



Wiesław GRZESIKIEWICZ, Lech KNAP, Michał MAKOWSKI

STUDIUM ENERGETYCZNE HYDROSTATYCZNEGO NAPĘDU AKUMULATOROWEGO

Streszczenie

W pracy rozpatrujemy procesy termodynamiczne powstające w komorach z gazem akumulatora hydro-pneumatycznego w trakcie napędzania bezwładnika odwzorowującego inercję pojazdu. Bezpośrednim celem tych badań jest energetyczna analiza procesów przemiany energii w czasie napędu. Badania te będą prowadzone przy użyciu modelu w postaci układu termodynamiczno-mechanicznego. W prezentowanej wersji modelu pominięto wszelkie zjawiska dyssypacyjne, które będą rozpatrywane w następnych pracach.

1. WPROWADZENIE

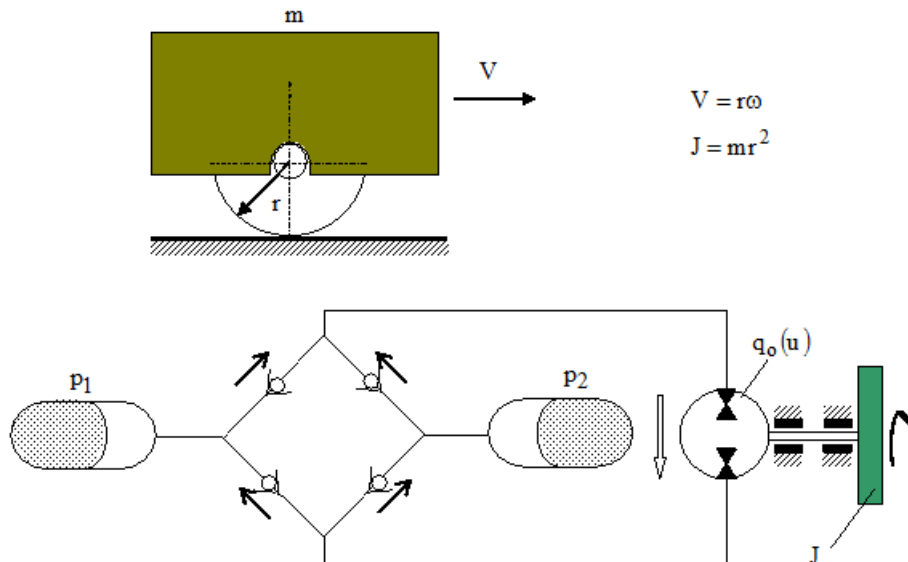
Hydrostatyczny napęd akumulatorowy składa się z dwóch hydrostatycznych akumulatorów oraz maszyny hydrostatycznej podwójnego działania (mogącej pracować w określonych warunkach, jako silnik lub jako pompa tzw. pompo-silnik). Schemat takiego układu pokazano na rysunku 1, gdzie napędzany jest bezwładnik. Przedstawiony układ znajduje zastosowanie w napędach hybrydowych spalinowo-hydrostatycznych lub elektryczno-hydrostatycznych. Napęd hydrostatyczny spełnia to rolę pomocniczą, to znaczy wspomaga rozruch i hamowanie pojazdu lub maszyny roboczej. Dzięki temu następuje efektywniejsze przetwarzanie energii skutkujące mniejszym zużyciem energii.

W niniejszej pracy rozpatrujemy procesy termodynamiczne powstające w komorach z gazem akumulatora hydropneumatycznego w trakcie napędzania bezwładnika odwzorowującego inercję pojazdu. Bezpośrednim celem tych badań jest energetyczna analiza procesów przemiany energii w czasie napędu. Badania te będą prowadzone przy użyciu modelu w postaci układu termodynamiczno-mechanicznego. W prezentowanej tu wersji modelu pominięto wszelkie zjawiska dyssypacyjne. Dzięki temu sformułowanie bilansu energii jest łatwiejsze i może służyć jako wzorzec. W następnych etapach pracy będziemy rozpatrywać bardziej adekwatny model.

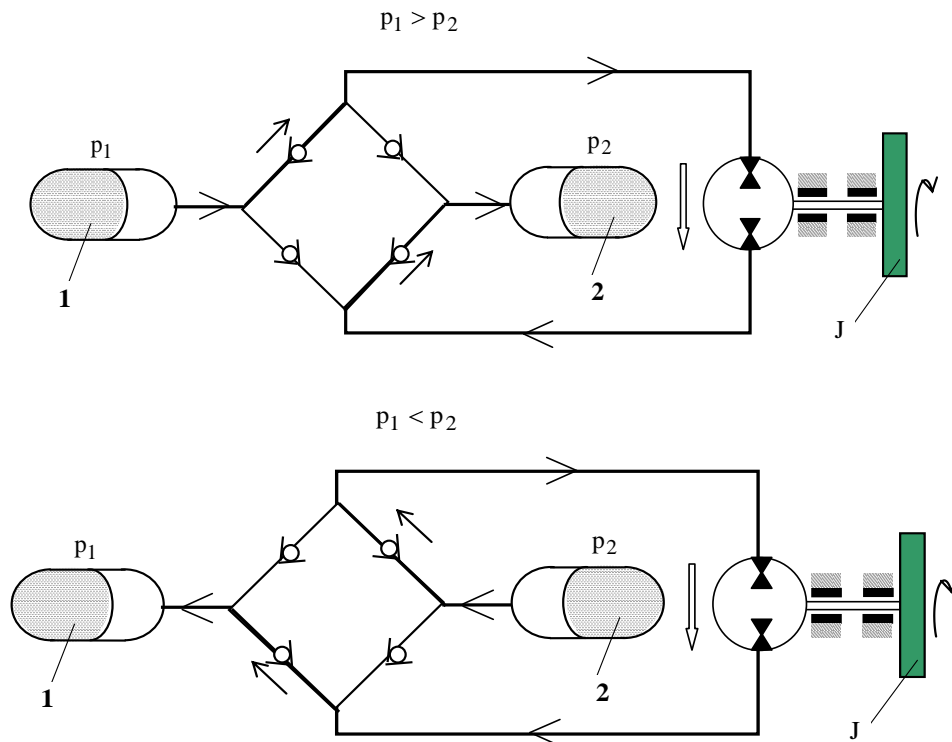
2. MATEMATYCZNY OPIS ELEMENTÓW UKŁADU

Analizujemy procesy energetyczne w układzie napędowym, którego schemat pokazano na rysunku 1. W układzie energia jest akumulowana w komorach z gazem oraz w obracającym się bezwładniku. Objętość komór zmienia się wraz z dopływem cieczy do akumulatora, natomiast masa gazu w komorze jest stała. Gaz zawarty w komorach traktujemy jako gaz doskonały. Przyjmujemy, że rozkłady fizycznych właściwości gazu

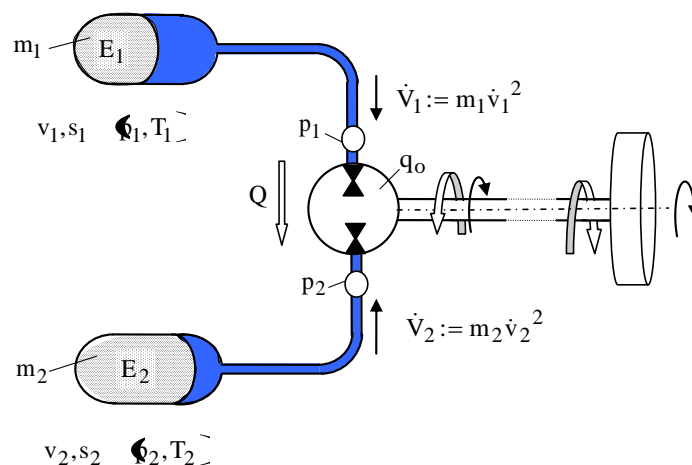
w komorze są jednorodne. Zakładamy, że ciecz wypełniająca hydrauliczną część układu jest nieściśliwa i jednorodna. W układzie hydraulicznym znajduje się hydromechaniczny przetwornik energii – czyli pompo-silnik. Zakładamy, że energia jest przetwarzana bez strat energii i cieczy. Na rysunku 2 pokazano dwie możliwe konfiguracje układu. Zmianę konfiguracji uzyskuje się za pomocą sterowanych zaworów pokazanych na rysunku 1. Konfiguracje pokazane na rysunku 2 dotyczą napędzania lub hamowania pojazdu w czasie jazdy do przodu. Na rysunku 3 pokazano schemat układu z oznaczeniami wielkości fizycznych, które będą używane do matematycznym opisie przepływu energii w układzie.



Rys.1. Model napędu hydrostatycznego napędu akumulatorowego.



Rys. 2. Konfiguracja napędu podczas napędu i hamowania



Rys. 3. Schemat hydrauliczno-mechaniczny akumulatorowego układu napędowego

Współrzędne pierwotne opisujące stan gazu w komorach akumulatorów:

- v_i dla $i=1, 2$ – objętość właściwa [m^3/kg]
- s_i dla $i=1, 2$ – entropia właściwa [$\text{J}/\text{kg K}$]
- k – kręt (moment pędu) [Nm s]

Współrzędne dualne do pierwotnych [2]:

- p_i dla $i=1, 2$ – ciśnienie [N/m^2]=[Pa]
- T_i dla $i=1, 2$ – temperatura [K]
- ω – prędkość kątowa [$1/\text{s}$]

Warto zwrócić uwagę, że współrzędne termodynamiczne v, p, T mają wartości dodatnie, tzn.: $v > 0, p > 0, T > 0$.

Współrzędne pierwotne i dualne są ze sobą sprzężone energetycznie. Szczegółowe relacje między nimi będą przedstawione dalej.

Pozostałe symbole z rysunku 2 oznaczają:

- m_i dla $i=1, 2$ – masa gazu w komorze [kg]
- E_i dla $i=1, 2$ – energia właściwa gazu [J/kg]
- Q – przepływ cieczi przez przetwornik [m^3/s]
- q_0 – stała charakteryzująca przepływowe cechy przetwornika [m^3/rad]

W dalszych rozważaniach większość z powyższych wielkości będzie zmieniać się w czasie, wobec tego wymieniane symbole oznaczają funkcję czasu, a kropka nad symbolem oznacza operator różniczkowania względem czasu.

Pomiędzy rozpatrywanymi wielkościami istnieją związki wynikające z przyjętych założeń i konfiguracji układu:

- ciśnienie w przyłączach pompo-silnika jest równe ciśnieniu w przyłączonych akumulatorach
- objętość komór z gazem oraz prędkość zmiany objętości wynoszą:

$$V_i := m_i v_i [\text{m}^3], \quad \dot{V}_i := m_i \dot{v}_i [\text{m}^3/\text{s}], \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

z warunku ciągłości przepływu przez przetwornik otrzymujemy:

$$\dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 0 \quad (2)$$

geometryczne cechy pompo-silnika opisuje wzór:

$$Q = q_0 \omega \text{ [m}^3\text{/s]} \quad (3)$$

a z warunku ciągłości przepływu przez przyłącza pompo-silnika mamy:

$$\dot{V}_1 = Q, \quad \dot{V}_2 = -Q \quad (4)$$

Po tej wstępnej charakterystyce układu napędowego, przystępujemy do matematycznego opisu procesu przetwarzania energii. Ilość energii właściwej zakumulowanej w zbiorniku z gazem a faktyczna zmiana ilości energii w stosunku do ustalonego stanu odniesienia wyznacza wzór zamieszczony w pracy [1] i podobne wyrażenie znajduje się w pracy [6]:

$$E(v, s) := E_0 \left[\left(\frac{v_0}{v} \right)^{\kappa-1} e^{\frac{s-s_0}{c_v}} - 1 \right] \text{ [J/kg]} \quad (5)$$

Powyższe wyrażenie dotyczy gazu doskonałego, którego cechy termodynamiczne określa para stałych (c_v, c_p) nazywanych ciepłem właściwym przy stałej objętości lub przy stałym ciśnieniu. Przy użyciu tych stałych definiuje się inną parę stałych [4], [5]:

$$\kappa := \frac{c_p}{c_v}, \quad R = c_p - c_v \text{ [J/kg K]} \quad (6)$$

gdzie:

- κ - stała nazywana wykładnikiem izentropy,
- R – indywidualna stała gazowa.

Wielkości E_0, v_0, s_0 określają stan odniesienia. Do dalszych rozważań przyjmujemy, że w obu akumulatorach jest taki sam gaz. Wzór określający ilość energii zakumulowanej w wirującym bezwładniku mają postać:

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{k^2}{J} \text{ [J]}, \quad k = J\omega \quad (7)$$

gdzie:

- J – masowy moment bezwładności,
- k – kręt bezwładnika.

Jako podstawę do sformułowania równań opisujących przebieg procesu napędowego przyjmujemy zasadę zachowania energii sformułowaną w postaci bilansu mocy.

W tym celu ustalamy relacje, które definiują dualne współrzędne termodynamiczne:

$$p = - \frac{\partial E(v, s)}{\partial v}, \quad T = \frac{\partial E(v, s)}{\partial s} \quad (8)$$

a także formułujemy opis bilansu mocy w zbiorniku z gazem:

$$\dot{E}(v, s) = -p\dot{v} + T\dot{s} \quad (9)$$

gdzie:

- $T\dot{s}$ – moc strumienia energii cieplnej dopływającego do zbiornika z gazem,
- $p\dot{v}$ – moc strumienia energii dopływającej do zbiornika z gazem podczas pracy (zmiana objętości).

Równanie bilansu energii często zapisuje się w postaci:

$$E = \Delta Q + \Delta L \quad (10)$$

gdzie:

E – przyrost energii gazu

ΔQ – ilość ciepła dostarczanego do zbiornika z gazem [3], [4]:

$$\Delta Q(s) = \int_{s_0}^s T(\sigma) d\sigma \quad (11)$$

gdzie:

ΔL – ilość pracy dostarczanej do gazu [3], [4]:

$$\Delta L(v) = \int_{v_0}^v p(\xi) d\xi \quad (12)$$

Po wykonaniu różniczkowania wzory (8) przybierają postać:

$$p = E_0 \frac{\kappa-1}{\kappa} \left(\frac{v_0}{v}\right)^\kappa e^{\frac{s-s_0}{c_v}} \quad (13a)$$

$$T = \frac{E_0}{c_v} \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\kappa-1} e^{\frac{s-s_0}{c_v}} \quad (13b)$$

Zauważmy, że dzieląc powyższe równania przez siebie otrzymuje się równanie stanu gazu doskonałego sformułowane w roku 1834 przez Clapeyrona [5]:

$$pv = RT \quad (14)$$

które wiąże trzy współrzędne termodynamiczne.

W stanie odniesienia to znaczy, gdy $v = v_0, p = p_0, s = s_0, T = T_0$ wartości współrzędnych spełniają zależności:

$$p_0 = \frac{(\kappa-1)E_0}{v_0}, \quad T_0 = \frac{E_0}{c_v} \quad \text{a stąd} \quad E_0 = T_0 c_v = \frac{p_0 v_0}{\kappa-1} \quad (15)$$

Uwzględniając te związki we wzorach (9) mamy:

$$p = p_0 \left(\frac{v_0}{v}\right)^\kappa e^{\frac{s-s_0}{c_v}}, \quad T = T_0 \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\kappa-1} e^{\frac{s-s_0}{c_v}} \quad (16)$$

Zwróćmy uwagę na wzory (5), (8) i (16). Wynika z nich, że wartości energii $E(v, s)$ można obliczyć również z poniższej równości jeśli znamy temperaturę daną wzorem (13):

$$E(v, s) = c_v(T - T_0) \quad (17a)$$

gdyż zachodzi równość:

$$c_v \frac{\partial E(v, s)}{\partial s} = E(v, s) \quad (17b)$$

Równość ze wzoru (17a) istotnie ułatwiają obliczanie ilości energii zakumulowanej w gazie doskonałym.

Teraz zajmiemy się równaniem opisującym bilans mocy w przetworniku (czyli pomp-silniku), do którego dopływają dwa strumienie energii z akumulatorów oraz odpływa strumień energii do bezwładnika, czyli:

$$m_1 p_1 \dot{v}_1 + m_2 p_2 \dot{v}_2 = \omega \dot{k} \quad (18)$$

Można zauważyć, że bilans ten będzie spełniony, gdy:

$$\begin{vmatrix} m_1 \dot{v}_1 \\ m_2 \dot{v}_2 \\ -\dot{k} \end{vmatrix} = q_0 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \omega \end{vmatrix} \quad (19)$$

Na tej podstawie formułujemy równania różniczkowe opisujące przepływ energii:

$$m_1 \dot{v}_1 = q_0 \omega \quad (20a)$$

$$m_2 \dot{v}_2 = -q_0 \omega \quad (20b)$$

$$J\dot{\omega} = q_0 [p_1(v_1, s_1) - p_2(v_2, s_2)] \quad (20c)$$

a oprócz tego mamy wzory:

$$p_i(v_i, s_i) = p_{0i} \left(\frac{v_{0i}}{v_i} \right)^{\kappa} e^{\frac{s_i - s_{0i}}{c_v}} \quad i = 1, 2 \quad (21a)$$

$$T_i(v_i, s_i) = T_{0i} \left(\frac{v_{0i}}{v_i} \right)^{\kappa-1} e^{\frac{s_i - s_{0i}}{c_v}} \quad i = 1, 2 \quad (21b)$$

które wyznaczają termodynamiczny stan gazu w obu zbiornikach.

Przytoczone wyżej sformułowania nie jest pełne, gdyż w wyrażeniach $p_i(v_i, s_i)$ $i=1, 2$ opisanych wzorem (16), występują zmienne s_i $i=1,2$, których wartości nie można wyznaczyć na podstawie równań (20) i (21).

Aby wyznaczyć te wartości analizujemy wyrażenie $T\dot{s}$, ze wzoru (9), reprezentujące strumień energii cieplnej dopływającej do gazu z otoczenia. Moc tego strumienia jest uwarunkowana wymianą ciepła między gazem znajdującym się w akumulatorze a otoczeniem.

Najprostszy przybliżony opis wymiany ciepła, między gazem a otoczeniem, określa wyrażenia:

$$\dot{s} = \lambda \frac{T - T_{ot}}{T} \quad (22)$$

gdzie:

T_{ot} – temperatura otoczenia – zwykle przyjmuje się, że jest stała

λ – współczynnik przewodzenia energii (ciepła) z otoczenia do gazu [W/kg K].

Współczynnik λ charakteryzuje zjawiska towarzyszące przepływowi energii z otoczenia do gazu. Ze względu na złożony charakter zjawiska wymiany ciepła z otoczeniem, przybliżoną wartość λ można ustalić tylko doświadczalnie. Można też przyjąć dodatkowe założenie, które pośrednio określa przepływ ciepła. W przyjmowanych założeniach tych ustala się charakter termodynamicznej przemiany gazu [4] i [5]. Na tej podstawie można wyznaczyć strumień ciepła dopływający do gazu a także entropię gazu.

W niniejszej pracy będziemy rozpatrywali przemianę izentropową, którą opisuje założenie:

$$s = \text{const} (\dot{s} = 0) \quad (23)$$

Ze wzoru (16) otrzymujemy związki między objętością właściwą i ciśnieniem:

$$p = p_0 \left(\frac{v_0}{v} \right)^\kappa \text{ albo } pv^\kappa = \text{const} \quad (24)$$

W tym przypadku równania (20) i (21) przybierają postać:

$$m_1 \dot{v}_1 = q_0 \omega \quad (25a)$$

$$m_2 \dot{v}_2 = -q_0 \omega \quad (25b)$$

$$J\dot{\omega} = q_0 [p_1(v_1, s_1) - p_2(v_2, s_2)] \quad (25c)$$

$$p_i(v_i) = p_{0i} \left(\frac{v_{0i}}{v_i} \right)^\kappa \quad i=1, 2 \quad (25d)$$

Z założenia (23) wynika, że w trakcie tej przemiany nie ma przepływu ciepła z otoczenia, czyli:

$$\Delta Q = 0 \quad (26)$$

W takim przypadku temperaturę gazu wyznaczamy z równania Clapeyrona:

$$T_i = \frac{p_i v_i}{R} \quad i=1, 2 \quad (27)$$

Ponadto obliczamy energię zakumulowaną w gazie:

$$E_i(v_i, s_0) = \frac{p_0 v_0}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{v_0}{v} \right)^{\kappa - 1} - 1 \right] \quad (28)$$

oraz pracę wykonaną przez gaz:

$$\Delta L = - \int_{v_0}^v p(\xi) d\xi = - \int_{v_0}^v p_0 \left(\frac{v_0}{\xi} \right)^\kappa d\xi = \frac{p_0 v_0}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{v_0}{v} \right)^{\kappa - 1} - 1 \right] \quad (29)$$

Składniki bilansu energii, ze wzorów (26), (27) i (28) wzory spełniają bilans energii.

ZAKOŃCZENIE

Przedstawione wyżej równania dotyczą matematycznego opisu procesów energetycznych powstających w napędzie hydrostatycznym przy założeniu, że parametry gazu zawartego w komorach akumulatorów hydro-pneumatycznych zmieniają się według przemiany izentropowej.

Na podstawie równań (25) oraz przyjętego algorytmu sterowania zasilaniem pomp-silnika, będą przeprowadzone symulacyjne badania rozpatrywanego napędu. Ze względu na założony brak dyssypacji w układzie będą wzbudzone drgania.

Badania symulacyjne będą prowadzone w celu ustalenia parametrów przyjętego modelu. Zasadniczym elementem rozważanego modelu jest akumulator hydro-pneumatyczny, dla którego należy ustalić charakterystykę oraz dopuszczalny zakres pracy obu akumulatorów.

Prace wykonano w ramach projektu, który został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2011/01/B/ST8/06822.

ENERGETIC STUDY OF A HYDROSTATIC DRIVE SYSTEM WITH HYDRO-PNEUMATIC ACCUMULATORS

Abstract

A hydrostatic drive system with hydro-pneumatic accumulators consists of a bilateral hydrostatic machine with two hydro-pneumatic accumulators attached. This type of a drive system can be a part of the hydrostatic hybrid in which hydro-pneumatic accumulators are employed for breaking the vehicle.

In this article an analysis of the flow of energy between hydropneumatic accumulators, hydrostatic machine, inertia element and surrounding environment is presented. In the analysis a model of transmission system with some extent of idealization of energy conversion process is considered.

The main part the discussion here is related to thermodynamic changes in the gas chambers of hydro-pneumatic accumulators. These changes take place inside chambers with a constant amount of gas. The energy stored in hydro-pneumatic accumulator is exchanged with an inertia element as the hydrostatic energy and with the environment as heat. By recourse to the hydrostatic machine, the hydrostatic energy can be exchanged with the kinetic energy of the inertia element.

For the considered process of energy exchange a mathematical description of inertia element motion and thermodynamic processes in chambers of hydro-pneumatic accumulators was formulated. This approach resulted in a mathematical formulation leading to a set of algebraic equations.

BIBLIOGRAFIA

1. Grzesikiewicz W, Wakulicz A.: *Optymalizacyjny charakter termodynamicznych praw gazu doskonałego*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej. Koszalin 2006.
2. Gumiński K.: *Termodynamika*. PWN. Warszawa 1986.
3. Szücs E.: *Modelowanie matematyczne w fizyce i technice*. WNT. Warszawa 1977.
4. Szargut J.: *Termodynamika techniczna*. PWN. Warszawa 1991.
5. Wiśniewski S.: *Termodynamika techniczna*. WNT. Warszawa 1987.
6. Седов Л., И.: *Механика сплошной среды*. НАУКА. Moskwa 1970.

Autorzy:

dr hab. inż. Wiesław GRZESIKIEWICZ – Instytut Pojazdów, Politechnika Warszawska

dr inż. Lech KNAP – Instytut Pojazdów, Politechnika Warszawska

dr inż. Michał MAKOWSKI – Instytut Pojazdów, Politechnika Warszawska