślić, że dla wielu praktycznych zastosowań postać modelu (1) jest przydatna.

Aby wyznaczyć parametry modelu (1) konieczne jest wykonanie czterech różnych operacji na wyznaczonej eksperymentalnie charakterystyce skokowej badanego obiektu i zakłóconej zakłóceniami losowymi $z(t)$ o wartości średniej równej zeru tak dobranych, by ich wyniki były uzależnione możliwie w prosty sposób od parametrów k , T_0 , n i T , przy zminimalizowanym wpływie zakłóceń i bez potrzeby ponawiania eksperymentu.

Założymy najpierw, że proces przejściowy w odpowiedzi badanego obiektu na skok jednostkowy ustala się praktycznie po czasie t_0 , co można stwierdzić obserwując uzyskany wykres $h_z(t)$ zanotowany w pamięci komputera, a czas t_0 przyjmując nawet ze sporym zapasem. Po zarejestrowaniu przebiegu $h_z(t)$ w przedziale czasu $0 \leq t \leq 2t_0$ można wyznaczyć statyczne wzmocnienie k , obliczając całkę:

$$J = \frac{1}{t_0} \cdot \int_0^{2t_0} h_z(t) \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \operatorname{sgn}(t - t_0)) \cdot dt = k \quad (5)$$

pod warunkiem, że $\bar{z}(t) = 0$, a czas t_0 jest dostatecznie długi. Znając już wartość k należy wyznaczyć trzy kolejne całki:

$$J_0 = \int_0^{2t_0} \left(1 - \frac{h_z(t)}{k}\right) \cdot \operatorname{sgn}(t_0 - t) \cdot dt = T_0 + T \quad (6)$$

$$J_1 = \int_0^{2 \cdot t_0} \left(\left(1 - \frac{h_z(t)}{k} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \operatorname{sgn}(t_0 - t)) - \frac{t - t_0}{2} \cdot (1 - \operatorname{sgn}(t_0 - t)) \right) dt = \frac{1}{2} \cdot T_0^2 + T_0 \cdot T + T^2 \cdot \frac{n+1}{2 \cdot n} \quad (7)$$

$$J_2 = \int_0^{2 \cdot t_0} \left(1 - \frac{h_z(t)}{k} \right)^2 \cdot \operatorname{sgn}(t_0 - t) dt = T_0 + T \cdot f_1(n) \quad (8)$$

przy tym funkcję $f_1(n)$ określa wzór:

$$f_1(n) = \int_0^{\infty} (1 - h(t))^2 \cdot dt \quad (9)$$

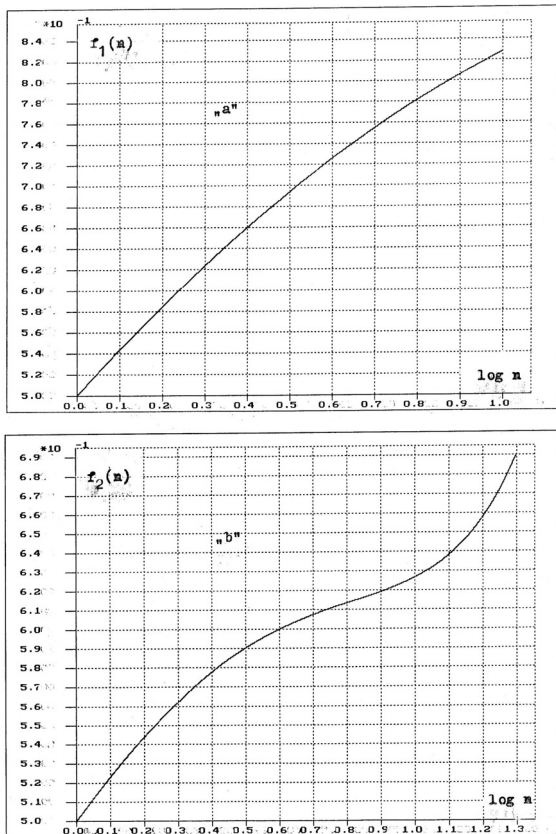
gdzie $h(t)$ jest skokową charakterystyką transmitancji

$$K(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{n} \right)^n} \quad (10)$$

Wykres jej uzyskamy w wyniku całkowania odpowiedniej funkcji, uzyskanej z zależności:

$$h(t) = \int_0^t \frac{n}{(n-1)!} \cdot (n \cdot t)^{n-1} \cdot \exp(-n \cdot t) \cdot dt \quad (11)$$

obowiązującej dla dowolnego n , pokazano na rys. 1a.



Rys. 1. Wykresy funkcji pomocniczych $f_1(n)$ (a) i $f_2(n)$ (b)
Fig. 1. Plots of auxiliary functions $f_1(n)$ (a) and $f_2(n)$ (b)

W zakresie zmian $1 \leq n \leq 20$ daje się ona aproksymować wzorem:

$$f_1(n) \cong 0.5 + 0.455 \cdot \log(n) - 0.132 \cdot (\log(n))^2 \quad (12)$$

z błędem rzędu ułamka procentu. Zależności (6) i (7) w warunkach $z(t)=0$ uzyskuje się wykorzystując znane wzory rachunku operatorowego i tak zwaną regułę de l'Hospitala, a zastosowany

sposób zmniejszania wpływu zakłóceń łatwo prześledzić na przykładzie wzoru (8). Ponieważ $h_z(t) = h_0(t) + z(t)$ zatem:

$$J_2 = \int_0^{t_0} \left(1 - \frac{h_0(t)}{k} \right)^2 \cdot dt + \int_0^{t_0} \left(\frac{z(t)}{k} \right)^2 \cdot dt - 2 \cdot \int_0^{t_0} \frac{z(t)}{k} \cdot \left(1 - \frac{h_0(t)}{k} \right) \cdot dt - \int_0^{2 \cdot t_0} \left(\frac{z(t)}{k} \right)^2 \cdot dt \quad (13)$$

W warunkach stacjonarności zakłóceń drugi i ostatni składnik prawej strony wzoru redukują się wzajemnie i miarą błędu jest całka:

$$d = 2 \int_0^{t_0} \frac{z(t)}{k} \cdot \left(1 - \frac{h_0(t)}{k} \right) \cdot dt \quad (14)$$

zwykle niewielka, wobec braku związków pomiędzy $z(t)$ i $h_0(t)$. Z wzorów (6) ... (8) wynikają zależności:

$$\frac{(J_0 - J_2)^2}{J_1 - 0.5 \cdot J_0^2} = f_2(n) = 2 \cdot n \cdot (1 - f_1(n))^2 \quad (15)$$

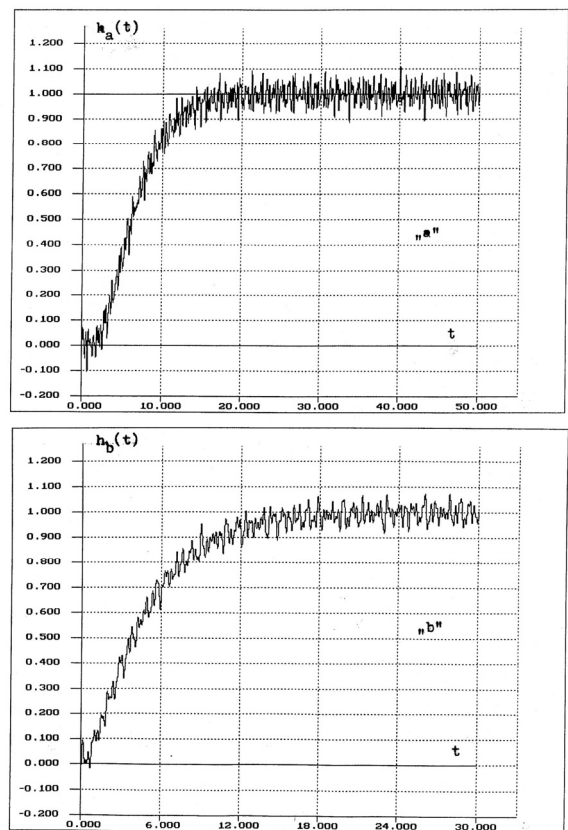
przy tym pomocniczy wykres funkcji $f_2(n)$ pokazano na rys.1b.

3. Wyniki eksperymentów symulacyjnych

Wykorzystując programy komputerowe symulowano zachowanie się dwóch obiektów o transmitancjach:

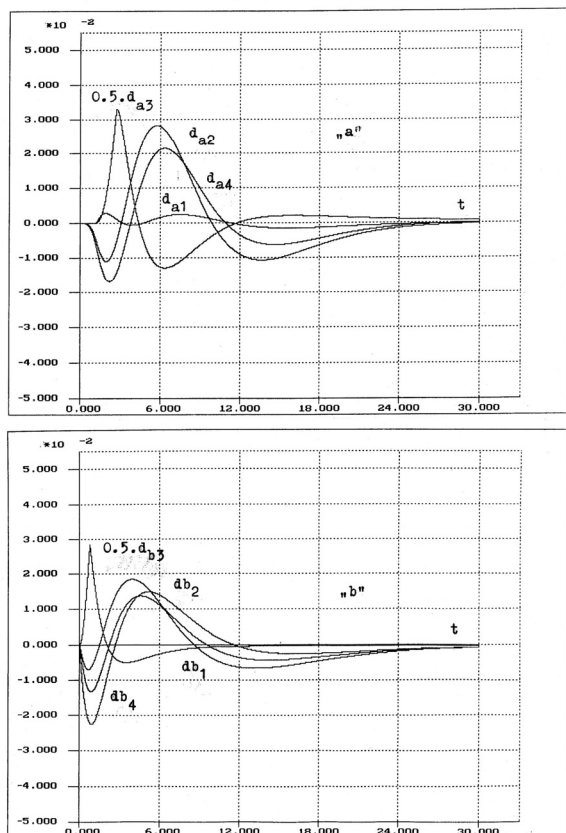
$$K_a(s) = \frac{\exp(-s)}{(1+s) \cdot (1+2 \cdot s) \cdot (1+3 \cdot s)} \quad K_b(s) = \frac{1}{(1+s) \cdot (1+4 \cdot s)} \quad (16)$$

przy założeniu, że ich charakterystyki skokowe są zakłócone intensywnym, pseudolosowym sygnałem $z(t)$.



Rys. 2. Charakterystyki skokowe badanych modeli $h_a(t)$, $h_b(t)$ o transmitancjach $K_a(s)$ i $K_b(s)$ z uwzględnieniem pseudolosowych zakłóceń $z(t)$
Fig. 2. Step response of a studied model $h_a(t)$, $h_b(t)$ with transfer functions $K_a(s)$ and $K_b(s)$, including pseudorandom disturbances $z(t)$

Wykresy tych charakterystyk pokazano na rysunkach 2a i b a wartości całek J_0 , J_1 i J_2 , z uwzględnieniem kompensacji wpływu zakłóceń (wzory (6) ... (8) z funkcjami typu „sgn”) i bez tej kompensacji, zestawiono w Tabeli 1, podając jednocześnie odpowiadające im parametry transmitancji modelu Strejca w wariancie z uwzględnieniem opóźnień i bez opóźnienia (w tym przypadku operuje się jedynie wzorami (6) i (8), zakładając $T_0=0$).



Rys. 3. Przebiegi chwilowych wartości błędów wyznaczonych modeli dynamiki obiektów $K_a(s)$ i $K_b(s)$ w warunkach skoku jednostkowego sygnału na wejściu. Numer wykresu odpowiada oznaczeniom w tabeli 1

Fig. 3. The plots of instantaneous values of errors calculated for dynamic models of objects $K_a(s)$ and $K_b(s)$, with step function as an input. The plot number corresponds to the notation from table 1

Tab. 1. Wyniki symulowanych eksperymentów identyfikacyjnych dla obiektów o transmitancjach $K_a(s)$ i $K_b(s)$ uzyskane w warunkach zakłóceń z kompensacją i bez kompensacji

Tab. 1. The results of simulated identification experiments for objects with transfer functions $K_a(s)$ and $K_b(s)$, obtained under the disturbances with and without compensation

Model $K_a(s)$ z komp. zakłóceń	J	J_0	J_1	J_2	k	T_0	n	T	Uwagi
	1	7.000	31.32	5.021	1	1.30	2.38	5.70	a_1
					1	0	3.75	7.0	a_2
bez komp. zakłóceń	1	7.006	31.48	5.090	1	2.70	1.34	4.31	a_3
					1	0	4.01	7.01	a_4
Model $K_b(s)$ z komp. zakłóceń	1	4.998	20.88	2.913	1	0.12	1.56	5.12	b_1
					1	0	1.56	5.00	b_2
bez komp. zakłóceń	1	5.001	20.82	2.955	1	0.78	1.07	4.22	b_3
					1	0	1.63	5.00	b_4

Na rysunkach 3 a i b pokazano przebiegi czasowe chwilowych błędów $d(t)$ uzyskanych modeli w warunkach skoku jednostkowego sygnału na wejściu, przy tym wykresy wykonano w układzie współrzędnych: oś „x” – czas t , oś „y” – chwilowy błąd, to jest różnica wartości charakterystyki skokowej obiektu i jego modelu, z uwzględnieniem jego numeru – jak w tabeli 1.

4. Wnioski

Z przeprowadzonych eksperymentów wynikają następujące wnioski. Mimo stosunkowo intensywnych zakłóceń, stosowanie kompensacji ich wpływu zmienia wartości J_0 , J_1 i J_2 , w stopniu niewielkim. Już samo zastosowanie operacji całkowania wydaje się tu istotne. Mimo tego faktu - wyniki obliczeń parametrów T_0 , n i T są dość wrażliwe na te zmiany, zwłaszcza w przypadku korzystania z modelu Strejca z dodatkowym opóźnieniem. Lepsze wyniki uzyskuje się przy wyborze właściwego modelu, jest to widoczne zwłaszcza w przypadku modelu o symbolu a_1 . W przypadku obu obiektów symulowanych, błędy uzyskiwanych modeli są stosunkowo niewielkie, rzędu 2-3% wartości ustalonej charakterystyki skokowej. Pozwala to przypuszczać, że proponowana metoda okaże się w praktyce wystarczająco dokładna jeśli tylko zakłócenia mają pasmo częstotliwości zdecydowanie wyższe od pasma częstotliwości sygnału użytecznego $y(t)$. Metoda wydaje się konkurencyjna w stosunku do metod wykorzystujących złożone algorytmy genetyczne.

5. Literatura

- [1] Ziegler J.G., Nichols N.B.: Optimum settings for automatic controllers. Transactions of the ASME 64: pp.759-768, 1942.
- [2] Sundarsen K.R., Prasad C.C., Krishnaswamy P.R.: Evaluating parameters from process transients. Industrial and Eng. Chemistry Process Design and Development, 17:237-p. 241, 1978.
- [3] Skoczowski S.: Eine Bemerkungen zur Approximierung von Regelstrecken mit Ausgleich Regelungstechnik, 7, 1983.
- [4] Żuchowski A.: O pewnej metodzie wyznaczania parametrów modelu Strejca. PAK, 10/1993.
- [5] Papliński J.: Wykorzystanie modelu Strejca dla tworzenia pochodnych modeli dynamiki liniowych obiektów. Rozprawa doktorska. Politechnika Szczecińska, 1996.
- [6] Żuchowski A.: Wyznaczanie parametrów rozszerzonego modelu Strejca w oparciu o pomiar charakterystyki skokowej. PAK, nr 7, 2000.
- [7] Hoczek T.: Identyfikacja prostych modeli poprzez literowany algorytm genetyczny. PAK, nr 10, 2012.

otrzymano / received: 11.04.2013

przyjęto do druku / accepted: 03.11.2014

artykuł recenzowany / revised paper