

Dorota Domagała¹, Mirosława Wesołowska-Janczarek¹, Tomasz Guz²

¹ Katedra Zastosowań Matematyki,

² Katedra Inżynierii i Maszyn Spożywczych

Akademia Rolnicza w Lublinie

LICZEBNOŚĆ PRÓBY W DOŚWIADCZENIU Z WYZNACZANIEM MODUŁU SPRĘŻYSTOŚCI MIĄSZU JABŁEK

Streszczenie

W pracy zastosowano procedurę porządkowania średnich w celu wyłonienia „najlepszych”, pod względem uzyskiwanych wartości modułu sprężystości miąższu jabłek, kombinacji odmiany i czasu składowania. Obliczono prawdopodobieństwa wyboru „najlepszych” kombinacji dla pewnej ustalonej liczebności próbek, a także wyznaczono właściwe liczebności próbek dla z góry zadanych wartości prawdopodobieństw.

Słowa kluczowe: liczebność próby, „najlepsze” populacje, jabłka, moduł sprężystości.

Wprowadzenie i cel pracy

Określenie liczebności próby jest jednym z ważniejszych problemów w modelowaniu eksperymentu. Jedną z sytuacji ustalania liczebności próby, jest ta, w której eksperymentator zainteresowany jest znalezieniem „najlepszych” pod względem danej cechy (tzn. o najwyższej średniej populacyjnej) populacji. Wyboru najlepszych populacji dokonujemy z pewnym prawdopodobieństwem na podstawie estymowanych średnich z próby [Bechhofer 1954, Desu i Raghavarao 1990, Neter i in. 1996]. Prawdopodobieństwo prawidłowego wyboru zależy między innymi od liczby obserwacji danej cechy, potrzebnych do wyznaczenia średnich z próby. Ważne jest zatem takie zaplanowanie wielkości próby, aby prawdopodobieństwo to było jak największe. Powyższą teorię zastosowano do doświadczenia z wyznaczeniem modułu sprężystości miąższu jabłek.

Sprężystość miąższu jabłek w czasie przechowywania chłodniczego ulega zmianom, które zależą między innymi od czasu i warunków przechowywania. Zmiany te jednakże nie mają charakteru ściśle malejącego [Guz 2003].

Cel pracy

Celem pracy było zatem wskazanie tych kombinacji poziomów czynników (czasu składowania i odmiany), dla których otrzymujemy najwyższe średnie modułu sprężystości miąższu jabłek. I w związku z tym określenie takiej liczebności próbek dla wszystkich kombinacji, aby wybór ten został dokonany z wysokim, zadany z góry prawdopodobieństwem. Czynnikiem pierwszym klasyfikacji, odmiany, określony był na czterech poziomach, zaś czynnik drugi, czas składowania, na trzech. Przedstawiona też zostanie dyskusja jak zmienia się i od czego zależy liczebność próby.

Materiał i metody badań

Owoce jabłoni czterech odmian: Gloster, Elise, Ligol i Sampion, podzielono na dwie grupy przechowując w komorze ULO (1,5% O₂, 2,4% CO₂) w temperaturze 1,5-2°C przy wilgotności 92-95% oraz w chłodni w temperaturze 1,5-2°C przy wilgotności 90%. Czas składowania owoców z każdej z grup wynosił 60, 90 i 120. Po pobraniu owoców z komory ULO i chłodni poddawano je kwarantannie termicznej w temperaturze 35°C lub 40°C przez 96 godzin. Następnie przechowywano je w chłodni w temperaturze 6°C i wilgotności 65-70% przez okres 21 dni. Po tym czasie wycinano cylindryczne próbki mięszu, które poddawano testowi ściskania w aparacie Instron 4302 wyznaczając moduł sprężystości.

Reguła selekcji polega na wyznaczeniu populacji odpowiadających najwyższym średnim z prób. Celem jest zatem podział tych średnich na takie dwie grupy, z których jedna zawiera populacje o najwyższych średnich populacyjnych, nazwiemy ją grupą populacji „najlepszych”, zaś druga – pozostałe.

W związku z tym z n obserwacji dla każdej z k populacji wyliczamy średnią z próby. Średnie te porządkujemy rosnąco. Wówczas w odniesieniu do postawionego celu stwierdzamy, że populacje odpowiadające najwyższym średnim z próby należą do grupy „najlepszych”. Interesujące jest w tym momencie prawdopodobieństwo P z jakim to stwierdzenie zostało dokonane.

Zakładamy, że zarówno w jednej jak i drugiej grupie wartości średnich populacyjnych są równe a różnicę między tymi wartościami oznaczmy δ . Zakładamy również, że średnie mają rozkład normalny oraz, że wariancje w każdej populacji są znane i równe σ^2 .

Dla ustalonych wartości średnich populacyjnych i ustalonej wariancji σ^2 prawdopodobieństwo P zależy tylko od liczby obserwacji dla każdej populacji (n) i określone jest wzorem (Bechhofer, 1954):

$$P = s \int_{-\infty}^{\infty} [F(y+d)]^{k-s} [1-F(y)]^{s-1} f(y) dy,$$
$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad f(y) = F'(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}},$$
$$d = \frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma},$$

k – jest liczbą wszystkich populacji, s - liczbą populacji, które chcemy zaliczyć do grupy „najlepszych”. Jako δ podajemy najmniejszą wartość różnicy, która warta jest wykrycia.

Zatem mając dane k , s , δ , σ^2 , n możemy wyliczyć prawdopodobieństwo z jakim dokonujemy podziału na dwie interesujące nas grupy. I odwrotnie, dla danych k , s , σ^2 , δ i P możemy zaplanować właściwą liczebność próby.

W pracy rozpatrywano grupę „najlepszych” populacji, odpowiadających kombinacjom odmiany i czasu składowania, składającą się z 1, 2, 3, 4 i 5 elementów spośród rozważanych 12 kombinacji - oddzielnie dla chłodni i komory ULO dla dwóch temperatur kwarantanny termicznej 35°C i 40°C. W pierwszym kroku wyznaczono prawdopodobieństwa prawidłowego wyodrębnienia grupy „najlepszych” dla pewnej ustalonej liczebności próbek $n=10$, zaś w kroku drugim, dla z góry zadanych wartości prawdopodobieństwa P (0.90; 0.95; 0.99) wyznaczono właściwe liczebności próbek. Jako δ przyjęto dla celów porównawczych dwie wartości 0.5 i 1, o które to wartości miałyby różnić się średnie badanej cechy w wyodrębnionych grupach.

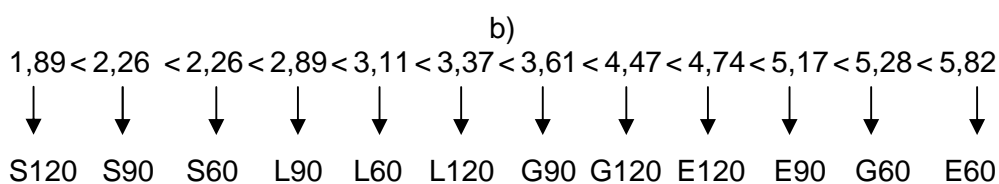
Wyniki i ich analiza

Przedstawiono wyznaczone i uporządkowane rosnąco średnie z prób oraz odpowiadające im kombinacje odmiany i czasu składowania (pierwsza część wyrazu oznacza pierwszą literę nazwy odmiany, zaś druga część oznacza liczbę dni składowania owoców, np. E60 oznacza, że próba została pobrana z owoców odmiany Elise składowanych w przechowalni 60 dni itp.) odpowiednio dla owoców przechowywanych w komorze ULO lub chłodni i poddawanych kwarantannie termicznej w temperaturze 35°C (rys. 1a i 2a) lub 40°C (rys. 1b i 2b).

Tabele 1, 2 przedstawiają wartości prawdopodobieństwa P z jakim dokonano prawidłowego wyboru grupy „najlepszych” populacji, składającej się z s elementów i dla zadanych wartości δ (niektóre wartości prawdopodobieństw zostały odczytane z tablic [Behchofer 1954], pozostałe obliczono). W tabelach 3, 4 umieszczono wyznaczone liczebności prób n odpowiadające zadany wartościom prawdopodobieństwa P .

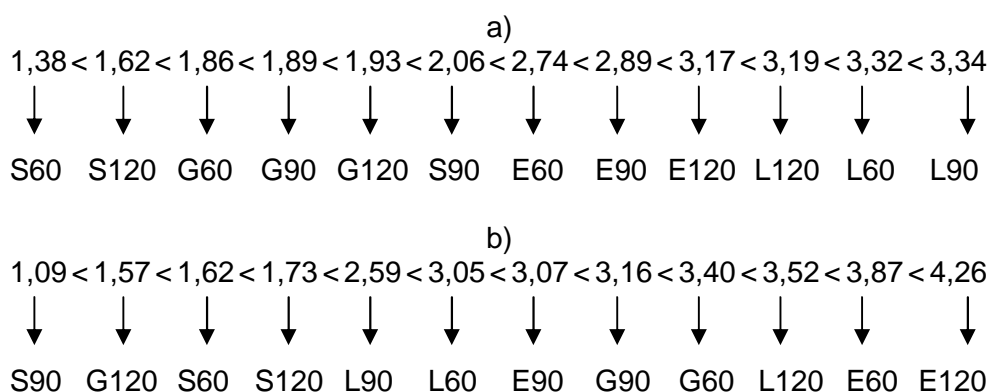
Dla prób pobieranych z owoców przechowywanych w komorze ULO uzyskiwano, dla tych samych wartości pozostałych parametrów oraz temperatury kwarantanny termicznej, niższe wartości prawdopodobieństw niż dla owoców przechowywanych w chłodni tradycyjnej – wiązało się to z wyższą wariancją dla obserwowanych wartości modułu sprężystości owoców z komory ULO. Planowane liczebności prób powinny być wyższe jeśli próbki miąższu pobierane będą z owoców przechowywanych w komorze ULO (tab. 3, 4).

a)																						
1,69	<	2,27	<	2,32	<	2,43	<	2,64	<	3,20	<	3,37	<	4,51	<	4,52	<	4,77	<	4,81	<	4,83
↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓
S120		S60		S90		G90		L120		L60		L90		E90		G90		E60		G120		E120



Rys. 1. Wyznaczone średnie wartości modułu sprężystości [MPa] i odpowiadające im kombinacje odmiany i czasu składowania dla próbek pochodzących z owoców przechowywanych w komorze ULO i poddanych kwarantannie termicznej w temperaturze a) 35°C i b) 40°C

Fig. 1. Determined mean values and corresponding them variety and storage time combinations for the samples of fruits stored in ULO chamber and subjected to thermal quarantine at the temperatures of 35 (a) and 40 (b) deg C



Rys. 2. Wyznaczone średnie wartości modułu sprężystości [MPa] i odpowiadające im kombinacje odmiany i czasu składowania dla próbek pochodzących z owoców przechowywanych w chłodni i poddanych kwarantannie termicznej w temperaturze a) 35°C i b) 40°C

Fig. 2. Determined mean values and corresponding them variety and storage time combinations for the samples of fruits stored in a cold store and subjected to thermal quarantine at the temperatures of 35 (a) and 40 (b) deg C

Tab. 1. Wartości prawdopodobieństwa P prawidłowego wyboru „najlepszych” populacji, przy próbach pobieranych z owoców przechowywanych w komorze ULO i poddanych kwarantannie termicznej w temperaturze a) 35°C ($\sigma = 1,2$) i b) 40°C, ($\sigma = 1,3$)

Table 1. Probability values (P) of proper selection of the “best” populations at samples taken from fruits stored in ULO chamber and subjected to thermal quarantine at the temperatures of (a) 35 deg C ($\sigma=1.2$) and (b) 40 deg C ($\sigma=1.3$)

a)		s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
δ	0,5	0,42	0,23	0,15	0,11	0,09
	1	0,83	0,72	0,65	0,61	0,59

b)		s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
δ	0,5	0,38	0,19	0,12	0,09	0,07
	1	0,77	0,64	0,56	0,51	0,48

Tab. 2. Wartości prawdopodobieństwa P prawidłowego wyboru „najlepszych” populacji, przy próbach pobieranych z owoców przechowywanych w chłodni i poddanych kwarantannie termicznej w temperaturze a) 35°C ($\sigma = 0,8$) i b) 40°C, ($\sigma = 1$)

Table 2. Probability values (P) of proper selection of the “best” populations at samples taken from fruits stored in a cold store and subjected to thermal quarantine at the temperatures of (a) 35 deg C ($\sigma=0.8$) and (b) 40 deg C ($\sigma=1$)

a)		s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
δ	0,5	0,64	0,46	0,37	0,31	0,29
	1	0,98	0,96	0,95	0,94	0,94

b)		s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
δ	0,5	0,50	0,31	0,22	0,17	0,15
	1	0,91	0,85	0,81	0,78	0,77

Tab. 3. Właściwe liczebności próby n , gdy próby pobrane mają być z owoców przechowywanych w komorze ULO i poddawanych kwarantannie termicznej w temperaturze a) 35°C ($\sigma = 1,2$) i b) 40°C, ($\sigma = 1,3$)

Table 3. Proper sample sizes (n) for the samples to be taken from fruits stored in ULO chamber and subjected to thermal quarantine at the temperatures (a) 35 deg C ($\sigma=1.2$) and (b) 40 deg C ($\sigma=1$)

a)

P	δ	s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
0,99	0,5	104	117	123	127	129
	1	26	29	31	32	32
0,95	0,5	68	81	87	91	93
	1	17	20	22	23	23
0,90	0,5	38	57	71	75	77
	1	10	14	18	19	19

b)

P	δ	s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
0,99	0,5	126	142	150	154	156
	1	32	35	37	38	39
0,95	0,5	83	98	106	110	113
	1	21	25	26	28	28
0,90	0,5	46	69	86	91	93
	1	12	17	22	23	23

Tab. 4. Właściwe liczebności próby n , gdy próby pobrane mają być z owoców przechowywanych w chłodni i poddawanych kwarantannie termicznej w temperaturze. a) 35°C ($\sigma = 0,8$) i b) 40°C, ($\sigma = 1$)

Table 4. Proper sample sizes (n) for the samples to be taken from fruits stored in a cold store ULO chamber and subjected to thermal quarantine at the temperatures (a) 35 deg C ($\sigma=1.2$) and (b) 40 deg C ($\sigma=1$)

a)

P	δ	s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
0,99	0,5	48	54	57	58	59
	1	12	13	14	15	15
0,95	0,5	31	37	40	42	43
	1	8	9	10	10	11
0,90	0,5	17	26	33	34	35
	1	4	7	8	9	9

b)

P	δ	s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
0,99	0,5	75	84	89	91	92
	1	19	21	22	23	23
0,95	0,5	49	58	63	65	67
	1	12	15	16	16	17
0,90	0,5	27	41	51	54	55
	1	7	10	13	13	14

Wnioski

Przeprowadzona analiza otrzymanych wyników pozwoliła na sformułowanie poniższych wniosków:

1. Przy wyborze populacji o największych wartościach modułu sprężystości, najwyższe wartości prawdopodobieństwa w zakresie od 0,94 dla 5 populacji do 0,98 dla 1 populacji i różnicy $\delta = 1$, otrzymano dla owoców przechowywanych w chłodni i poddanych kwarantannie termicznej w temperaturze 35°C.

2. Dla owoców przechowywanych w komorze ULO najwyższą średnią modułu sprężystości charakteryzowały się owoce odmiany Elise przechowywane 120 dni (temp. kwarantanny termicznej 35°C) oraz 60 dni (temp. kwarantanny termicznej 40°C). Należy zaznaczyć, że owoce odmiany Elise składowane 60, 90 i 120 dni znalazły się w grupie 5 populacji, które uzyskały najwyższy średni moduł sprężystości dla obydwu temperatur kwarantanny termicznej.
3. Dla owoców przechowywanych w chłodni tradycyjnej najwyższe średnie modułu sprężystości uzyskały owoce odmiany Ligol przechowywane 90 dni (temp. kwarantanny termicznej 35°C) oraz odmiany Elise przechowywane 120 dni (temp. kwarantanny termicznej 40°C)
4. Dla ustalonej liczebności próby, prawdopodobieństwo dokonania prawidłowego wyboru grupy „najlepszych” populacji maleje ze wzrostem liczby populacji mających należeć do tej grupy. Mniejszym wartościom różnic δ odpowiadają mniejsze wartości prawdopodobieństwa.
5. Aby przy z góry zadanym prawdopodobieństwie móc prawidłowo wybrać „najlepsze” populacje wymagana jest większa liczebność prób dla mniejszych wartości δ oraz większej liczby populacji (s).

Bibliografia

- Bechhofer R.E. 1954: A single-sample multiple decision procedure for ranking means of normal populations with known variances. *The Annals of Mathematical Statistics* 25, str 16-39,
- Desu M.M., Raghavarao D. 1990: *Sample size methodology*. Academic Press, INC.,
- Guz T. 2003: Wpływ kwarantanny termicznej na moduł sprężystości mięszu jabłek w okresie przechowywania chłodniczego. *Inżynieria Rolnicza* 7, str. 55-60,
- Neter J., Kutner M.H., Nachtsheim C.J., Wasserman W. 1996: *Applied linear statistical models*. TMHEG Inc.

SAMPLE SIZE IN EXPERIMENT DETERMINING ELSTICITY MODULUS OF THE APPLE FLESH. SELECTION OF OPTIMUM VARIETY AND STORAGE TIME COMBINATION

Summary

Procedure of ordering mean values to point out the “best” ones, considering obtained values of apple flesh elasticity modulus, as well as the variety and storage time combination, was applied in the study. Probability of choosing “best” combination for assumed number of samples was also determined for assumed probability values.

Key words: sample size, “best” populations, apples, modulus of elasticity.