

Zbigniew BUDNIAK<sup>1</sup>

## MONTOWALNOŚĆ CZĘŚCI MASZYN O POWIERZCHNIACH OBROTOWYCH PASOWANYCH Z LUZEM DODATNIM

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono warunki automatycznego montażu części maszyn o powierzchniach obrotowych pasowanych z luzem dodatnim. Określono ogólny warunek montowalności określający dopuszczalne względne przesunięcie i skrócenie osi części łączonych na pozycji montażowej. Znaleziono zależności pozwoliły ocenić technologiczne możliwości wykorzystania stosowanych urządzeń montażowych. Na podstawie przedstawionego modelu matematycznego opracowano program komputerowy pozwalający określić wpływ geometrycznych, siłowych i dynamicznych parametrów procesu montażowego. Przykładowe wyniki obliczeń numerycznych pokazano na wykresach.

**Słowa kluczowe:** automatyczny montaż, cylindryczne części maszyn, montowalność, zakleszczanie, luz

## MOUNTABILITY PARTS OF MACHINE WITH ROTATING SURFACE, FITTED WITH POSITIVE CLEARANCE

**Summary.** In this paper demonstrates the conditions of automatic assembly the parts of machines with rotating surfaces, fitted with positive clearance. Determination of the general condition of assemblability allowed for designation of the acceptable relative displacement and torsion axle, combined parts on the mounting position. The designation of depending allowed for assess the technological capacity of the installation equipment. On the basis of this mathematical model was developed a computer program that allows to determine the effect of geometric, strength and dynamic parameters of the assembly process. The examples of results of numerical calculations are shown in the graphs.

**Keywords:** automatic assembly, cylindrical machine parts, mountability, jam, clearance

### 1. WPROWADZENIE I GENEZA TEMATU

Jednym z trudniejszych zadań w procesie automatycznego montażu jest wzajemna orientacja łączonych części przed montażem. W celu wykonania takiej orientacji z wymaganą dokładnością należy ustalić warunki montowalności części. Przez montowalność wyrobu w automatycznym montażu rozumie się prawdopodobieństwo 100% zmontowania jego części

---

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering Koszalin University of Technology, Poland,  
e-mail: zbigniew.budniak@tu.koszalin.pl

przy zachowaniu wymagań jakościowych (jest ona uzależniona od tolerancji łączonych części oraz ich wzajemnego położenia przed montażem).

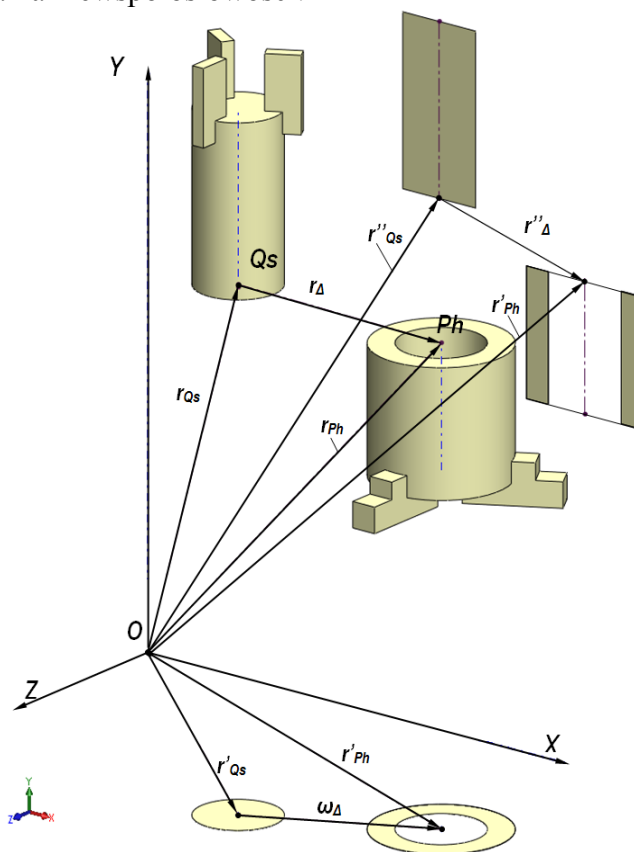
W celu rozwiązania zadania względnej orientacji łączonych części maszyn w pozycji montażowej z określoną dokładnością należy przede wszystkim określić warunki ich połączenia. W warunkach rzeczywistych w wyniku niedokładności wykonania i zamocowania łączonych części i podzespołów montowanego wyrobu oraz innych komponentów układu montażowego łączone części maszyn w pozycji roboczej będą mieć przemieszczenia i odchylenia kątowe w przestrzeni, mogące stanowić podstawową przyczynę jego niemontowalności. Automatyczny montaż będzie możliwy tylko wtedy, gdy sumaryczna odchyłka względnej orientacji w przestrzeni łączonych części maszyn będzie mniejsza od wartości dopuszczalnych ich niewspółosiowości [1, 2, 3, 4, 5]:

$$\omega_{\Delta} \leq \delta_{xi}/2 \quad (1)$$

gdzie:

$\omega_{\Delta}$  – sumaryczny błąd niewspółosiowości,

$\delta_{xi}$  – wartość dopuszczalna niewspółosiowości.



Rys. 1. Położenie łączonych części maszyn w procesie automatycznego montażu

Fig. 1. The position combined parts in automatic assembly process

W ogólnym przypadku wielkość wektora  $r_{\Delta}$ , będącego jednocześnie wartością ogniwa zamykającego przestrzennego łańcucha wymiarowego układu montażowego, oblicza się ze wzoru (2):

$$r_{\Delta} = r_{Qs} - r_{Ph} \quad (2)$$

gdzie:

$r_{Qs}$  – wektor określający położenie punktu  $Q_s$ , przynależnego do wstawianego wałka, względem globalnego układu współrzędnych  $OXYZ$ ,

$r_{Ph}$  – wektor określający położenie punktu  $P_h$ , przynależnego do tulejki, względem globalnego układu współrzędnych  $OXYZ$ .

Z kolei wektor niewspółosiowości  $\omega_{\Delta}$  w płaszczyźnie montażu  $OXZ$  oraz wektor  $r''_{\Delta}$  w rzucie na płaszczyznę pionową  $OXY$  oblicza się z wzorów:

$$\omega_{\Delta} = r'_{Q_s} - r'_{P_h}, \quad r''_{\Delta} = r''_{Q_s} - r''_{P_h} \quad (3)$$

gdzie:

$r'_{Q_s}$  – wektor określający położenie punktu  $Q_s$  w rzucie na płaszczyznę montażu  $OXZ$ ,

$r'_{P_h}$  – wektor określający położenie punktu  $P_h$  w rzucie na płaszczyznę montażu  $OXZ$ ,

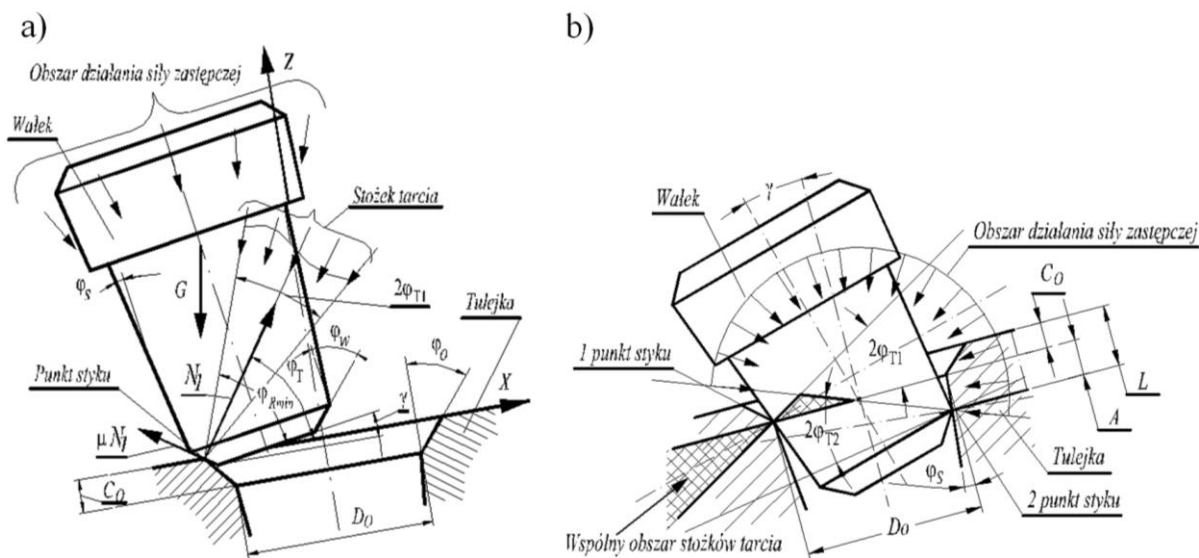
$r''_{Q_s}$  – wektor określający położenie punktu  $Q_s$  w rzucie na płaszczyznę  $OXY$ ,

$r''_{P_h}$  – wektor określający położenie punktu  $P_h$  w rzucie na płaszczyznę  $OXY$ .

## 2. WARUNKI AUTOMATYCZNEGO MONTAŻU

W procesie łączenia części o powierzchniach obrotowych pasowanych z luzem dodatnim możliwe jest ich zakleszczanie. Znajomość warunków zakleszczania pozwala określić wymagania techniczne, które w większości przypadków są warunkami automatycznego montażu [1, 2].

Proces automatycznego montażu nie mógłby przebiegać prawidłowo bez wymaganej dokładności położenia łączonych części na każdym jego etapie. Szczególne znaczenie ma względne położenie łączonych części w momencie ich pozycjonowania (rys. 2a) i centrowania (rys. 2b).



Rys. 2. Położenie łączonych części: a) pozycjonowanie, b) centrowanie

Fig. 2. The position combined parts: a) positioning, b) centering

Pierwszy etap łączenia części charakteryzuje się jednopunktowym kontaktem łączonych elementów. Ich zakleszczanie występuje tylko wówczas, kiedy kierunek zastępczej siły montażowej przechodzi przez punkt styku części i jednocześnie znajduje się wewnątrz stożka tarcia  $2\varphi_{T1}$  – rys. 2. Z rysunku wynika, że prawdopodobieństwo zakleszczania się łączonych części jest niewielkie, jednakże wzrasta ono w miarę zwiększania kąta  $\varphi_{T1}$  [2].

Drugi etap łączenia części w istotny sposób odróżnia się od pierwszego, ponieważ kojarzone powierzchnie stykają się w dwóch punktach (rys. 2b). Jako źródłowe założenie w celu określenia warunków zakleszczania łączonych części przyjęto prawo mechaniki, zgodnie z którym, jeżeli na element działa wiele sił i momentów, to można je sprowadzić do jednej siły zastępczej i można przy tym stwierdzić, że wstawiany wał znajduje się w stanie spoczynku wówczas, kiedy siła zastępcza przecina wspólny obszar stożków tarcia.

Warunki zakleszczania się łączonych części zostały szczegółowo przedstawione w pracy autora [2]. Zakleszczanie występuje w przypadku, kiedy siła zastępcza działająca na wstawiany wałek przecina obszar równowagi będący wspólnym polem stożków tarcia (rys. 2b). Pole to jest ograniczone wielokątem, którego współrzędne wierzchołków znajduje się, jako punkty przecięcia tworzących obrysowych stożków tarcia  $2\varphi_{T1}$  i  $2\varphi_{T2}$ .

W momencie centrowania łączone części powinny zajmować takie położenie, aby przy dowolnych ich wymiarach mieszczących się w granicach tolerancji nie występowało ich zakleszczanie. Stąd warunki automatycznego montażu są następujące:

$$L \geq L_{dop} \quad (4)$$

$$\gamma \leq \gamma_{dop} \quad (5)$$

Przedstawione zależności pozwalają ujawnić drogi do uzyskania wymaganej dokładności położenia. Jeżeli warunki (4) i (5) są spełnione, to wszystko zależy od tego, jaki kierunek będzie miała zastępcza siła montażowa. Kierunek ten przede wszystkim będzie zależał od przyjętego schematu montażu, konstrukcyjnych szczegółów mechanizmów montażowych, sztywności układu montażowego, niewspółosiowości osi pasowanych powierzchni itd.

### 3. MONTAŻ CZĘŚCI MASZYN Z WYKORZYSTANIEM ELEMENTÓW PROWADZĄCYCH

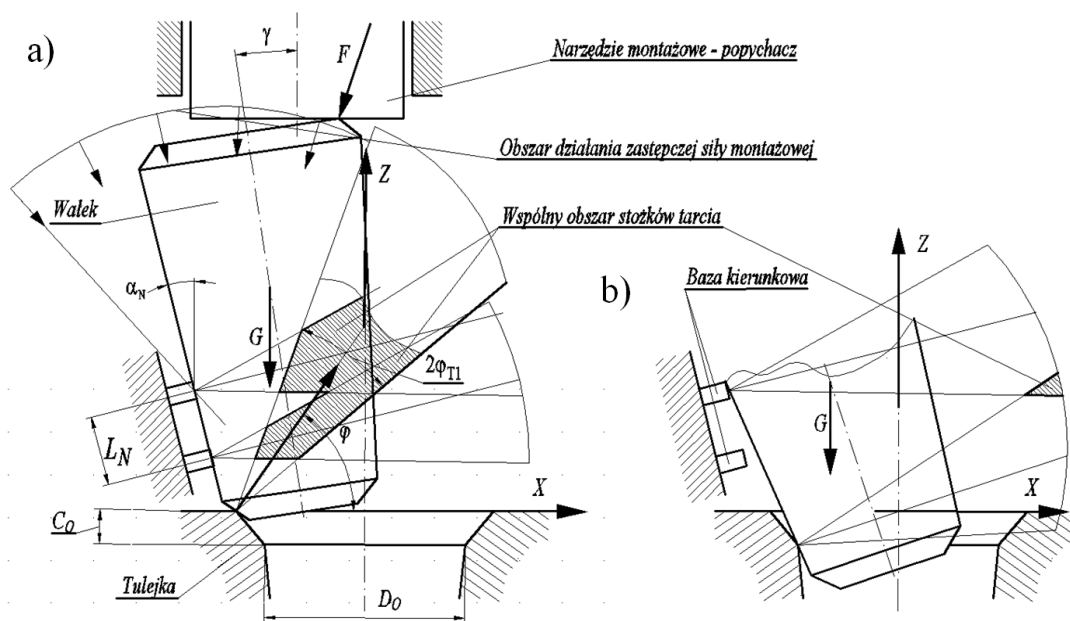
Celowość zastosowania maszyny montażowej w dużym stopniu zależy od jej wydajności, która z kolei zależy od częstotliwości awarii oraz czasu ich usunięcia. Przyczyny awarii są różnorodne. Podstawowe z nich wynikają z tego, że parametry mechanizmów wykonawczych maszyny montażowej nie odpowiadają wymaganiom technicznym podczas montażu konkretnych jednostek montażowych. Przy tworzeniu mechanizmów wykonawczych danymi wejściowymi powinny być parametry geometryczne i siłowe (dynamiczne), określone na podstawie analizy kinematyki przebiegu procesu łączenia jednostki montażowej.

Przeprowadzone wcześniej przez autora badania wykazały [2], że w miarę zmniejszenia luzu ( $D_o - d_w$ ) w połączeniu do 0,01 mm (i mniej) łączenie części według metody pełnej zamienności z punktu widzenia technicznego jest na ogół niemożliwe. Stąd wynika konieczność zastosowania innych sposobów oraz środków do ich połączenia, w tym również mechanizmów montażowych z bazującymi elementami prowadzącymi, których zastosowanie podczas montażu może zagwarantować wstawienie części pod działaniem siły ciężkości lub siły montażowej, wytwarzanej przez narzędzie robocze (popychacz) przemieszczające się z prędkością  $V_n$ .

Zastosowanie elementów prowadzących (prowadnic) powoduje powstanie nowych zależności w układzie montażowym. Zmniejsza się liczba stopni swobody wstawianego elementu i dlatego też jest on zmuszony do przemieszczania się po zadanych powierzchniach prowadnic, faz lub kojarzonych powierzchniach części bazowej.

Możliwe względne położenia łączonych części przy zastosowaniu elementów prowadzących zilustrowano na rys. 3.

Zakleszczanie się łączonych części będzie występowało wówczas, gdy zastępcza siła montażowa, działająca na wstawiany wałek, przetnie wspólny obszar stożków tarcia (rys. 3a). Prawdopodobieństwo zakleszczania się na tym etapie połączenia wzrasta w miarę zwiększenia się odległości  $L_N$  pomiędzy podporami elementów prowadzących i zmniejszenia kąta pochylenia  $\alpha_N$  powierzchni prowadzącej względem osi symetrii części bazowej, a także w miarę zwiększania się kąta  $2\varphi_T$  i wartości współczynnika tarcia  $\mu$ . Przy bazowaniu wstawianego elementu, jak to zilustrowano na rys. 3b, obszar, w którym nie będzie zakleszczania się łączonych części, jest większy aniżeli przedstawiony na rys. 3a, ponieważ odległość pomiędzy punktami styku technologicznej bazy kierunkowej zwiększyła się i dlatego kąt pochylenia tworzącej stożka tarcia  $2\varphi_T$  jest mniejszy.



Rys. 3. Schemat do określenia warunków zakleszczania się przy ślizganiu się wstawianego wałka po elementach prowadzących i fazach

Fig. 3. Diagram of jamming conditions of the combined parts, during sliding of the part on the guiding elements and phases of the workpiece

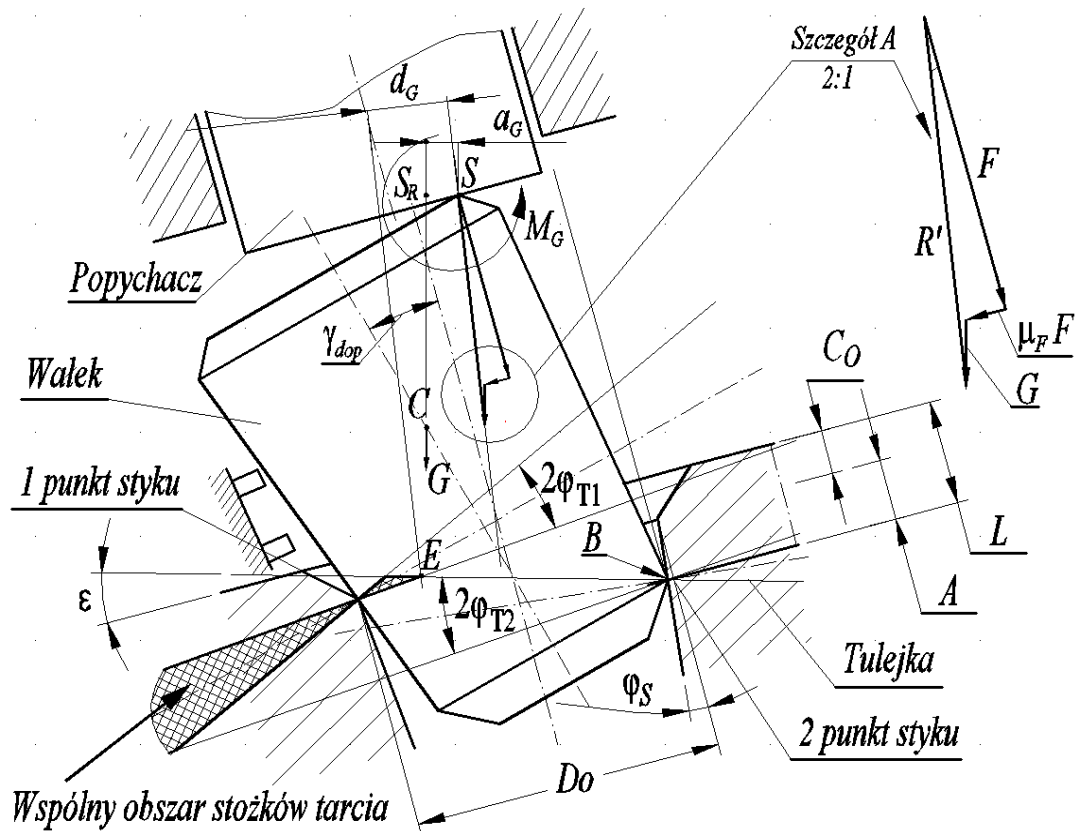
Z pewnością na tym etapie połączenia zakleszczenie się wstawianej części będzie mało prawdopodobne. Jednakże sytuacja zmienia się w momencie centrowania łączonych elementów. Podwójną bazową powierzchnią kierunkową stają się punkty styku łączonych części (rys. 4).

Zgodnie z określonymi wcześniej warunkami zakleszczania [2] łączonych części maszyn w celu zapobieżenia temu niepożądanemu zjawisku zastępcza siła montażowa będzie przechodziła z prawej strony, od punktu  $S_R$ . Moduł zastępczej siły montażowej  $R$  jest równy geometrycznej sumie siły ciężkości  $G$  i wielkości siły montażowej  $F$ , tj.:

$$R = \sqrt{(F + G \cdot \cos \varepsilon)^2 + (\mu_F \cdot F + G \cdot \sin \varepsilon)^2} \quad (6)$$

gdzie:

$\mu_F$  – wewnętrzny współczynnik tarcia pomiędzy narzędziem a wstawianym wałkiem.



Rys. 4. Schemat obliczeniowy łączenia części – centrowanie wałka  
 Fig. 4. The calculation diagram of combining parts – centering shaft

W celu określenia miejsca przyłożenia zastępczej siły montażowej na początku należy siłę ciężkości sprowadzić do punktu  $S$  (miejsce kontaktu popychacza z wstawianym wałkiem). Ekwiwalentne obciążenie na wstawiany wałek w punkcie  $S$  odpowiada sile  $R'$ , której moduł jest równy wartości określonej z wyrażenia (6) oraz momentowi  $M_G$  – wyrażenie (7).

$$M_G = G \cdot a_G \quad (7)$$

gdzie:

$$a_G = (Z_C - Z_S) \cdot \sin \varepsilon + (X_S - X_C) \cdot \cos \varepsilon \quad (8)$$

Stąd znajdujemy taki punkt  $S_R$  w płaszczyźnie  $XOZ$ , w którym siła  $R'$  oraz moment  $M_G$  przyłożony w punkcie  $S(x_S, z_S)$  będą sprowadzone do głównego wektora  $R$  (moment w punkcie  $S_R$  jest równy zero). Punkt  $S_R$  znajduje się na prostej prostopadłej do wektora  $R'$ . Odległość pomiędzy prostymi, wzdłuż których przechodzą wektory  $R'$  oraz  $R$ , znajdujemy z wyrażenia:

$$d_G = M_G / R \quad (9)$$

Ponieważ zastępcza siła montażowa  $R$  powinna znajdować się z prawej strony od skrajnego punktu  $E$  wspólnego obszaru stożków tarcia, więc odległość od tego punktu do prostej, wzdłuż której działa siła  $R$ , powinna odpowiadać warunkowi (10):

$$\delta_{ER} \geq 0 \quad (10)$$

Na podstawie schematu obliczeniowego przedstawionego na rys. 3 oraz 4 określono dopuszczalną długość wstawianego wałka. Oznacza to, że przy  $L_F \leq L_{dop}$  nie będzie występowało zakleszczanie się łączonych części. Dopuszczalna długość wstawianego wałka będzie wynosiła:

$$L_{dop} = \frac{(H_K - Z_B \cdot K_K + X_B \cdot M_K) \cdot \cos \varphi_\delta}{\cos(\gamma - \varphi_\delta) + M_K \cdot \sin(\gamma - \varphi_\delta)} + C_B \geq L_F \quad (11)$$

gdzie:

$$H_K = X_E - Z_E \cdot \operatorname{tg} \varphi_R + Q_{gr} \cdot (Z_C \cdot \operatorname{tg} \varepsilon - X_C) \quad (12)$$

$$K_K = Q_{gr} \cdot \operatorname{tg} \varepsilon - \operatorname{tg} \varphi_R \quad (13)$$

$$Q_{gr} = G \cdot \cos \varepsilon / (R \cdot \cos \varphi_R) \quad (14)$$

$$M_K = Q_{gr} - 1 \quad (15)$$

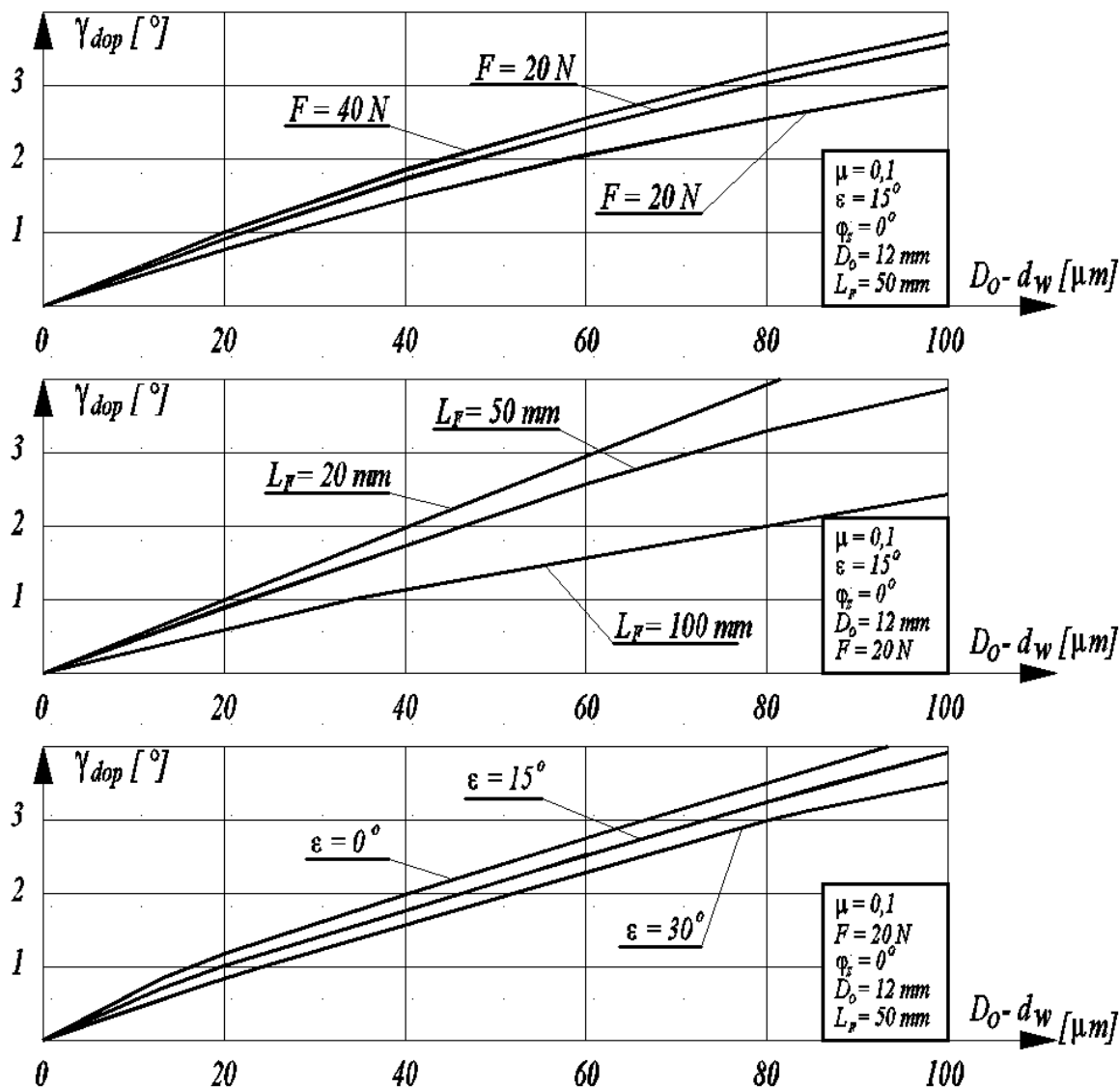
Wykorzystując nierówność (11) oraz znając długość wstawianego wałka  $L_F$ , można określić dopuszczalny kąt skrzyżowania  $\gamma_{dop}$  osi łączonych części. Aby zapewnić warunki montażowe bez zakleszczania łączonych elementów, należy spełnić następujący warunek:

$$\gamma \leq \gamma_{dop} \quad (16)$$

Kąt  $\gamma$  jest przedstawiony w wyrażeniu (16) w niejawnej formie, dlatego też przeprowadzono obliczenia, w których graniczną długość wstawianego wałka określa się dla różnych wartości kąta  $\gamma$  (zaczynając od wartości  $\gamma = \gamma_{max}$ ), przy czym na początku wylicza się graniczne wartości kąta  $\gamma_{dop}$ , przy którym połączenie części jest możliwe. Następnie przez zmniejszanie wartości kąta  $\gamma$  z zadaniem krokiem porównujemy dopuszczalną długość wałka  $L_{dop}$  z rzeczywistą długością wstawianego elementu  $L_F$ . Kąt  $\gamma$ , przy którym jest spełniony warunek (16), jest dopuszczalnym kątem skrzyżowania  $\gamma_{dop}$  osi łączonych części maszyn.

Na podstawie powyższych rozważań opracowano programy komputerowe pozwalające określić: zależność dopuszczalnego kąta skrzyżowania osi kojarzonych powierzchni  $\gamma_{dop}$  od wielkości luzu w połączeniu  $D_o - d_w$ , wielkości współczynników tarcia wewnętrznego  $\mu$  i  $\mu_F$ , wielkości siły montażowej  $F$  oraz siły ciężkości  $G$  wstawianego wałka, jak również wielu innych wielkości przedstawionych w wyrażeniu (11). Przykładowe wyniki obliczeń numerycznych zilustrowano na rys. 5.

Z przedstawionych wykresów wynika, że niebezpieczeństwo zakleszczania zwiększa się w miarę wzrostu długości wstawianego wałka  $L_F$  oraz zwiększenia wartości współczynników tarcia  $\mu$  i  $\mu_F$ . Podobny wpływ wywołuje zmniejszenie luzu pasowanych powierzchni. Pozostałe parametry przedstawione we wzorze (11) mogą wywoływać zarówno wzrost, jak i zmniejszenie niebezpieczeństwa zakleszczania się łączonych części. Na przykład kąt  $\varepsilon$  w niektórych przypadkach może zwiększać niebezpieczeństwo zakleszczania, natomiast przy innych relacjach pomiędzy parametrami może być inaczej.



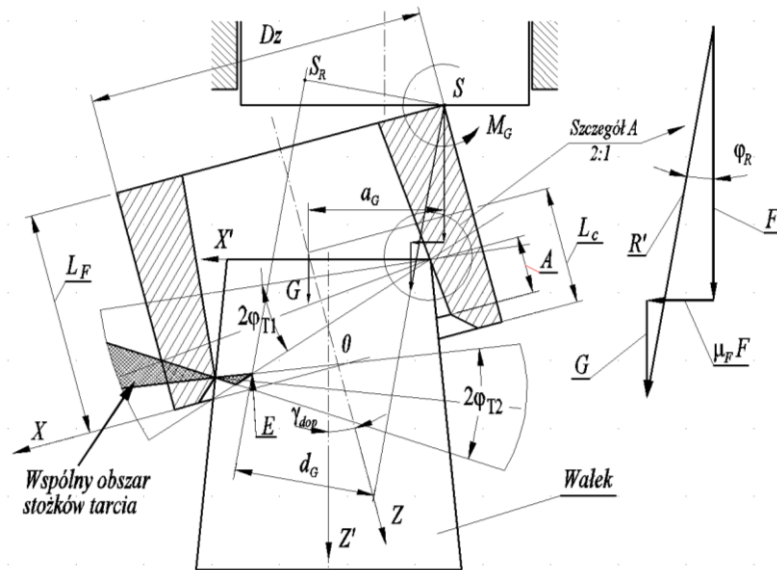
Rys. 5. Wartości dopuszczalnych wartości kątów skrzyżowania  $\gamma_{dop}$  osi łączonych części przy wstawianiu wałka

Fig. 5. Allowable junction axis angles  $\gamma_{dop}$  combined parts, during inserting the shaft

W analogiczny sposób można określić dopuszczalny kąt skrzyżowania kojarzonych powierzchni, wychodząc z wcześniej znalezionych warunków zakleszczania podczas wstawiania tulejki o powierzchni stożkowej na wałek (rys. 6). Przy zadanej długości tulejki  $L_F$ , jej średnicy zewnętrznej  $D_Z$  oraz innych znanych parametrach niezbędnych do obliczenia granicznej długości tulejki (rys. 6) można obliczyć dopuszczalny kąt  $\gamma_{dop}$  skrzyżowania osi kojarzonych powierzchni z równania (17):

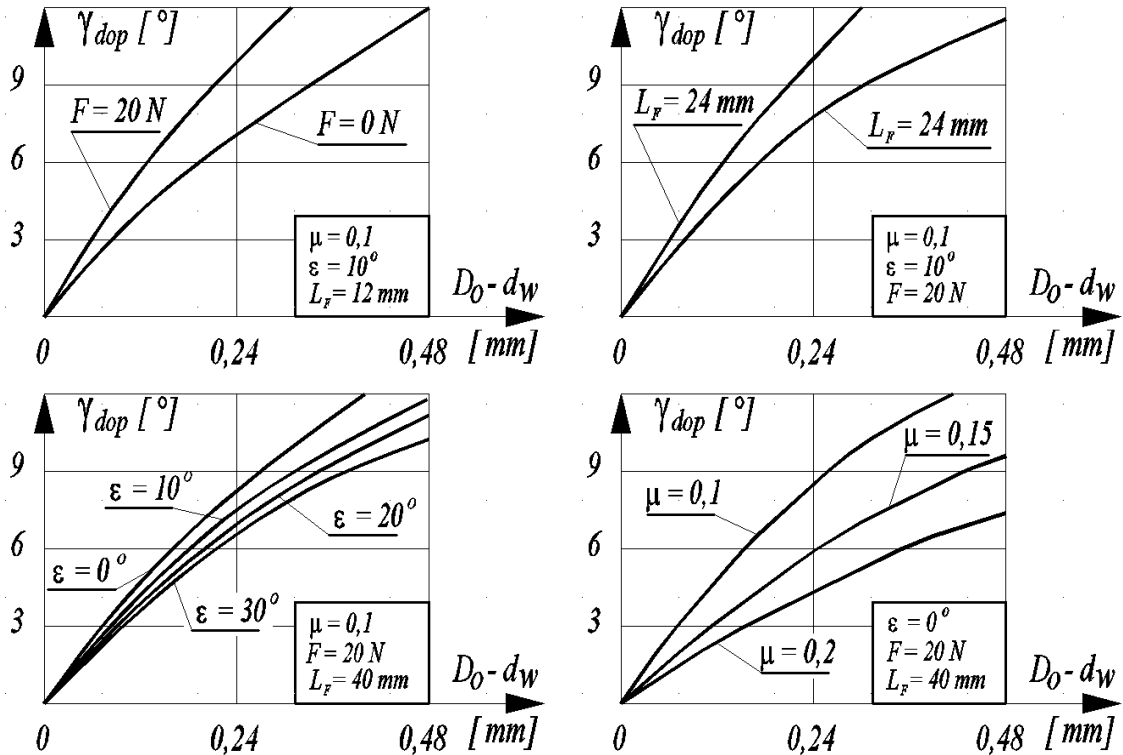
$$\delta_{ER} = -G \cdot a_G / (R \cdot \cos \varphi_R) + X'_S - X'_E + (Z'_E - Z'_S) \cdot \operatorname{tg} \varphi_R \geq 0 \quad (17)$$





Rys. 6. Schemat do określenia warunków połączenia części przy wstawianiu tulejki  
 Fig. 6. The conditions diagram of connecting parts, during inserting sleeve

Na podstawie powyższego równania opracowano programy komputerowe pozwalające określić: zależność dopuszczalnego kąta skrzyżowania osi kojarzonych powierzchni  $\gamma_{dop}$  od wielkości luzu w połączeniu  $D_o - d_w$ , wielkości współczynników tarcia wewnętrznego  $\mu$  i  $\mu_F$ , wielkości siły montażowej  $F$  oraz siły ciężkości  $G$  wstawianej tulejki, jak również wielu innych wielkości przedstawionych w wyrażeniu (17). Przykładowe wyniki obliczeń numerycznych zilustrowano na rys. 7.



Rys. 7. Dopuszczalne wartości kątów skrzyżowania  $\gamma_{dop}$  osi łączonych części przy wstawianiu tulejki  
 Fig. 7. Allowable junction axis angles  $\gamma_{dop}$  combined parts, during inserting the sleeve

Znalezione wartości dopuszczalnych kątów  $\gamma_{dop}$  są jednakowe zarówno przy wstawianiu wałka, jak i tulejki, jeżeli dane wejściowe są takie same. Jednakże w większości przypadków średnica zewnętrzna  $D_Z$  tulejki jest większa od średnicy wałka, stąd dopuszczalny kąt  $\gamma_{dop}$  jest większy przy wstawianiu tulejki niż przy wstawianiu wałka. Montaż z wykorzystaniem prowadnic pozwala na łączenie części z mniejszymi luzami aniżeli bez zastosowania tych elementów, aczkolwiek w miarę zmniejszania się luzu w połączeniu należy zapewnić nadzwyczajnie wysoką dokładność ogniów składowych układu montażowego.

#### 4. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono warunki automatycznego montażu części maszyn o powierzchniach obrotowych pasowanych z luzem dodatnim. Znalezione zależności teoretyczne pozwalają opisać proces łączenia części z zastosowaniem mechanizmów montażowych zawierających elementy prowadzące. Pokazane zależności pozwalają ilościowo ocenić techniczne możliwości wykorzystania mechanizmów montażowych, wyznaczyć stawiane im wymagania techniczne, obliczyć parametry technologiczne procesu: prędkość przemieszczenia się narzędzia montażowego oraz wielkość niezbędnej siły montażowej.

Na podstawie przedstawionych rozważań teoretycznych opracowano program komputerowy umożliwiający określenie wymagań technicznych stawianych automatom i robotom montażowym. Stanowi to podstawę do prac konstrukcyjnych i technologicznych zapobiegających w konsekwencji bezawaryjnemu przebiegowi procesu montażu. Jednocześnie wyniki obliczeń numerycznych można wykorzystać do komputerowego wspomagania projektowania automatów montażowych zawierających elementy prowadzące dla wstawianych części maszyn.

#### Bibliografia

1. Budniak Z., Gusiew A.: Obiespiecienie kaciestwa sojedinenij i nadioznosti raboty awtomatycznych sborocznych masin. Mechanizacja i Awtomatizacja Proizvodstva, nr 4, 1983, s. 10-15.
2. Budniak Z.: Automatyczny montaż detali o powierzchniach obrotowych pasowanych z luzem dodatnim. Konferencja Naukowo-Techniczna TTP '2001, Projektowanie procesów technologicznych, t. II, Poznań 2001, s. 15-20.
3. Budniak Z.: Modelowanie przestrzennych łańcuchów wymiarowych układów montażowych z zastosowaniem technik CAD/CAE. Pomiary Automatyka Kontrola, Vol. 59, nr 07/2013.
4. Kluz R., Ochwat S.: Analiza montowalności części o powierzchniach cylindrycznych pasowanych z luzem dodatnim. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika, z. 61 (202), Rzeszów 2003, s. 33-38.
5. Łunarski J., Szajbakowicz W., Szejnach W.: Automatyczne orientowanie w procesach montażu. Wydawnictwo Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1994.