

Разработка математической модели собственных частот колебаний цилиндрических втулок судового дизеля

Development of mathematical models for the natural frequency of cylinder liner marine Diesel

Aleksander Valishin, Andrzej Adamkiewicz

Maritime University of Szczecin
70-500 Szczecin, ul. Way Chrobrego 1–2, e-mail: kdim@am.szczecin.pl

Key words: cylinder liner, diesel, vibration characteristics, mathematical models, deformation, cylinder liner mounting, cylinder block

Abstract

This paper presents the results of analytical studies on determination of vibration characteristics of cylinder liners of diesel engines based on the development and application of mathematical models. Mathematical relationships for cyclic deformations in a longitudinal cylinder sleeve for circumferential and radial directions have been developed. Sufficient convergence of the model with the results of practical measurements given in the literature has been shown.

Введение

Важными характеристиками, определяющими эксплуатационную надежность цилиндрических втулок дизелей, являются величины частоты собственных колебаний втулок, возникающих в результате соударения втулки с поршнем при переключении шатуна через крайние положения (верхнюю и нижнюю мертвые точки). Значения частот колебаний, возбуждаемых в материале цилиндрических втулок, являются определяющими факторами условий возникновения кавитации в охлаждающей жидкости, что приводит к значительному коррозионно-эрозионному разрушению втулок. Возникающие колебания становятся причиной деформаций втулки, осуществляющихся в окружном, поперечном и радиальном направлениях. Возникающие в результате вибраций деформации втулки имеют знакопеременный характер и приводят к усталостному разрушению материала втулок. Это чаще всего проявляется в возникновении усталостных трещин в посадочных и уплотнительных буртах втулок.

За исключением самых ранних работ [1], где для аналитического определения собственной частоты колебаний системы втулка-поршень применялся способ определения частот поперечных колебаний невесомой балки с одной сосредоточенной массой, все авторы используют в качестве физической модели втулки тонкостенную цилиндрическую оболочку. При этом в работах, посвященных кавитационному износу, находятся аналитические выражения для частот и амплитуд свободных колебаний, а при расчетах циклических напряжений используются численные математические методы (метод конечных элементов). Определение вибрационных характеристик цилиндрических втулок дизелей приведено в работах [2, 3], где на основе разработанных математических моделей дана возможность их аналитического определения. Задачей дальнейшего развития теории является конкретизация методов математического моделирования для различных типов двигателей внутреннего сгорания. При этом ставится задача учета существенных факторов,

влияющих на формы и амплитуды колебательных движений. В первую очередь, это учет реальных условий посадки втулки в блок путем задания соответствующих краевых условий, от которых зависит форма колебаний втулки, а также определение амплитуд вибрационных смещений с учетом воздействия на стенки втулки силы газового давления, меняющейся в ходе рабочего цикла.

Полученные в результате проведенных исследований результаты должны стать основой для разработки демпфирующих устройств, позволяющих понижать значения характеристик вибрации цилиндрических втулок до значений, не превышающих порог кавитации. Кроме того, для эксплуатируемых дизелей необходимо создать качественно новые методы защиты охлаждаемых поверхностей, обеспечивающие их защиту от кавитационной эрозии.

Расчет собственных частот и форм колебаний втулки в случае жесткой заделки по нижнему посадочному поясу и свободной опоры по верхнему опорному бурту

Способ монтажа втулки в блок цилиндра определяет выбор граничных условий для функции $\psi(x)$, описывающей форму колебаний вдоль оси цилиндра. Посадка верхнего пояса втулки выполняется с зазором, определяющимся из условий разности температур втулки цилиндра и рубашки. Необходимое давление на плоскость опорного фланца обеспечивается затягом шпилек крышки. Поэтому верхний край расчетной оболочки можно считать жестким только в своей плоскости, что соответствует условию неподвижной свободной опоры. Что касается нижнего сочленения цилиндрической втулки с рубашкой, то в нижнем посадочном поясе осуществляется посадка на уплотнительные кольца. В известном приближении такое закрепление можно считать абсолютно жестким и принять на нижнем крае условия полностью защемленного края или защемленного края, свободного в продольном направлении. Соответствующая расчетная схема приведена на рисунке 1. Тогда на верхней границе $x=0$ будет выполняться условие отсутствия радиальных, окружных и продольных перемещений $w=0$, $v=0$, $u=0$, и изгибающих моментов $m_x=0$, где:

$$m_x = D_{uu}(\kappa_x + \mu\kappa_\varphi) \quad (1)$$

С учетом выражений для кривизны в продольном и окружном направлениях:

$$\kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_\varphi = -\frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) \quad (2)$$

получим из (3.6)–(3.8) граничные условия при $x=0$:

$$\psi(0) = 0, \quad \left. \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

На нижней границе $x=L$, соответствующей положению нижнего посадочного пояса втулки, в приближении полностью защемленного края отсутствуют все три компонента смещений $w=0$, $v=0$, $u=0$, и выполняется условие равенства нулю поворотов поперечных сечений элементов оболочки $\partial w / \partial x = 0$, откуда следует:

$$\psi(L) = 0, \quad \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (4)$$

Подставляя в заданные граничные условия выражение для $\psi(x)$, получим систему уравнений относительно неизвестных констант C_1, C_2, C_3, C_4 :

$$\psi(0) = C_1 + C_2 = 0 \quad (5)$$

$$\left. \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right|_{x=0} = k^2(C_1 - C_2) = 0 \quad (6)$$

$$\psi(L) = C_1 \operatorname{ch} kL + C_2 \cos kL + C_3 \operatorname{sh} kL + C_4 \sin kL = 0 \quad (7)$$

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=L} = k(C_1 \operatorname{sh} kL - C_2 \sin kL + C_3 \operatorname{ch} kL + C_4 \cos kL) = 0 \quad (8)$$

Полученная система четырех однородных уравнений имеет нетривиальные решения C_1, C_2, C_3, C_4 , если выполнено условие равенства нулю определителя системы:

$$\tan kL - \operatorname{th} kL = 0 \quad (9)$$

Решение этого уравнения может быть получено численно или графическим путем. Можно показать, что

$$k_m \approx \frac{4m+1}{4} \frac{\pi}{L} \quad (10)$$

$m=1,2,3,\dots$ – число полуволн вдоль оси x , с точностью до третьего знака для $m=1$, с ростом m точность выражения (10) увеличивается.

Из решения системы уравнений относительно C_1, C_2, C_3, C_4 находим:

$$C_1 = C_2 = 0, C_3 = -C_4 \frac{\sin kL}{\operatorname{sh} kL}.$$

Тогда функция радиальных смещений для рассматриваемого способа заделки втулки в цилиндрический блок представляет собой суперпозицию стоячих волн

$$w(x, \varphi, t) = \sum_n \sum_m A_m \left(-\frac{\sin k_m L}{\operatorname{sh} k_m L} \operatorname{sh} k_m x + \sin k_m x \right) \cos n\varphi \sin \omega_m t \quad (11)$$

где:

$$k_m = \frac{4m+1}{4} \frac{\pi}{L}; A_m - \text{амплитуда } m\text{-й гармоники.}$$

Выражения для компонент окружных и продольных смещений соответственно:

$$v(x, \varphi, t) = -\sum_n \sum_m \frac{A_m}{n} \left(-\frac{\sin k_m L}{\operatorname{sh} k_m L} \operatorname{sh} k_m x + \sin k_m x \right) \sin n\varphi \sin \omega_m t \quad (12)$$

$$u(x, \varphi, t) = -\sum_n \sum_m \frac{A_m R}{n^2} \left(-\frac{\sin k_m L}{\operatorname{sh} k_m L} \operatorname{ch} k_m x + \cos k_m x \right) \cos n\varphi \sin \omega_m t \quad (13)$$

Наименьшей частоте соответствует форма с одной полуволной в продольном направлении $m=1$ (безузловая форма в продольном направлении). Поскольку в случае однородных краевых условий частота ω_m зависит лишь от некоторого одного параметра n , характеризующего число окружных волн деформации [2], тогда в рядах (11)–(13) возможно опустить суммирование по n .

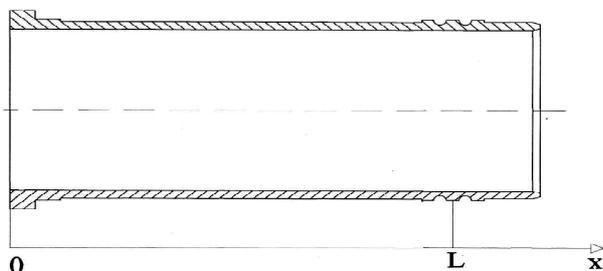


Рис. 1. Расчетная схема втулки со свободной опорой верхнего бурта и жесткой заделкой нижнего посадочного пояса

Для проверки адекватности предложенной математической модели определения собствен-

ных частот колебаний втулок были проведены расчеты для втулки дизеля типа 4Ч 8,5/11 при тех же краевых условиях, что и в базовой методике. Геометрические размеры втулки 4Ч 8,5/11 приведены на рисунке 2. Исходные данные для расчета частоты собственных колебаний приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1. Механические характеристики цилиндрической втулки в дизелях 4Ч 8,5/11

Наименование	Обозначение	Численное значение	Размерность
Модуль упругости материала (модуль Юнга, чугун)	E	$1,4 \cdot 10^{11}$	Н/м ²
Коэффициент Пуассона	μ	0,25	–
Внутренний радиус втулки	$R_{\text{внут}}$	42,5	мм
Длина втулки	L	210	мм
Толщина стенок втулки без учета неоднородностей	δ	4	мм
Плотность материала втулки (чугун)	ρ	7840	кг/м ³

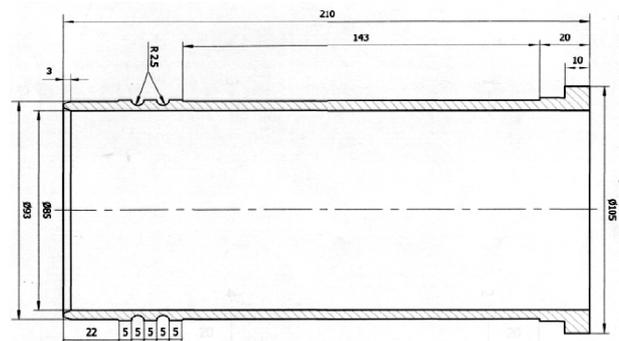


Рис. 2. Втулка дизеля 4Ч8,5/11

Таблица 2. Линейные размеры неоднородностей по толщине стенки втулки

Местоположение	Длина $l_{\text{ин}}$ [мм]	Толщина стенки $\delta_{\text{ин}}$ [мм]
1 кольцо верхнего опорного пояса	10	10
2 кольцо верхнего опорного пояса	10	5
1, 2, 3 кольцо нижнего опорного пояса	5	5
Уплотнительные канавки нижнего опорного пояса	5	2,1
Фаска	3	3

В соответствии с методикой [1] для заданных размеров втулки дизеля типа 4Ч8,5/11 была определена эквивалентная толщина стенки $d = 4,45$ мм и эквивалентная длина аксиальной волны $\lambda = 0,678$, исходя из которых по соотношению:

$$f_{cs} = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{E\Delta}{\rho(1-\sigma^2)}} \quad [\text{Гц}] \quad (14)$$

была рассчитана частота собственных колебаний для первой гармоники $m=1$, $n=2$: $f_{cs1} = 1871$ Гц. В выражении (14) обозначены символами:

- a – средний радиус цилиндра;
- E – модуль Юнга материала цилиндра;
- ρ – плотность материала;
- σ – коэффициент Пуассона;
- Δ – частотный коэффициент, зависящий от условий заделки краев цилиндра.

Данное уравнение получено из уравнений Лагранжа, записанного для трех независимых переменных, описывающих изменение амплитуд радиальных и аксиальных смещений во времени, что эквивалентно использованию вариационного принципа Гамильтона-Остроградского. Согласно рассматриваемой методике, формы смещений вдоль оси цилиндра задаются заранее как известные функции в зависимости от выбранных условий заделки краев цилиндра. Преобразуя выражение частоты собственных колебаний втулки [4] для случая ее жесткой заделки в нижнем посадочном поясе и свободной опоре верхнего опорного бурта в цилиндрической блоке, получим выражение:

$$\omega_m^2 = \frac{\left(m\pi \frac{R}{L}\right)^4 + \frac{D_{uu}}{R^2 E \delta} (n^2 - 1)^2 n^4}{\frac{\rho \delta_\Sigma}{E \delta} R^2 \left(\left(m\pi \frac{R}{L}\right)^2 + (n^2 + 1) n^2 \right)} \quad (15)$$

где:

- $m = 1, 2, 3, \dots$ – число полуволн вдоль оси x ;
- δ_Σ – суммарная толщина оболочки определяется с учетом всех неоднородностей по толщине стенок цилиндра:

$$\delta_\Sigma = \frac{1}{L} \sum_i f_{ui} \quad (16)$$

f_{ui} – площадь сечения каждой отдельной части, имеющей свою толщину стенки (опорный пояс, углубление, фаска и т.п.).

Расчет частоты первой моды $m=1$, $n=2$ собственных колебаний по формуле (15) с учетом соотношения $f_{cs1} = \omega_1/2\pi$ дает значение для случая свободных опор краев цилиндра $f_{cs1} = 1874$ Гц.

Для втулки дизеля 4Ч 8,5/11 расчетная длина цилиндра составит $L = 188$ мм от верхнего края втулки до нижнего посадочного пояса. Область

за нижним посадочным поясом будет иметь свободный нижний край и жесткую заделку сверху. При необходимости область втулки за нижним посадочным поясом можно рассмотреть отдельно, но поскольку она находится за пределами полости охлаждения, интереса в плане определения интенсивности процессов кавитационного разрушения поверхностей эта область не представляет. Основные расчетные величины, необходимые для определения частот собственных колебаний, приведены в табл. 3.

Таблица 3. Геометрические размеры цилиндрической втулки дизеля 4Ч 8,5/11

Наименование расчетной величины	Обозначение	Численное значение	Размерность
Суммарная толщина оболочки с учетом площадей неоднородностей	$\delta_\Sigma = \frac{1}{L} \sum_i f_{ui}$	4,352	мм
Эффективная толщина стенок цилиндра	δ_{ui}	4,45	мм
Цилиндрическая жесткость	D_{uu}	$1,09 \cdot 10^3$	Н·м

Полученный на основании соотношения (15) спектр собственных частот представлен в табл. 4, $m = 1, 2, 3, \dots$ – число полуволн в продольном направлении, соответствующее значение волн в окружном направлении n выбрано исходя из минимального значения частоты колебаний данной продольной формы. Диаграмма спектра собственных частот и соответствующие им формы радиальных смещений представлены на рис. 3 и 4. Амплитуды каждой из гармоник определены с точностью до постоянного множителя, зависящего от величины внешнего силового воздействия, вызывающего колебания, и частоты соответствующей гармоники.

Таблица 4. Спектр собственных частот втулки дизеля типа 4Ч 8,5/11 в случае свободной опоры верхнего посадочного пояса и жесткой заделки в районе нижнего посадочного пояса

$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi}$, Гц	$m=1, n=2$	$m=2, n=3$	$m=3, n=4$	$m=4, n=4$
	2996	5408	8260	10792

Если принять приближение жесткой заделки втулки по обоим посадочным поясам, то частоты собственных колебаний возрастут по сравнению с частотами, полученными в приближении свободной опоры верхнего бурта втулки. Повышение расчетных частот при переходе от условий свободных опор к условиям жесткой заделки было получено и в рамках [1].

Результаты расчетов спектра собственных частот для втулки дизеля 4Ч 8,5/11, имеющей жесткую заделку в районе верхнего и нижнего посадочных поясов, представлены в табл. 5. Диаграмма спектра собственных частот и соответствующие им формы радиальных смещений показаны на рис. 3 и 4.

Таблица 5. Спектр собственных частот втулки дизеля типа Ч 8,5/11 в случае жесткой заделки верхнего посадочного пояса и жесткой заделки в районе нижнего посадочного пояса

$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi}, \text{ Гц}$	$m = 1, n = 3$	$m = 2, n = 3$	$m = 3, n = 4$	$m = 4, n = 5$
	3772	6715	8979	11998



Рис. 3. Спектр частот собственных колебаний втулки 4Ч8,5/11 в случае свободной опоры верхнего бурта и жесткой заделки нижнего посадочного пояса

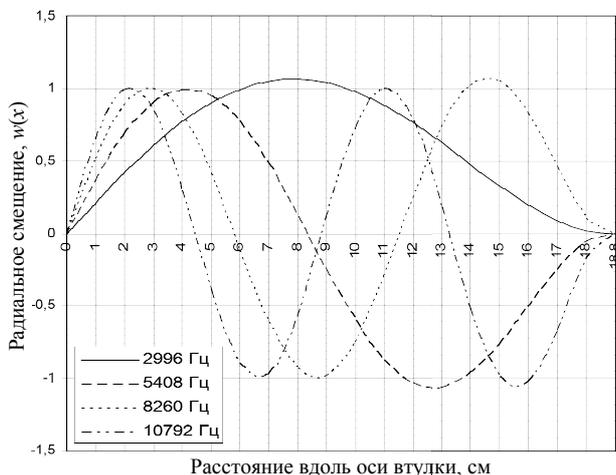


Рис. 4. Формы радиальных смещений в случае свободной опоры верхнего бурта и жесткой заделки нижнего посадочного пояса втулки

Выводы

Экспериментально определенная на работающем двигателе частота собственных колебаний втулки 4Ч 8,5/11 составляет, согласно [1], $f_{c\delta 1} = 1100 \text{ Гц}$. Для объяснения расхождения

полученных расчетных данных с данными эксперимента, необходимо учесть ряд дополнительных факторов, не отраженных в изложенной выше методике.

Прежде всего, расчет по предлагаемой методике ведется для холодной втулки, находящейся в воздушной среде. Температурные поля втулки, находящейся в рабочих условиях, создают дополнительные напряжения, что приводит к снижению частот собственных колебаний по сравнению с холодным состоянием детали. Кроме того, омывающая втулку вода также участвует в процессе колебаний, что учитывается коэффициентом присоединенной массы воды. Частота свободных колебаний втулки, омываемой водой, будет ниже частоты, определенной в случае воздушной среды. Для втулки 4Ч8,5/11 коэффициент присоединенной массы воды составляет 1,32 [1].

Дополнительным фактором, оказывающим влияние на фактическую частоту колебаний втулки, является неабсолютная жесткость заземления фланца. Как показывают натурные испытания, проведенные методом динамического тензометрирования [3], фланец втулки осуществляет периодические перемещения относительно блока, вызванные силами от давления газов в цилиндре. Для системы блок-втулка-крышка цилиндра податливость совместным перемещениям в осевом направлении определяется податливостью цилиндрических шпилек. В радиальном направлении происходит не только совместное перемещение контактирующих поверхностей, но и их скольжение относительно друг друга.

Как показано в [4], учет температурного поля уменьшает первую частоту собственных колебаний на 21,7%. Учет неабсолютной заделки фланца можно провести, задав условия жесткого закрепления не в нижнем, а в верхнем срезе бурта втулки. При этом нижний срез бурта будет иметь радиальное смещение относительно блока. Как показывают расчеты, проведенные по этой же методике, но со смещенным условием жесткой заделки, для втулки 4Ч 8,5/11 частота собственных колебаний понижается на 4% по сравнению с абсолютно жесткой заделкой всего бурта ($k_1 = 16,703$). Воспользовавшись этими оценками, с учетом присоединенной массы воды, получим следующее расчетное значение частоты первой гармоники для втулки 4Ч 8,5/11: $f_{c\delta 1} \approx 1260 \text{ Гц}$, что хорошо согласуется с экспериментальными данными для работающего двигателя. Вместе с тем, расчет по предлагаемой методике с учетом упругого

сопротивления уплотнительных колец не искажает реальной формы радиальных смещений вдоль оси цилиндра, как это происходит при расчетах по методике [1], кроме того аксиальная волна синусоидальной формы, получаемая в рамках методики, не отражает действительного распределения амплитуд смещений вдоль оси цилиндра и, соответственно, возникающих вибрационных напряжений в различных областях втулки. Поэтому для определения вибрационных ускорений в охлаждаемой части втулки и решения вопроса о влиянии напряженного состояния детали на локализацию кавитационных разрушений предлагаемая в настоящей работе методика является предпочтительной.

Литература

1. Иванченко Н.Н., Скуридин А.А., Никитин М.Д.: Кавитационные разрушения в дизелях. Машиностроение, Ленинград 1970.
2. Валишин А.Г., Розен Б.С.: Колебания цилиндрических втулок и предотвращение кавитации в системах охлаждения дизелей. БГАРФ, Калининград 2010.
3. Пахолко В.В.: Расчет спектра собственных колебаний цилиндрической втулки двигателя. Двигателестроение 1, 1985, 20–28.
4. VALISHIN A., ADAMKIEWICZ A.: Determination of cylinder liner free vibration frequencies in diesel marine engines- Journal of Polish Cimac. Journal of Polish CIMAC, Diagnosis, reliability and safety 7, 2, Gdańsk 2012, 227–234.