

# Doskonalenie modelu matematycznego niskoprądowego wyładowania elektrycznego

## Совершенствование математической модели слаботоочного электрического разряда

*Представлено wyniki badań zależności długości wyładowania od czasu, określono i doprecyzowano współczynniki matematycznego modelu wyładowania łukowego.*

*Представлены результаты исследований зависимости длины разряда от времени, определены и уточнены коэффициенты математической модели дугового разряда.*

### 1. WSTĘP

---

W pracach wielu badaczy rozpatrywane jest zagadnienie obliczeniowej oceny iskrobezpieczeństwa obwodów elektrycznych. W takim przypadku jednym z najbardziej skomplikowanych zadań, powstrzymujących dalszy rozwój metod obliczeniowych, jest wiarygodne modelowanie matematyczne wyładowania łukowego. Charakterystyka prądowo-napięciowa łuku elektrycznego w powietrzu jest opisywana półempirycznym wzorem Айртон'a [1], który, po pewnych uproszczeniach, można zapisać w postaci [2]:

gdzie:

- $u, i$  – odpowiednio napięcie i prąd wyładowania;
- $U_0$  – suma spadków napięcia na katodzie i anodzie, zwana początkowym spadkiem napięcia przy wyładowaniu;
- $l$  – długość wyładowania;
- $a$  i  $b$  – współczynniki odpowiednio uderzeniowej i termicznej jonizacji gazu.

Chociaż charakterystyka napięciowo-prądowa łuku elektrycznego została otrzymana przez Айртон'a kilkadziesiąt lat temu, to samo wyrażenie analityczne nie uległo zmianom do chwili obecnej, a prace kolejnych badaczy [2-4] były ukierunkowane na precyzyjne określenie wielkości początkowego spadku napięcia

### 1. ВСТУПЛЕНИЕ

---

В работах многих исследователей рассмотрены вопросы расчетной оценки искробезопасности электрических цепей. При этом одной из наиболее сложных задач, сдерживающих дальнейшее развитие расчетных методов, является достоверное математическое моделирование дугового разряда. Вольтамперная характеристика электрической дуги в воздухе описывается полуэмпирической формулой Айртон [1], которую после некоторого упрощения можно записать в виде [2]:

$$u = U_0 + l \cdot \left( a + \frac{b}{i} \right) \quad (1)$$

где

- $u, i$  – соответственно напряжение и ток разряда;
- $U_0$  – сумма катодного и анодного падений напряжения, называемая начальным падением напряжения на разряде;
- $l$  – длина разряда;
- $a$  и  $b$  – коэффициенты соответственно ударной и тепловой ионизации газа.

Несмотря на то, что вольтамперная характеристика электрической дуги получена Айртон несколько десятилетий назад, само аналитическое выражение не претерпело изменений до настоящего времени, и работы исследователей [2-4] были направлены на уточнение величины начального

przy wyładowaniu, długości wyładowania i współczynników jonizacji gazu. Jednakże w obecnym czasie istnieją następujące trudności związane z obliczeniami wyładowań związanych z rozwieraniem styków i zrozumieniem zachodzących w tym czasie procesów:

- zadowalające wyniki daje modelowanie długości wyładowania za pomocą zależności liniowej ze stałą prędkością, chociaż odległość pomiędzy stykami zmienia się zgodnie z zależnością oscylacyjną [3];
- zgodnie z badaniami oscylograficznymi, większość wyładowań elektrycznych podczas rozwierania styków kończy się przy spadku prądu wyładowania do zera, natomiast ocena obliczeniowa z wykorzystaniem wzoru (1) prowadzi do wniosku, że zakończenie wyładowań elektrycznych następuje zawsze skokowo w momencie spadku prądu wyładowania poniżej pewnej niestąlej wartości;
- nie uwzględnia się bezwładnościowych właściwości plazmy wyładowania, co nie pozwala na wyjaśnienie procesu dejonizacji plazmy wyładowania, stwierdzonego eksperymentalnie [4].

## 2. ZADANIA BADAWCZE

Dlatego w niniejszej pracy badano zagadnienia związane ze zmianą długości wyładowania łukowego podczas rozwierania styków, z uwzględnieniem bezwładności (inercji) jonizacji termicznej oraz podjęto próbę doprecyzowania współczynników uderzeniowej i termicznej jonizacji dla modelu wyładowania z uwzględnieniem tych czynników.

## 3. BADANIE PARAMETRÓW MODELU MATEMATYCZNEGO WYŁADOWANIA ŁUKOWEGO

Wizualne badanie wyładowań łukowych podczas rozwierania styków w obwodach iskrobezpiecznych lub prawie iskrobezpiecznych (bliskich iskrobezpiecznym) jest utrudnione z powodu krótkiego czasu trwania i małej długości wyładowania. Wyładowania w obwodzie indukcyjnym z napięciem 24 V, indukcyjnością 1 H i prądem 110 mA powodują, że słup plazmy wyładowania nie jest prostoliniowy, dlatego długość wyładowania nie jest taka sama, jak odległość pomiędzy elektrodami.

Na fotografiach (rys. 1, 2) wyładowań, wytworzonych za pomocą wysokonapięciowej samochodowej cewki zapłonowej, dobrze widać, że przy stałej odległości pomiędzy elektrodami, długość i położenie słupa plazmy w przestrzeni są niestabilne. Długość wyładowania może znacznie przewyższać odległość pomiędzy elektrodami.

падения напряжения на разряде, длины разряда и коэффициентов ионизации газа. Однако и в настоящее время возникают следующие трудности при расчетах разрядов размыкания и понимании происходящих процессов:

- удовлетворительные результаты дает моделирование длины разряда линейным законом с постоянной скоростью, хотя расстояние между контактами изменяется по колебательному закону [3];
- большинство дуговых электрических разрядов размыкания согласно осциллографическим исследованиям прекращаются при снижении тока разряда до нуля, а при расчетной оценке с использованием формулы (1) прекращение электрических разрядов происходит всегда скачкообразно при снижении тока разряда ниже некоторого непостоянного значения;
- не учитываются инерционные свойства плазмы разряда, что не позволяет объяснить существования процесса деионизации плазмы разряда, установленного экспериментально [4].

## 2. ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

В связи с изложенным, в настоящей работе изучались вопросы изменения длины дугового разряда размыкания, учета инерции тепловой ионизации и уточнение коэффициентов ударной и тепловой ионизации математической модели разряда с учетом этих факторов.

## 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДУГОВОГО РАЗРЯДА

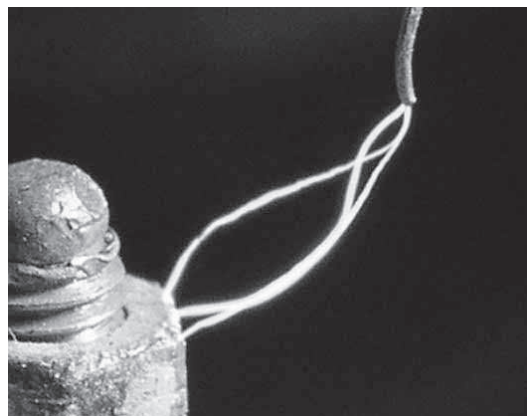
Визуальное изучение дуговых разрядов размыкания в искробезопасных или близких к искробезопасным электрических цепях затруднено малым временем существования и длиной разряда. Однако даже на фотографии разряда в индуктивной цепи напряжением 24 В, индуктивностью 1 Гн и током 110 мА видно, что столб плазмы разряда не является прямолинейным, поэтому длина разряда не совпадает с расстоянием между электродами.

На фотографиях (рис. 1, 2) разрядов, создаваемых высоковольтной автомобильной катушкой зажигания, хорошо видно, что при постоянном расстоянии между электродами длина и пространственное расположение столба плазмы разряда нестабильно. Длина разряда может существенно превышать расстояние между электродами.



Rys. 1. Wyładowanie podczas rozwierania styków w obwodzie indukcyjnym

Рис. 1. Разряд размыкания в индуктивной цепи



Rys. 2. Wyładowanie pomiędzy stykami cewki wysokonapięciowej

Рис. 2. Разряд между контактами высоковольтной катушки

W celu zbadania napięciowo-prądowych charakterystyk wyładowań łukowych podczas rozwierania styków wykonano badania oscylograficzne napięcia na odcinku wyładowania w obwodzie rezystancyjnym (omowym) o napięciu 25 V, przy prądach 0,17, 0,34, 0,5, 1,0, 1,98 i 3,77 A płynących w obwodzie przed komutacją. Przy tym ujemny biegun („minus”) był podawany na elektrodę kadmową, a biegun dodatni („plus”) na elektrodę wolframową, wykonaną z drutu wolframowego o średnicy 0,2 mm i z wolną końcówką o długości 11 mm. Początkowe odchylenie wolnej końcówki drutu wynosiło 2 mm.

Analiza oscylogramów napięcia otrzymanych podczas wyładowania pokazuje, że zachowywany jest jedynie ogólny charakter zależności napięcia na łuku podczas wyładowania od czasu. Czasy trwania wyładowań dla pięciu oscylogramów, otrzymanych dla każdego prądu, układają się w określone zakresy zmienności. Jednakże żadne z charakterystyk oscylogramów napięcia na łuku podczas wyładowania nie powtarzała się, pomimo jednakowych warunków komutacji. Można to wyjaśnić niestabilnością położenia słupa plazmy w przestrzeni, co objawia się w postaci niestabilności długości wyładowania. Na tej podstawie można wyrazić pogląd, że prawo zmienności długości wyładowania zawiera w pewnym stopniu wartość losową, a spowodowane jest to faktem, że w obecnym czasie nie mamy możliwości opisanego reguły zmienności dla tego procesu.

Porównanie obliczeniowych i eksperymentalnych wartości napięcia na łuku podczas wyładowania pokazuje, że chociaż długość odcinka wyładowania zmienia się według zasady oscylacyjnej, przedstawionej w pracy [3], to bardziej wiarygodne jest modelowanie prawa zmienności długości wyładowania za pomocą modelu liniowego ze stałą prędkością.

Jest oczywiste, że jonizacja termiczna gazu w czasie wyładowania, czyli powstawanie naładowanych cząstek w wyniku nagrzewania gazu, ma charakter

Dla изучения вольтамперных характеристик дуговых разрядов размыкания проведено осциллографирование напряжения на разрядном промежутке в омической цепи напряжением 25 В при токах в цепи до коммутации 0,17; 0,34; 0,5; 1,0; 1,98 и 3,77 А. При этом «минус» подавался на кадмиевый электрод, а «плюс» - на вольфрамовый, изготовленный из вольфрамовой проволоки диаметром 0,2 мм со свободным концом длиной 11 мм. Начальное отклонение свободного конца проволоки составляло 2 мм.

Анализ осциллограмм напряжения на разряде показывает, что сохраняется только общий характер зависимости напряжения на разряде во времени. Длительности разрядов на пяти осциллограммах, снятых для каждого тока, укладываются в определенные диапазоны изменения. Однако ни одна из осциллограмм напряжения на разряде не повторилась, несмотря на одинаковые условия коммутации. Это можно объяснить нестабильностью пространственного расположения столба плазмы разряда, что проявляется в нестабильности длины разряда. Таким образом, можно говорить о том, что закон изменения длины разряда содержит в определенной степени случайную величину и вызвано это тем, что в настоящее время мы не имеем возможности описать закономерности этого процесса.

Сравнение расчетных и экспериментальных значений напряжения на разряде показывает, что хотя длина разрядного промежутка изменяется по колебательному закону, приведенному в работе [3], более достоверным является моделирование закона изменения длины разряда с помощью линейной модели с постоянной скоростью.

Ясно, что тепловая ионизация газа в разряде, то есть образование заряженных частиц в результате его нагрева носит инерционный характер. Причем

bezwładnościowy (inercyjny). Przy czym procesem inercyjnym jest zarówno nagrzewanie gazu, jak i jego ochładzanie (stygnięcie). W pracy [4] przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych procesu dejonizacji plazmy. Te wyniki potwierdzają, że w przypadku wydzielenie się w czasie wyładowania maksymalnej energii, przy której nie zachodzi zapalenie się 20% mieszanki wodorowo-powietrznej, czas, niezbędny do dejonizacji plazmy, wynosi około 3  $\mu$ s, a dla 8,3% mieszanki metanowo-powietrznej – 8  $\mu$ s.

Dlatego we wzorze (1) składowa odpowiadająca termicznej jonizacji powinna zawierać prąd wyładowania z uwzględnieniem bezwładności (inercji) zmienności stanu cieplnego gazu  $i_T(t)$ . Proces jest analogiczny do ładowania kondensatora o pojemności  $C$  od napięcia o dowolnym przebiegu  $u(t)$  przez rezystor o oporności  $R$ . Podawane napięcie  $u(t)$  i napięcie na kondensatorze  $u_c(t)$  są związane następującą zależnością:

$$u(t) = RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t). \quad (2)$$

Zależności  $u(t)$  oraz  $u_c(t)$  przedstawimy w postaci:

$$\begin{aligned} u(t) &= n \cdot i(t), \\ u_c(t) &= n \cdot i_T(t). \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie  $n$  – współczynnik, równy 1 V/A.

Oznaczając przez  $\tau$  stałą czasową jonizacji cieplnej, analogicznie do stałej czasowej w obwodzie ładowania kondensatora  $RC$ , otrzymamy wyrażenie opisujące prąd wyładowania:

$$i_p(t) = \tau \frac{di_T(t)}{dt} + i_T(t). \quad (4)$$

Układ równań, opisujących charakterystykę napięciowo-prądową wyładowania, przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} u_p(t) &= U_0 + \left(a + \frac{b}{i_T(t)}\right) \cdot I_p(t), \\ i_p(t) &= \tau \frac{di_T(t)}{dt} + i_T(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Pomimo prostoty, drugiego równania układu (5) nie da się rozwiązać w postaci analitycznej, lecz można je w prosty sposób zamodelować i rozwiązać za pomocą metod numerycznych.

Metodą kolejnych przybliżeń zostały określone współczynniki  $a$ ,  $b$  oraz  $\tau$  dla modelu wyładowania (5) na podstawie najlepszej zbieżności eksperymentalnych i obliczeniowych zależności dla zmian napięcia na łuku wyładowania od czasu. Przy tym przyjęto, że początkowy spadek napięcia na łuku wyłado-

inercyjnym jest jak nagrzewanie gazu, tak i jego ochładzanie. В работе [4] приводятся результаты экспериментальных исследований процесса деионизации плазмы. Они свидетельствуют о том, что при выделении в разряде максимальной энергии, при которой не происходит воспламенения 20% водородно-воздушной смеси, время, необходимое для деионизации плазмы, составляет примерно 3 мкс, а 8,3 % метано-воздушной смеси – 8 мкс.

Поэтому в формуле (1) составляющая тепловой ионизации должна содержать ток разряда с учетом инерции изменения теплового состояния газа  $i_T(t)$ . Процесс аналогичен заряду конденсатора емкостью  $C$  напряжением произвольной формы  $u(t)$  через резистор сопротивлением  $R$ . Подаваемое напряжение  $u(t)$  и напряжение на конденсаторе  $u_c(t)$  связаны следующей зависимостью

Представим  $u(t)$  и  $u_c(t)$  в виде:

где  $n$  – коэффициент, равный 1 В/А.

Обозначив через  $\tau$  постоянную времени тепловой ионизации, аналогичную постоянной времени цепи заряда конденсатора  $RC$ , получим ток разряда

Система уравнений, описывающих вольтамперную характеристику разряда, примет вид

Несмотря на простоту, второе уравнение системы (5) в аналитическом виде не решается, но просто моделируется и решается численными методами.

Методом последовательных приближений определены коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $\tau$  модели разряда (5) по наибольшей сходимости экспериментальных и расчетных зависимостей изменения напряжения на разряде во времени. При этом начальное падение напряжения на разряде  $U_0$

wania  $U_0$  wynosi 10 V, a prędkość zmiany długości wyładowania jest stała i wynosi 3 m/s. Określono, że wartości współczynników jonizacji uderzeniowej  $a$  i termicznej  $b$  oraz stała czasowa  $\tau$  wynosiły odpowiednio 34500 V/m, 7500 V·A/m oraz 1  $\mu$ s.

Dla ponad 600 oscylogramów otrzymanych dla napięcia i prądu wyładowania w obwodach rezystancyjnych (omowych) dla wartości komutowanych (wyłączanych) prądów od 130 mA do 3,77 stwierdzono, że dla dominującej większości wyładowań proces ich zakończenia zachodził w sposób płynny, a nie skokowy, jak zakładano wcześniej w pracach wielu badaczy. Natomiast jednostkowe przypadki wyładowań przeprowadzonych przy małych komutowanych prądach, które kończyły się prawie skokowo, można wyjaśnić faktem, że w przypadku tych wyładowań w ich końcowej fazie obserwowany jest nienormalny wzrost napięcia. Świadczy to o zwiększeniu długości wyładowania, „pęcznieniu” słupa plazmy wyładowania, po czym w obwodzie brakuje już napięcia do wytworzenia nośników prądu w wyładowaniu i umożliwienia jego kontynuacji.

Wykonano obliczenia współczynnika korelacji dla prawdopodobieństwa (poziomu ufności) 0,95 i dla eksperymentalnych i obliczeniowych wartości napięcia na łuku wyładowania przy komutowanych (wyłączanych) prądach równych 0,34, 0,5 i 3,77 A. Wyniki obliczeń są przedstawione w tabeli 1.

przyjmowało się równym 10 V, a szybkość zmiany długości rozряда – stałą i równą 3 m/s. Określono, że wartości współczynników jonizacji uderzeniowej  $a$  i termicznej  $b$  oraz stała czasowa  $\tau$  wynosiły odpowiednio 34500 V/m, 7500 V·A/m i 1  $\mu$ s.

Из более чем 600 осциллограмм напряжения и тока разрядов в омических цепях при коммутируемых токах от 130 мА до 3,77 А в подавляющем большинстве разрядов процесс их завершения происходит плавно, а не скачкообразно, как полагалось ранее в работах многих исследователей. А единичные случаи разрядов при малых коммутируемых токах, заканчивающихся почти скачкообразно, объясняются тем, что в этих разрядах на финальной стадии наблюдается аномальное повышение напряжения. Это свидетельствует об увеличении длины разряда, «выпучивании» столба плазмы разряда, после чего напряжения в цепи недостаточно для создания носителей тока в разряде и его продолжения.

Выполнены расчеты коэффициента корреляции при вероятности 0,95 для экспериментальных и расчетных значений напряжения на разряде при коммутируемых токах 0,34; 0,5 и 3,77 А. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Tabela 1.

Zestawienie wyników obliczeń współczynnika korelacji

Komutowany (wyłączany) prąd, [A]	Odchylenie średniokwadratowe	Kwantyl prawdopodobieństwa dla rozkładu Studenta	Współczynnik korelacji
0,34	3,599	1,645	0,959
0,5	3,403	1,645	0,984
3,77	3,013	1,645	0,997

Таблица 1.

Коммутируемый ток, А	Среднеквадратическое отклонение	Квантиль вероятности распределения Стьюдента	Коэффициент корреляции
0,34	3,599	1,645	0,959
0,5	3,403	1,645	0,984
3,77	3,013	1,645	0,997

Obliczenia wykonano z wykorzystaniem następujących danych początkowych: bieżącego czasu oraz eksperymentalnych i obliczeniowych wartości napięcia na łuku wyładowania. Współczynniki korelacji  $k$  mieszczą się w granicach od 0,959 do 0,997, co świadczy o zadowalającej zbieżności wyników obliczeniowych i eksperymentalnych, a także o prawidłowości określenia współczynników jonizacji uderzeniowej  $a$  oraz termicznej  $b$  oraz stałej czasowej  $\tau$  jonizacji cieplnej dla modelu wyładowania.

Расчеты выполнены с использованием исходных данных: текущего времени, экспериментальных и расчетных значений напряжения на разряде. Коэффициенты корреляции  $k$  находятся в пределах от 0,959 до 0,997, что свидетельствует об удовлетворительной сходимости расчетных и экспериментальных результатов, а также правильности определения коэффициентов ударной  $a$  и тепловой  $b$  ионизации и постоянной времени  $\tau$  тепловой ионизации модели разряда.

#### 4. PODSUMOWANIE

Na podstawie wyników przeprowadzonych badań wykazano, że słup plazmy elektrycznego wyładowania łukowego w obwodach niskonapięciowych cechuje się niestabilnym położeniem w przestrzeni, co powoduje pojawienie się czynnika losowego w zależności opisującej zmianę długości wyładowania.

Wyniki badań wskazują na konieczność uwzględnienia bezwładnościowych (inercyjnych) właściwości plazmy wyładowania.

Badania pokazały, że na ich podstawie można określić stałą czasową dla jonizacji cieplnej oraz dokładne wartości współczynników jonizacji uderzeniowej i termicznej dla modelu wyładowania.

##### Literatura

1. Elektronika radiofizyczna. Pod red. N.A. Kancowa. Wydanie Uniwersytetu Moskiewskiego, 1960.
2. Jerygin A.T., Trembickij L.A., Jakowlew W.P.: Metody oceny iskrobezpieczeństwa obwodów elektrycznych. – Moskwa, Nauka, 1984, stron 256.
3. Didenko W.P., Szewczenko F.L.: Obliczenia długości odcinka wyładowania podczas oceny iskrobezpieczeństwa obwodów elektrycznych. // Sposoby i środki zapewnienia bezpiecznych i zdrowych warunków pracy w kopalniach węgla /Zbiór prac naukowych MakNII – 2003, str. 184-187.
4. Kogan E.G.: Sposoby i środki zapewnienia iskrobezpieczeństwa elektrycznego wyposażenia kopalń. – Moskwa, Nierad, 1988, stron 101.

#### IMPROVEMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF LOW-CURRENT DISCHARGE

The article presents the results of research concerning the dependence of the discharge duration on time. The coefficients of a mathematical model of arc discharge were identified and specified.

#### 4. ВЫВОДЫ

Показано, что столб плазмы электрического дугового разряда в низковольтных цепях имеет нестабильное пространственное расположение, что вызывает наличие случайного фактора в законе изменения длины разряда.

Показано необходимость учета инерционных свойств плазмы разряда.

Определена постоянная времени тепловой ионизации и уточнены коэффициенты ударной и тепловой ионизации модели разряда.

##### Литература

1. Радиофизическая электроника. Под ред. Н. А. Капцова, Изд. Московского университета, 1960 г.
2. Ерыгин А. Т., Трёмбицкий Л. А., Яковлев В. П. Методы оценки искробезопасности электрических цепей. – М.: Наука, 1984. 256 с.
3. Диденко В. П., Шевченко Ф. Л. Расчет длины разрядного промежутка при оценке искробезопасности электрических цепей // Способы и средства создания безопасных и здоровых условий труда в угольных шахтах / Сб. науч. тр. МакНИИ, - 2003. С. 184-187.
4. Коган Э. Г. Способы и средства обеспечения искробезопасности рудничного электрооборудования. – М.: Недра, 1988. 101 с.