

Damian BURZYŃSKI\*  
Leszek KASPRZYK\*

## MODELOWANIE PRACY AKUMULATORÓW Kwasowo-ołowiowych W STANACH DYNAMICZNYCH

W pracy przedstawiono aspekty związane z modelowaniem elektrochemicznych magazynów energii elektrycznej na przykładzie akumulatorów kwasowo-ołowiowych. Omówiono zasobniki energii najczęściej stosowane obecnie w technice i zestawiono ich podstawowe parametry techniczne. Zaprezentowano szczegółowy model matematyczny ogniwa akumulatora kwasowo-ołowiowego oraz jego parametry. Przedstawiono wzory empiryczne opisujące poszczególne parametry schematu zastępczego ogniwa. Szczególny nacisk położono na problematykę doboru modelu oraz konieczności uwzględniania zjawisk chemicznych (powiązanych z rodzajem modelu) do rozważanego zagadnienia.

SŁOWA KLUCZOWE: akumulatory kwasowo-ołowiowe, modelowanie matematyczne

### 1. WPROWADZENIE

Rozwój cywilizacji, podnoszący się standard życia i postęp technologiczny skutkują z roku na rok coraz większym zapotrzebowaniem na energię elektryczną. Według wielu prognoz w ciągu najbliższych 30 lat zapotrzebowanie na energię może wzrosnąć nawet o 50% w stosunku do chwili obecnej [1]. Fakt ten jest przyczyną gwałtownego rozwoju różnego rodzaju odnawialnych źródeł energii. Niestety wiele z nich charakteryzuje się dużą niestabilnością pracy, z tego powodu istotną staje się problematyka magazynowania energii elektrycznej. Na światowych rynkach zauważyć można wyraźny wzrost popularności magazynów energii elektrycznej w szerokim zakresie zastosowań. W energetyce wykorzystywane są baterie akumulatorów elektrochemicznych (najczęściej kwasowo-ołowiowe) oraz kinetyczne zasobniki energii (np. w celu zasilania awaryjnego oraz w siłowniach wiatrowych). W przypadku układów wykorzystujących energię ze źródeł odnawialnych stosowane są także akumulatory elektrochemiczne nierzadko współpracujące z superkondensatorami. W zastosowaniach mobilnych (skutery, rowery i różnego rodzaju pojazdy elektryczne) stosu-

---

\* Politechnika Poznańska.

je się magazyny elektrochemiczne takie jak kwasowo-ołowiowe, niklowo-metalowo-wodorowe, a także coraz częściej akumulatory litowo-jonowe. Natomiast do zasilania urządzeń elektronicznych codziennego użytku od wielu lat stosuje się w większości przypadków akumulatory litowo-jonowe, niklowo-kadmowe oraz niklowo-metalowo-wodorowe.

Kolejną problematyczną kwestią jest właściwy dobór magazynu energii do odbiornika. Ma to kluczowe znaczenie w przypadku kiedy odbiornik cechuje się trudnym do przewidzenia poborem mocy, jak ma to miejsce np. w samochodach elektrycznych. Niepoprawny dobór magazynu energii elektrycznej skutkować może ich nieoptymalnym wykorzystaniem lub nawet nadmiernym eksploataowaniem, co w przypadku niektórych magazynów przekłada się znacząco na ich trwałość. Biorąc to pod uwagę korzystnym rozwiązaniem jest wykorzystanie modelu matematycznego magazynu energii, który umożliwić może szczegółową analizę jego zachowania i w konsekwencji optymalny dobór. Modele takie stają się coraz bardziej popularne, a ich implementacja jest możliwa z wykorzystaniem coraz większej liczby programów dedykowanych do symulacji inżynierskich, takich jak np. Matlab Simulink, LabVIEW.

Modelowanie pracy zasobników energii jest zagadnieniem aktualnym i ważnym. Świadczy o tym liczba artykułów naukowych poświęcona tej tematyce. Przykładem modelowania kinetycznego zasobnika energii elektrycznej jest praca [2]. Opracowano model służący do wykrywania i łagodzenia zapadów napięcia występujących w systemie zasilania bojowego statku morskiego. Problematyką modelowania pracy akumulatorów elektrochemicznych dla pojazdów elektrycznych i hybrydowych zajęto się w pracy [3]. Modelowanym zasobnikiem energii była bateria składająca się z akumulatorów niklowo-metalowo-wodorowych. Z kolei w pracy [4] opracowano model matematyczny superkondensatora przeznaczonego do odzysku energii w trakcyjnych elektrycznych układach napędowych.

## 2. ZASOBNIKI ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Zasobniki energii elektrycznej najczęściej dzieli się na pięć rodzajów: mechaniczne, elektrochemiczne, chemiczne, elektryczne oraz termiczne. W pierwszej grupie magazynów, gromadzących energię mechaniczną, wyróżnia się [5, 6]:

- magazyny pneumatyczne, gromadzące sprężone powietrze (lub inny gaz) najczęściej w jaskiniach lub kopalniach. Magazyny takie charakteryzują się dużą zdolnością do gromadzenia energii. Niestety mają istotne ograniczenia lokalizacyjne i niską sprawność (40–75% w zależności od rozwiązania), związaną z koniecznością chłodzenia sprężanego powietrza oraz jego ogrzewania podczas rozprężania [5],

- elektrownie szczytowo-pompowe, które pompują wodę do górnego zbiornika w okresie niskiego zapotrzebowania na energię (zwiększając jej energię potencjalną), a w okresach podwyższonego zapotrzebowania na energię, zamieniają energię potencjalną wody na energię elektryczną [5, 6],
- kinetyczne magazyny energii, w których energia elektryczna zamieniana jest na energię mechaniczną ruchu obrotowego koła zamachowego i na odwrót. Posiadają one duże gęstości mocy (rzędu 5 kW/l) i wysoką sprawność (do 95%), a wraz ze z czasem używania nie następuje zmniejszenie ich zdolności do magazynowania energii, lecz charakteryzują się dużym stopniem samorozładowania [5, 6].

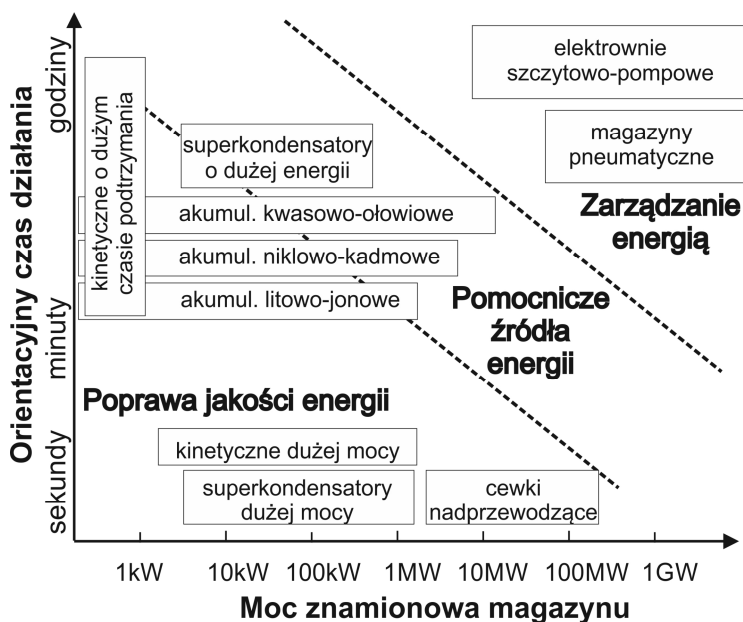
W grupie elektrochemicznych magazynów energii elektrycznej znajdują się:

- wtórne ogniwa elektrochemiczne (tzw. akumulatory), które wytwarzają energię na skutek reakcji chemicznych zachodzących w elektrolicie oraz na styku elektrolitu i elektrod. Charakteryzują się stosunkowo dużą zdolnością do gromadzenia energii (gęstością energii dochodzącą do 120 Wh/kg), jednak ich gęstość mocy jest ograniczona (do 1 kW/kg) [5,6],
- utleniająco-redukcyjne baterie przepływowe, w których dwa elektrolity zawierające rozpuszczone jony metali pompowane są do elektrod znajdujących się po przeciwnych stronach ogniwa, oddzielonych membraną przepuszczającą protony. Jony metali podczas rozładowania zostają rozpuszczone w elektrolicie, a elektrody osiągają różny potencjał elektryczny. Reakcja ta jest odwracalna i umożliwia pełen cykl ładowania-rozładowania, a elektrolit może być przechowywany w zewnętrznych zbiornikach, których pojemność determinuje ilość zgromadzonej energii. Moc takich magazynów sięga kilku megawatów, a energię można szybko uzupełniać, wymieniając zbiorniki z elektrolitem [5].

Do grupy magazynów chemicznych zalicza się przede wszystkim ogniwa paliwowe, które wytwarzają energię elektryczną w wyniku utleniania paliwa (zazwyczaj wodoru). Katalizator na anodzie wybija z paliwa elektrony, a dodatkowo naładowane jony uwalniane są w elektrolicie, który przepuszcza tylko protony – elektrony mogą przedostać się do katody tylko przez zewnętrzny obwód (odbiornik energii). Protony, które przedostały się przez elektrolit, oraz elektrony, które dotarły do katody przez zewnętrzny obwód elektryczny, łączą się z tlenem tworząc wodę i ciepło. Ogniwa te osiągają moc rzędu setek megawatów, a jako ich podstawowe zalety wymienia się niewielką emisję szkodliwych związków chemicznych, cichą pracę, dużą żywotność, stosunkowo krótki czas rozruchu oraz stabilność pracy i możliwość szybkiego naładowania (wymianę paliwa). Wadą są duże koszty technologiczne, wrażliwość na zanieczyszczenia, a w układach mobilnych konieczność przechowywania niebezpiecznego gazu [5, 6].

W grupie magazynów energii elektrycznej wyróżnia się:

- superkondensatory (DLC, z ang. *double layer capacitor*), które osiągają swoje właściwości dzięki gromadzeniu ładunków elektrycznych w obrębie podwójnej warstwy elektrycznej na granicy ośrodków elektroda-elektrolit. Osiągają one pojemność elektryczną kilku tysięcy faradów, charakteryzując się przy tym dużą gęstością mocy (rzędu 10 kW/kg), wysoką sprawnością (do 98%), liczbą cykli ładowania dochodzącą do miliona, możliwością pracy w szerokim zakresie temperatur ( $-40 \div +65^{\circ}\text{C}$ ) oraz małą szkodliwością dla środowiska. Natomiast ich wadą jest mała zdolność do gromadzenia energii (rzędu 10 Wh/kg) oraz wysoka cena (rzędu setek \$/kW czy tysięcy \$/kWh) [5, 6, 7],
- cewki nadprzewodzące (SMES z ang. *superconducting magnetic energy storage*), które magazynują energię w polu magnetycznym (o indukcji dochodzącej do kilkunastu Tesli), wywołanym na skutek stałego prądu elektrycznego przepływającego przez uzwojenie cewki. Zwoje cewki zbudowane są z materiału nadprzewodzącego, przechowywanego w temperaturze niższej od wartości krytycznej. Magazyny takie posiadają dużą sprawność oraz zdolność do gromadzenia dużej ilości energii (do 20 MWh) i dużej mocy (20 MW). Ich wadą jednak jest to, że potrafią gromadzić energię w krótkim czasie (rzędu sekund lub minut) i są bardzo drogie – względny koszt magazynu wynosi od 1 do 10 tys. \$/kWh. Z tego powodu magazyny takie mają zastosowania niemal wyłącznie militarne i naukowe [5, 6, 7].



Rys. 1. Zastosowania wybranych rodzajów magazynów energii [5]

Ostatnim rodzajem magazynów są termalne magazyny energii elektrycznej, które magazynują energię cieplną w izolowanym termicznie zbiorniku z czynnikiem w postaci soli, które ogrzewane są do temperatury przekraczającej temperaturę topnienia (temperatura robocza wynosi do 565°C), lub innych nowoczesnych materiałów pozwalających na podgrzanie do temperatur rzędu 1200°C. Następnie energia cieplna zamieniana na energię elektryczną z wykorzystaniem standardowych turbin parowych i generatorów [5, 6].

Na rysunku 1 przedstawiono wykres prezentujący najpopularniejsze zastosowania omawianych zasobników energii w zależności ich mocy oraz czasu podtrzymania, a w tabeli 1 zaprezentowano ich przykładowe parametry.

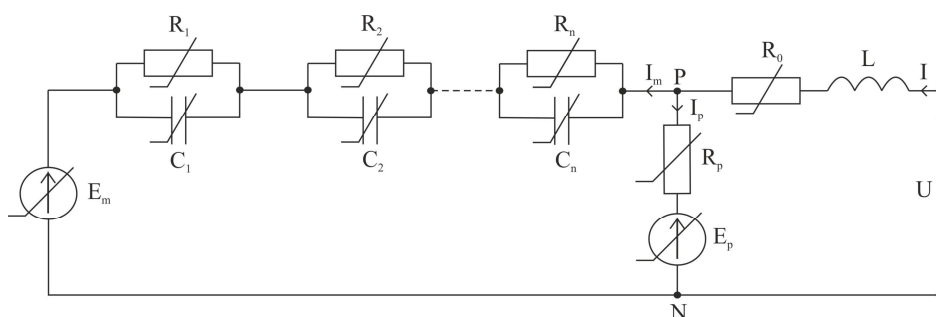
Tabela 1. Wybrane parametry popularnych magazynów energii elektrycznej [5, 6, 7]

Rodzaj magazynu energii	Pojemność jednostki [Ah]	Masowa gęstość energii [Wh/kg]	Objęt. gęstość energii [Wh/l]	Gęstość mocy [W/l]	Przecięt. czas rozładow.	Spraw. energet [%]	Liczba cykli pracy	Koszt [\$/kWh]
pneumatycz.	–	–	2 – 6	0,2 – 0,6	godziny	41 – 75	> 10 000	2 – 120
szczytowo-pompowe	–	0,2 – 2	0,2 – 2	0,1 – 0,2	godziny	70 – 80	> 15 000	5 – 100
kinetyczne	0,7–1,7 MW	5 – 30	20 – 80	5 000	sekundy	80 – 90	2·10 <sup>4</sup> – 10 <sup>7</sup>	1000 – 14000
ogniwa wodorowe	–	33 330	600 (200 bar)	0,2 – 20	dni	34 – 44	10 <sup>3</sup> – 10 <sup>4</sup>	6 – 725
kwasowo-ołowiowe	1 – 4000	30 – 45	50 – 80	90 – 700	godziny	75 – 90	250 – 1500	200 – 400
NiCd	0,05 – 1300	15 – 45	15 – 110	75 – 700	godziny	60 – 80	500 – 3000	800 – 1500
NiMH	0,05 – 110	40 – 80	80 – 200	500 – 3 000	godziny	65 – 75	600 – 1200	(brak szczegół. danych)
Li-Ion	0,05 – 100	60 – 200	200 – 400	1 300 – 10 000	godziny	85 – 98	500 – 10 <sup>4</sup>	600 – 3800
baterie przepływowe	–	15 – 50	20 – 70	0,5 – 2	godziny	60 – 75	> 10 000	150 – 1000
superkonden.	0,1–1500 F	1 – 15	10 – 20	40000–120000	sekundy	85 – 98	10 <sup>4</sup> – 10 <sup>5</sup>	300 – 20000
SMES	–	–	6	2 600	sekundy	75 – 80	–	1000–10000

### 3. MODELOWANIE PRACY AKUMULATORÓW KWASOWO-OŁOWIOWYCH W STANACH DYNAMICZNYCH

Najpopularniejszymi obecnie elektrochemicznymi magazynami energii elektrycznej są akumulatory kwasowo-ołowiowe. Stosowane są powszechnie w szeroko pojętej energetyce, np. w celu zasilania awaryjnego, a także w układach wykorzystujących energię ze źródeł odnawialnych. Akumulatory stosowane są również jako główne źródło energii w zyskujących na popularności i intensywnie rozwijających się elektrycznych układach mobilnych oraz niektórych samochodach elektrycznych i hybrydowych.

Modelowanie elektrochemicznych magazynów energii elektrycznej w stanach dynamicznych na przykładzie akumulatorów kwasowo-ołowiowych polega na odwzorowaniu reakcji chemicznych zachodzących w trakcie ich pracy za pomocą równoważnego schematu elektrycznego [8]. Reakcje chemiczne powodują wytworzenie się różnicy potencjałów pomiędzy układem elektrod, czyli napięcia elektrycznego na zaciskach akumulatora. Model rzędu  $n$ -tego, za pomocą którego można odwzorowywać pracę ogniwa w stanach dynamicznych przedstawiono na rys. 2 [9].



Rys. 2. Schemat modelu  $n$ -tego rzędu ogniwa akumulatora kwasowo-ołowiowego

Model ten składa się z szeregowo połączonego źródła napięcia stałego  $E_m$ , rezystora  $R_0$ , indukcyjności  $L$  oraz  $n$  gałęzi, zawierających równoległe połączenie kondensatora  $C$  i rezystora  $R$ . Na rezystancję  $R_0$  (tzw. omową) składa się rezystancja zestyków, wewnętrznych połączeń pomiędzy poszczególnymi celami akumulatora oraz rezystancja elektrod i elektrolitu. Ponadto zależy ona ściśle od stanu naładowania akumulatora  $SOC$  oraz wcześniejszego użytkowania. Indukcyjność  $L$  ogniwa wynika z galwanicznego połączenia zacisków akumulatora z elektrodami i ze względu na znikome wartości (rzędu 10 nH dla typowych akumulatorów kwasowo-ołowiowych [10]) jej wpływ jest pomijalny. Gałąź P-N odzwierciedla nieodwracalne zjawiska pasożytnicze zachodzące w akumulatorach, w których największy udział ma ciepło generowane na skutek elektrolizy wody (gazowania) w końcowej fazie ładowania.

Niezwykle istotnym aspektem modelowania ogniwo elektrochemicznych jest dobór liczby gałęzi równoległych RC. Każda gałąź równoległa RC ma inną wartość stałej czasowej  $\tau$  (zależną przede wszystkim od technologii wykonania akumulatora i aktualnego stanu naładowania  $SOC$  oraz jego trwałości) i odzwierciedla różne procesy chemiczne zachodzące w trakcie pracy akumulatora. Liczba dobranych gałęzi RC zależy od obszaru stosowania modelu i determinuje jego dokładność. Przykładowe zakresy wartości stałych czasowych oraz odpowiadające im zjawiska chemiczne mające kluczowy wpływ na pracę akumulatora zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Zakresy wartości stałych czasowych dla modelowanych zjawisk chemicznych [10]

Lp.	Proces chemiczny	Zakres wartości stałej czasowej
1.	Oddziaływanie pola elektromagnetycznego	$10^{-6} - 10^{-3}$ s
2.	Reakcje związane z procesem przeniesienia ładunku w obszarze elektrod (opisywane równaniem Butlera-Volmera)	$10^{-3} - 10$ s
3.	Reakcje dyfuzji (transport jonów w elektrolicie – opisywany prawami Ficka)	$1 - 10^4$ s
4.	Praca cykliczna	$10^3 - 10^5$ s
5.	Zjawiska odwracalne (np. stratyfikacja elektrolitu)	$10^4 - 10^8$ s
6.	Zjawiska starzeniowe	$10^7 - 10^8$ s

W trakcie modelowania akumulatorów kwasowo-ołowiowych należy uwzględnić czynniki mające wpływ na osiągnięte parametry eksploatacyjne. Do tych czynników zaliczają się: temperatura otoczenia, stan naładowania, prąd obciążenia, konstrukcja akumulatora, a także efekty starzeniowe. Z tego powodu wszystkie parametry schematu zastępczego ogniwa należy traktować jako wielkości nieliniowe. Parametry te muszą być wyznaczone na podstawie badań testowych. Przykładem takiego badania jest wyładowanie akumulatora stałym prądem aż do osiągnięcia granicznej wartości napięcia. W przypadku modelowania degradacji akumulatora procesy wyładowania i ładowania muszą być powtarzane wielokrotnie (nawet setki razy). Podejście takie zastosował Ceraolo w pracach [9, 11], w których poszczególne parametry schematu zastępczego ogniwa akumulatora kwasowo-ołowiowego opisane są równaniami nieliniowymi (1–10), słusznymi dla modelu ogniwa 2-rzędu. Model ten jednak nie uwzględnia wpływu efektów starzeniowych na parametry ogniwa.

Pojemność energetyczna akumulatora zależna jest od jego konstrukcji, temperatury elektrolitu oraz prądu obciążenia i może być wyznaczona z równania [9, 11]:

$$C(I, T_e) = \frac{K_C C_{0*} \left(1 + \frac{T_e}{-T_f}\right)^\varepsilon}{1 + (K_C - 1) \left(\frac{I}{I_n}\right)^\delta} \quad (1)$$

gdzie:  $K_C$ ,  $\varepsilon$ ,  $\delta$  – stałe wyznaczone na podstawie danych konstrukcyjnych akumulatora,  $C_{0*}$  – pojemność akumulatora w temperaturze  $0^\circ\text{C}$ ,  $T_e$  – temperatura elektrolitu,  $T_f$  – temperatura zamarzania elektrolitu,  $I$  – prąd obciążenia akumulatora,  $I_n$  – prąd znamionowy akumulatora.

Stan naładowania akumulatora  $SOC$  wyraża ilość aktualnie zgromadzonego ładunku w akumulatorze w stosunku do jego całkowitej pojemności w danej temperaturze. W przypadku poziomego naładowania akumulatora  $DOC$  ładunek zgromadzony w akumulatorze odnoszony jest do jego pojemności w stanie obciążenia zadany prądem  $I_{av}$ . Parametry te opisane są równaniami (2)–(3):

$$SOC = 1 - \frac{\int_0^t -I_m(t)dt}{C(0, T_e)} \quad (2)$$

$$DOC = 1 - \frac{\int_0^t -I_m(t)dt}{C(I_{av}, T_e)} \quad (3)$$

gdzie:  $I_m$  – prąd płynący w gałęzi głównej ogniwa,  $I_{av}$  – średni prąd obciążenia akumulatora w czasie  $t$ .

Temperaturę elektrolitu  $T_e$  można wyznaczyć z równania cieplnego określonego zależnością:

$$C_T \frac{dT}{dt} = \frac{T - T_e}{R_T} + \sum_{k=1}^n P_{sk} \quad (4)$$

gdzie:  $C_T$  – ciepło właściwe ogniwa akumulatora,  $R_T$  – rezystancja termiczna ogniwa akumulatora,  $P_{sk}$  – moc strat cieplnych tracona na rezystancjach schematu zastępczego ( $k = 0, 1, \dots, n$ ).

Poszczególne parametry schematu zastępczego dla modelu 2-rzędu opisane są wzorami [9, 11]:

$$E_m = E_{m0} - K_E(1 - SOC)(273,15 + T_e) \quad (5)$$

$$R_0 = R_{00}(1 + A_0(1 - SOC)) \quad (6)$$

$$R_1 = -R_{10} \ln(DOC) \quad (7)$$

$$R_2 = R_{20} \frac{\exp[A_{21}(1 - SOC)]}{1 + \exp\left(A_{22} \frac{I_m}{I_n}\right)} \quad (8)$$

$$I_{pn} = \frac{U_{pn}}{R_p} \left( \frac{U_{pn}}{U_{p0}} + A_p \left( 1 - \frac{T_e}{T_f} \right) \right) \quad (9)$$

$$C_k = \frac{\tau_k}{R_k} \quad (10)$$

gdzie:  $E_{m0}$  – napięcie nieobciążonego ogniwa akumulatora w temperaturze 0°C,  $K_E$ ,  $R_{00}$ ,  $R_{10}$ ,  $R_{20}$ ,  $A_0$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{22}$ ,  $U_{p0}$ ,  $A_p$  – stałe dla danego akumulatora,  $I_{pn}$  – prąd



płynący przez gałąź pasożytnicza,  $U_{pn}$  – napięcie na gałęzi pasożytniczej,  $R_p$  – rezystancja gałęzi pasożytniczej,  $C_k$  – pojemności gałęzi równoległych RC.

Dla modelowanego w ten sposób ogniwa akumulatora przedstawionego na rysunku 2, wartość napięcia na zaciskach ogniwa  $u(t)$  w trakcie procesu wyładowania wyraża równanie:

$$u(t) = E_m - I \sum_{i=1}^n R_i e^{\frac{-t}{\tau_i}} \quad (11)$$

gdzie:  $E_m$  – siła elektromotoryczna ogniwa,  $I$  – prąd obciążenia,  $R_i$  – rezystancje gałęzi równoległych ( $i = 0, 1, \dots, n$ ),  $\tau_i$  – stałe czasowe gałęzi równoległych.

#### 4. PODSUMOWANIE

W pracy zajęto się problematyką modelowania pracy akumulatorów kwasowo-ołowiowych w stanach dynamicznych. Zagadnienia związane z modelowaniem pracy akumulatorów kwasowo-ołowiowych są skomplikowane ze względu na konieczność uwzględnienia nieliniowości oraz korelacji pomiędzy parametrami schematu zastępczego. W przypadku modelowania pracy akumulatorów w stanach dynamicznych jednym z najważniejszych aspektów jest dobór liczby gałęzi RC, która przekłada się na uzyskaną dokładność modelu. Niezależnie od obszaru stosowania, model ogniwa akumulatora powinien zawierać przynajmniej 2 gałęzie RC i odwzorowywać podstawowe reakcje chemiczne takie jak proces przeniesienia ładunku w obszarze elektrod (opisywane równaniem Butlera-Volmera) oraz proces transferu masy jonów w elektrolicie (zjawisko dyfuzji – opisywane prawami Ficka). Ze względu na fakt, iż zjawiska te modelowane są za pomocą elementów elektrycznych takich jak rezystory, kondensatory i cewki nie ma konieczności szczegółowej znajomości skomplikowanych zjawisk chemicznych zachodzących w trakcie pracy akumulatora.

Kolejnym problematycznym aspektem jest konieczność odwzorowania wpływu procesów cieplnych i warunków pracy akumulatora, ponieważ mogą one istotnie wpływać na uzyskiwaną pojemność. Dla akumulatorów kwasowo-ołowiowych użyteczna pojemność energetyczna w temperaturze 0°C może (w zależności od producenta) być niższa nawet o 20% w stosunku do pojemności akumulatora pracującego w warunkach nominalnych. W zastosowaniach długoterminowych należy także brać pod uwagę zjawiska związane z procesem samorozładowania akumulatora oraz procesem zaniku pojemności.

Powyższe fakty potwierdzają konieczność opracowywania modeli matematycznych elektrochemicznych magazynów energii elektrycznej. Jest to istotne szczególnie wtedy, gdy analizowane one są pod kątem zasilania obiektów o dynamicznie zmiennym poborze prądu. Implementacja tych modeli w programach przeznaczonych do symulacji inżynierskich pozwoli na oszczędzenie znacznej ilości czasu oraz nakładów finansowych.

## LITERATURA

- [1] International Energy Outlook 2016, U.S. Energy Information Administration ([www.eia.gov](http://www.eia.gov), dostęp: 06.02.2017).
- [2] Samineni S., Johnson B. K., Hess H. L., Law J. D., Modeling and Analysis of a Flywheel Energy Storage System with a Power Converter Interface. International Conference on Power Systems Transients – IPST, New Orleans, USA, 2003.
- [3] Setlak R., Fice M., Modelowanie zasobników energii elektrycznej dla pojazdów elektrycznych i hybrydowych. Zeszyty problemowe – Maszyny Elektryczne. Nr 90, 2011, pp. 145–150.
- [4] Iannuzzi D., Improvement of the Energy Recovery of Traction Electrical Drives using Supercapacitors. Power Electronics and Motion Control Conference, EPE–PEMC 13th. 2008, pp. 1469–1474.
- [5] Kasprzyk L., Pojazdy elektryczne a problematyka doboru magazynu energii elektrycznej w aspekcie ochrony środowiska, Europejski Wymiar Bezpieczeństwa Energetycznego a Ochrona Środowiska, 2015, pp. 691–708.
- [6] White Paper, Electrical Energy Storage, International Electrotechnical Commission, 2011.
- [7] Taylor P., Bolton R., Stone D., Zang X.P., Martin C., Upham P., Pathways for energy storage in the UK, Low Carbon Futures, 2012 (<http://www.lowcarbonfutures.org>).
- [8] Bergveld H.J., Battery Management Systems Design by Modelling, Royal Philips Electronics N.V. 2001.
- [9] Ceraolo M., New dynamical models of lead–acid batteries, IEEE Transactions On Power Systems, Vol. 15, No. 4, 2000, pp. 1184–1190.
- [10] Jossen A., Fundamentals of battery dynamics, Journal of Power Sources (154), 2006, pp. 530–538.
- [11] Ceraolo M., Barsali S., Dynamical Models of Lead–Acid Batteries: Implementation Issues, IEEE Transactions On Energy Conversion, Vol. 17, No. 1, 2002, pp. 16–23.

## MODELLING OPERATION OF LEAD–ACID BATTERIES IN THE DYNAMIC STATES

The paper presents the aspects of electrical modelling of electrochemical energy storages on the example of lead–acid batteries. Energy storages most commonly used today in the technology was discussed and their basic technical parameters was summarized. Detailed mathematical model of the lead–acid battery cell and its parameters were presented. The empirical formulas describing the respective parameters of the equivalent circuit diagram of the cell was presented. Particular emphasis was placed on the problem of the model selection and related chemical phenomena for consideration issues.

*(Received: 14. 02. 2017, revised: 28. 02. 2017)*