

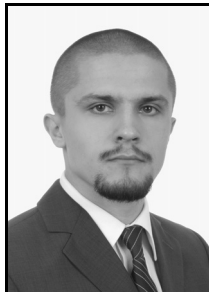
Szymon SOBCZYK

POLITECHNIKA KRAKOWSKA, INSTYTUT MECHANIKI BUDOWLI
ul. Warszawska 24, 30-962 Kraków

Poszukiwanie optymalnej wysokości wieloprzęsłowej belki żelbetowej o przekroju prostokątnym

Mgr inż. Szymon SOBCZYK

Projektant konstrukcji budowlanych. Absolwent Akademii Górniczo-Hutniczej (kierunek: Geodezja i Kartografia) oraz Politechniki Krakowskiej (kierunek: budownictwo). Zainteresowania badawcze i naukowe dotyczą problemów optymalnego kształtowania konstrukcji.



e-mail: szymek.sobczyk@gmail.com

Streszczenie

Praca dotyczy optymalnego kształtowania ciągłych belek żelbetowych o przekroju prostokątnym. W artykule skupiono się na optymalnym doborze wysokości przekroju poprzecznego przy ustalonej długości, szerokości, stopniu zbrojenia elementu oraz przy określonych obciążeniach zewnętrznych. Formułując zagadnienie za pomocą prostych funkcji oraz stosując pętle obliczeniowe możliwe było przeprowadzenie wielokrotnych obliczeń optymalizacyjnych oraz podanie zaleceń projektowych optymalnego doboru wysokości wieloprzęsłowych belek żelbetowych.

Słowa kluczowe: optymalizacja konstrukcji, metoda gradientowo-iteracyjna, belka żelbetowa.

Finding the optimal height of a multi-span reinforced concrete beam with rectangular cross-section

Abstract

This paper concerns the optimal modeling of multi-span reinforced concrete beams with rectangular cross-section. It focuses on the selection of the optimal height of the cross-section at a fixed length, width, level of reinforcement of the element and the set of external loads. The analysis of the issue was formulated in accordance with the existing European design standards. The paper describes the gradient-iterative optimization method, outlines its basic assumptions and illustrates the general use of this method. The method makes it possible to quickly obtain optimal results using universally-available programming. In addition, the method makes it possible to find optimal solutions without the use of complicated mathematical formulas. By formulating the task with the help of simple functions and carrying out calculation loops it was possible to conduct multiple optimization calculations and specify design recommendations for the optimal selection of height of statically indeterminate reinforced concrete beams.

Keywords: structure optimization, gradient-iterative method, reinforced concrete beam.

1. Wstęp

Ze względu na powszechność i skalę stosowania, przy projektowaniu żelbetowych belek należy zwrócić szczególną uwagę na dobór wymiarów przekroju poprzecznego oraz ilości zastosowanego zbrojenia. Projektując ekonomicznie, przed przystąpieniem do obliczeń, należy szczegółowo przeanalizować koszty związane z wykonaniem danego elementu w konkretnej inwestycji.

Nie w każdym przypadku element optymalny będzie cechował się minimalnym zużyciem stali zbrojeniowej. Każdy wykonawca jest w stanie określić optymalny pod względem ekonomicznym stopień zbrojenia belki, który będzie minimalizował wypadkową wszystkich kosztów związanych z wykonaniem elementu.

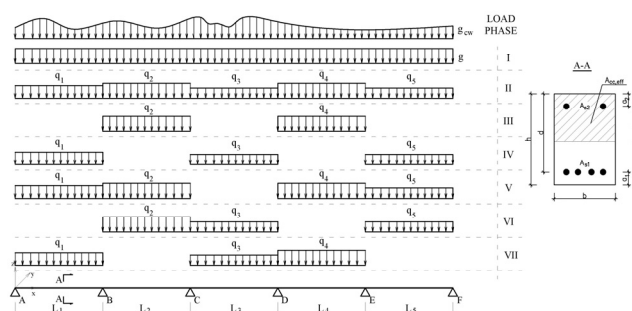
W pracy skupiono się na optymalnym doborze wysokości pięcioprzęsłowej belki przy założonym stopniu zbrojenia oraz ustalonych warunkach obciążeniowych.

Do znalezienia rozwiązania optymalnego posłużono się gradientowo-iteracyjną metodą optymalizacji. Analizowane zagadnienie zostało sformułowane w zgodzie z obowiązującymi normami projektowymi.

2. Algorytm obliczeniowy

Założenia obliczeniowe:

Analizie podlega pięcioprzęsłowa jednokierunkowo zginana belka żelbetowa o przekroju prostokątnym. Poniżej na rysunku pokazano schemat statyczny, przekrój poprzeczny oraz układ sił zewnętrznych.



Rys. 1. Schemat statyczny, przekrój poprzeczny oraz układ sił zewnętrznych
Fig. 1. Static diagram, cross-section and configuration of external forces

Faza I obciążenia uwzględnia ciężar własny elementu g_{cw} oraz obciążenie stałe g . Fazy II-VII opisują obciążenie zmienne w różnych przypadkach obliczeniowych. W analizowanym przykładzie założono 7 kombinacji obliczeniowych (C1 ÷ C7) poszczególnych faz obciążenia:

$$\begin{aligned}
 C1 &= F_I \\
 C2 &= F_I + F_{II} \\
 C3 &= F_I + F_{III} \\
 C4 &= F_I + F_{IV} \\
 C5 &= F_I + F_V \\
 C6 &= F_I + F_{VI} \\
 C7 &= F_I + F_{VII}
 \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie:

$$F_{I-VII} - \text{faza obciążeniowa}$$

Metoda elementów skończonych w analizowanym problemie:

Rozważaną belkę opisano stosując metodę elementów skończonych. Belkę zdyskretyzowano na elementy skończone o stałej (w obrębie jednego elementu) sztywności $EI(b)$ oraz stałej długości L_{ES} .

Zdefiniowano macierz sztywności (2) oraz zbudowano macierz Boole'a dla n elementów skończonych (3).

$$k(EI, L) = \begin{pmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$B_i = \begin{cases} B_{(1,2 \cdot (\text{top}^n - 1) + 1)} = 1 \\ B_{(2,2 \cdot (\text{top}^n - 1) + 2)} = 1 \\ B_{(3,2 \cdot (\text{top}^n - 1) + 3)} = 1 \\ B_{(4,2 \cdot (\text{top}^n - 1) + 4)} = 1 \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

top^n – fragment macierzy topologii odpowiadający n -temu elementowi skończonemu.

Funkcja (4) opisuje wprowadzoną macierz topologii dla n elementów skończonych.

$$top = \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots n \\ top_{i,1} = i \\ top_{i,2} = i + 1 \end{cases} \quad (4)$$

Zapis macierzowy (3) definiuje macierz Boole'a dla dowolnego i -tego elementu skończonego, co umożliwiła późniejszą automatyzację obliczeń dla dowolnej liczby elementów.

Dla każdego węzła określono dwie siły węzłowe: siłę pionową oraz moment zginający. Wektor sił węzłowych dla n elementów skończonych ma wymiar $2(n+1)$. W analizowanym przykładzie w wektorze sił węzłowych niezerową wartość przyjmuje tylko wiersz odpowiadający sile pionowej przypisanej do ostatniego węzła (wiersz $2n+1$).

Agregacja macierzy sztywności:

$$K = \sum_{i=1}^n B_i^T K_{e,i} B_i \quad (5)$$

gdzie:

$K_{e,i}$ – macierz sztywności obliczona zgodnie z równaniem (2) dla i -tego elementu skończonego

B_i – macierz Boole'a dla i -tego elementu skończonego.

Definicja wektorów zastępników obciążenia liniowego:

$$Z_c(q, L_{ES}) = \begin{pmatrix} \frac{qL_{ES}}{2} \\ \frac{qL_{ES}^2}{12} \\ \frac{qL_{ES}}{2} \\ -\frac{qL_{ES}^2}{12} \end{pmatrix} \quad (6)$$

gdzie:

q – obciążenie liniowe

L_{ES} – długość elementu skończonego

Agregacja wektorów zastępników:

$$Z = \sum_{i=1}^n B_i^T Z_{e,i} \quad (7)$$

gdzie:

$Z_{e,i}$ – wektor zastępników obciążenia liniowego obliczony zgodnie z równaniem (6) dla i -tego elementu skończonego

Warunki brzegowe opisano wektorem (8):

$$w = \begin{cases} w_1 = 1 \\ w_2 = 0 \\ \text{for } i \in 2 \dots (n+1) \\ w_{2i-1} = \begin{cases} 1 \text{ if } ((i-1)L_{ES} = L_1) \vee \\ ((i-1)L_{ES} = L_1 + L_2) \vee \\ ((i-1)L_{ES} = L_1 + L_2 + L_3) \vee \\ ((i-1)L_{ES} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4) \vee \\ ((i-1)L_{ES} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5) \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases} \\ w_{2n+2} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Rozwiązanie układu równań oraz obliczenie wektorów przemieszczeń dla elementów skończonych wynika z równania równowagi:

$$K_{wb} Q = S_{wb} \quad (9)$$

gdzie:

Q – wektor przemieszczeń węzłowych,

K_{wb} – macierz sztywności uwzględniająca warunki brzegowe,

S_{wb} – wektor obciążeń węzłowych uwzględniający warunki brzegowe.

Funkcje opisujące stany graniczne analizowanej belki:

a) Stan graniczny nośności: zginanie

W pierwszej kolejności należy wyznaczyć zasięg efektywnej wysokości strefy ściskanej ξ_{eff} w betonie.

$$\xi_{eff} = \frac{\lambda(f_{ck}) A_{s1} f_{yd} - A_{s2} f_{yd}}{0,8 f_{cd} b h} \quad (10)$$

Jeżeli spełniony jest warunek $\xi_{eff} \leq \xi_{eff,lim}$ to zbrojenie A_{s1} jest w pełni wykorzystane. Natomiast jeżeli $\xi_{eff} > \xi_{eff,lim}$ to zbrojenie A_{s1} nie jest w pełni wykorzystane.

Nośność elementu zginanego opisuje funkcja (11):

$$M_{Rd} = \begin{cases} \text{if } \xi_{eff} \leq \xi_{eff,lim} \\ \begin{cases} M_{Rd} = A_{s1}(d - a_2)f_{yd} \text{ if } \xi_{eff} \leq 2 \frac{a_2}{d} \\ M_{Rd} = \xi_{eff}(1 - 0,5\xi_{eff})d^2 b f_{cd} + \\ + A_{s2}(d - a_2)f_{yd} \text{ otherwise} \end{cases} \\ \text{otherwise} \\ \begin{cases} M_{Rd} = \xi_{eff,lim}(1 - 0,5\xi_{eff,lim})d^2 b f_{cd} \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

gdzie (oznaczenia w funkcjach 10 i 11):

a_2, b, d – wymiary geometryczne określone na rysunku nr 1
 f_{cd} – obliczeniowa wytrzymałość betonu na ściskanie
 f_{ck} – charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie
 f_{yd} – obliczeniowa granica plastyczności stali zbrojeniowej
 $\lambda(f_{ck})$ – współczynnik określający efektywną wysokość strefy ściskanej (opisany formułą (12))

$$\lambda(f_{ck}) = 0,8 - \begin{cases} 0 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \frac{f_{ck} - 50 \text{ MPa}}{400 \text{ MPa}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

b) Stan graniczny nośności: ścinanie

Ponieważ analizowany w pracy problem dotyczy optymalnego doboru wysokości przekroju poprzecznego przy założonym stopniu zbrojenia podłużnego nie wymiarowano zbrojenia poprzecznego.

Sprawdzeniu podlega tylko nośność przekroju ze względu na ściskanie betonu powstające przy ścinaniu w elementach zginanych (funkcje 13 i 14). Warunek (14) musi zostać spełniony, gdyż w przeciwnym przypadku doszłoby do zmiążdżenia betonu.

$$\nu = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{ MPa}} \right) \quad (13)$$

$$V_{Ed} = 0,5bd \nu f_{cd} \quad (14)$$

c) Stan graniczny użytkowania: ugięcia

Graniczny moment rysujący określa równanie (15).

$$M_{cr} = f_{ctm} b \frac{h^2}{6} \quad (15)$$

Szywność elementu żelbetowego w funkcji granicznego momentu rysującego przedstawia funkcja (16).

$$B_{\infty} = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{if } M_k > M_{cr} \\ \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_k} \right)^2 \left(1 - \frac{I_{II}}{I_I} \right)} \\ \text{otherwise} \\ \{ E_{c,eff} I_I \} \end{array} \right. \quad (16)$$

gdzie:

β_1 – współczynnik zależny od przyczepności prętów
 β_2 – współczynnik zależny od czasu działania i powtarzalności obciążenia
 $E_{c,eff}$ – efektywny moduł sprężystości betonu
 I_I – sprowadzony moment bezwładności w fazie I (przekroju niezarysowany)
 I_{II} – sprowadzony moment bezwładności w fazie II (przekroju zarysowany)
 M_k – charakterystyczny moment zginający

Ugięcie elementu żelbetowego wyznacza się za pomocą funkcji (17).

$$a = \alpha_k \frac{M_k I_{eff}^2}{B_{\infty}} \quad (17)$$

gdzie:

α_k – współczynnik zależny od układu obciążeń i schematu statycznego

d) Stan graniczny użytkowania: rysy

Szerokość rozwarcia rys ukośnych przy podporach ściśle zależy od przyjętego rozstawu strzemion. Ponieważ zadanie optymalizacyjne nie uwzględnia wymiarowania zbrojenia poprzecznego pominięto sprawdzenie szerokości rozwarcia rys ukośnych.

Szerokość rozwarcia rys prostopadłych wyznacza się za pomocą równania (18):

$$w_k = \beta s_{rm} \frac{\sigma_s}{E_s} \left(1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_k} \right)^2 \right) \quad (18)$$

gdzie:

β – współczynnik wyrażający stosunek obliczeniowej szerokości rysy do szerokości średniej,
 σ_s – naprężenie w zbrojeniu rozciągającym, obliczonym w przekroju przez rysę,
 E_s – moduł sprężystości stali zbrojeniowej,
 s_{rm} – średni rozstaw rys wyznaczony zgodnie z równaniem (19).

$$s_{rm} = 50 \text{ mm} + 0,25 k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_r} \quad (19)$$

gdzie:

ϕ – średnica pręta, mm
 ρ_r – efektywny stopień zbrojenia
 k_1 – współczynnik zależny od przyczepności prętów
 k_2 – współczynnik zależny od rozkładu odkształceń w strefie rozciąganej

Optymalizacja:

Zastosowana w obliczeniach metoda stanowi połączenie metody gradientu prostego oraz iteracyjnego rozwiązania sformułowanego problemu optymalizacyjnego. W ogólności zastosowanie metody można opisać w 6 krokach:

1. Matematyczny zapis funkcji opisujących rozważane zadanie optymalizacyjne.
2. Ustalenie funkcji celu oraz zmiennych decyzyjnych.
3. Określenie ograniczeń optymalizacyjnych.
4. Ustalenie punktu startowego optymalizacji oraz kierunku poszukiwań rozwiązania.
5. Opis funkcji przyrostowej.
6. Iteracyjne znalezienie rozwiązania spełniającego zadane kryteria optymalizacyjne.

Za funkcję celu w zadaniu optymalizacyjnym przyjęto objętość elementu.

$$f = \int_0^L A_c(x) dx \quad (20)$$

Optymalizacja polega na doborze wysokości (stałej w obrębie jednego przęsła), która minimalizuje ustaloną funkcję celu (20) oraz spełnia wszystkie przyjęte ograniczenia.

Obliczenia przeprowadzane są dla ustalonych danych:

- szerokości i długości belki,
- obciążenia,
- stopnia zbrojenia.

Za punkt startowy optymalizacji przyjęto minimalną wysokość przekroju poprzecznego uwarunkowaną narzuconymi ograniczeniami geometrycznymi.

Przyjęto skokowy przyrost zmiennej decyzyjnej w obrębie jednej pętli obliczeniowej. Kierunek przyrostu Δh zależy od spełnienia warunków nośności i użyteczności (10÷19) i jest określany w zależności od uzyskanego wyniku weryfikacji nośności przekroju. Dodatkowo wartość przyrostu Δh maleje wraz z kolejnymi fazami obliczeń. Poniżej przedstawiono w uproszczony sposób funkcję określającą gradientową zmianę wysokości przekroju (21).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta h_1 = 0 \\ \text{while } |WN_p - WN_{p-1}| > \lambda \\ \left\{ \begin{array}{l} \Delta h_2 = 0,5h_{\max} \\ \dots \\ \Delta h_{p+1} = \Delta h_p + \begin{cases} |\Delta h_p - \Delta h_{p-1}| & \text{if } WN_p > 1 \\ -|\Delta h_p - \Delta h_{p-1}| & \text{if } WN_p \leq 1 \end{cases} \\ \text{break if } p > p_{\max} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (21)$$

gdzie:

λ – ustalone kryterium zbieżności,

p – numer fazy obliczeniowej,

p_{\max} – maksymalna ustalona liczba faz obliczeniowych,

WN_p – zbiór warunków obliczeniowych wynikających z analizy stanów granicznych dla p -tej fazy obliczeniowej.

Z uwagi na statyczną niewyznaczalność analizowanego elementu obliczenia przebiegają zgodnie z następującą procedurą:

1. Obliczenia MES dla wielkości startowych.
2. Znalezienie optymalnej wysokości przekroju dla każdego przęsła belki. Przekrój poprzeczny dla wyznaczonej wysokości spełnia wszystkie ustalone warunki nośności (10÷19) oraz minimalizuje zadaną funkcję celu (20).
3. Iteracyjne obliczenia (dla każdej iteracji wykonywane są obliczenia MES dla optymalnych wysokości przekroju przęseł wyznaczonych w poprzednim kroku iteracyjnym oraz wyznaczane jest nowe rozwiązanie optymalne dla określonych sił wewnętrznych).
4. Przerwanie obliczeń iteracyjnych w chwili osiągnięcia oczekiwanej zbieżności iteracyjnej.

Na podstawie powyższych założeń został napisany program komputerowy, który umożliwia znalezienie rozwiązania optymalnego dla rozważanego zagadnienia.

3. Wyniki

Dane przyjęte do obliczeń:

Beton:	C30/37 ($f_{cl} = 30$ MPa)
Stal zbrojeniowa:	A-IIIIN ($f_{yk} = 500$ MPa)
Średnica zbrojenia podłużnego:	$\phi = 16$ mm
Średnica zbrojenia poprzecznego:	$\phi_s = 8$ mm (strzemiona czterocięte)
Otulina zbrojenia:	30 mm
Ugięcie dopuszczalne:	L/250
Długość elementu skończonego:	$L_s = 0,5$ m

Obliczenia przeprowadzono dla zmiennej decyzyjnej określonej w zakresie:

- wysokość $h \in <300 ; 2000>$ mm

W celu sformułowania zaleceń praktycznych przeprowadzono wielokrotne obliczenia belek o zróżnicowanej długości (w obliczeniach założono równą długość poszczególnych przęseł $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L_5$), szerokości oraz dla różnych wartości obciążeń zewnętrznych. Dodatkowo założono równe co do wielkości obciążenia zewnętrzne $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q_5$.

Przyjęto zakresy oraz przyrost zmiennych:

- długości pojedynczego przęsła belki:
 - $L \in <6 ; 12>$ [m]
 - $\Delta L = 0,5$ m
- szerokość przekroju poprzecznego:
 - $b \in <0,3 ; 0,7>$ [m]
 - $\Delta b = 0,05$ m
- charakterystyczne obciążenia zewnętrzne:
 - $q \in <50 ; 300>$ [kN/m]
 - $\Delta q = 10$ kN/m

Napisany algorytm komputerowy automatycznie uwzględnia ciężar analizowanej belki. W obliczeniach założono, że 60% obciążenia zewnętrznego stanowią obciążenia zmienne. Z powyższego wyniku współczynnik obliczeniowy ustalony dla założonych obciążeń $\gamma = 1,45$.

Dodatkowo wszystkie powyższe obliczenia przeprowadzono dla stopni zbrojenia przęsłowego w strefie rozciąganej (A_{s1}) przyjętych z przedziału:

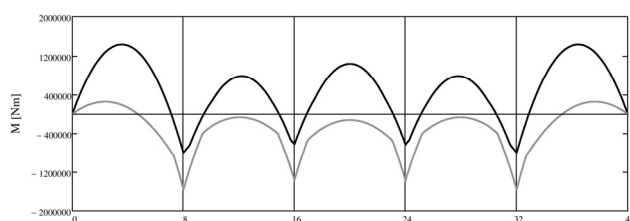
- $\rho \in <1,0 ; 3,0>$ %
- $\Delta \rho = 0,1$ %

Przykładowe wyniki:

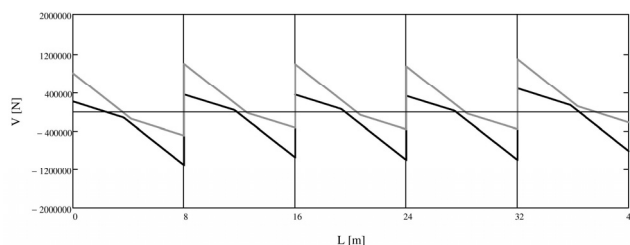
Komplet wyników obliczeń jest zbyt obszerny, żeby możliwe było jego zamieszczenie. Z tego powodu pokazano tylko przykładowe rozwiązanie optymalne dla następujących danych:

- długości pojedynczego przęsła belki: $L_{1-5} = 8$ m
- szerokość przekroju poprzecznego: $b = 0,4$ m
- stopień zbrojenia w strefie rozciąganej: $\rho = 2,0$ %
- charakterystyczne obciążenia zewnętrzne: $q_{1-5} = 150$ kN/m

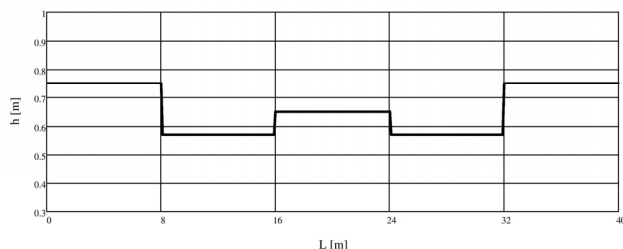
Na rysunku 2 oraz 3 pokazano obwiednie momentów zginających oraz sił ścinających. Optymalną wysokość belki pokazano na rysunku 4.



Rys. 2. Obwiednia momentów zginających
Fig. 2. Envelope of bending moments



Rys. 3. Obwiednia sił ścinających
Fig. 3. Envelope of shearing force



Rys. 4. Optymalna wysokość
Fig. 4. Optimal height

Strukturę rozwiązania optymalnego (rys. 4) dodatkowo pokazano w tabeli 1.

Tab. 1. Rozwiązanie optymalne
Tab. 2. Optimal solution

	Przęsło A-B	Przęsło B-C, D-E	Przęsło C-D
h	0,75 m	0,56 m	0,65 m

Zalecenia praktyczne:

Łącznie wyznaczono wysokość optymalną dla 26754 belek o zróżnicowanej długości, szerokości, stopniu zbrojenia oraz obciążeniu zewnętrznym. Na podstawie uzyskanych wyników sformułowano zalecenia praktyczne doboru optymalnej wysokości belki żelbetowej.

Wysokość skrajnego przęsła belki ciągłej należy przyjmować zgodnie z formułą (22):

$$h_{\text{opt}} = 0,00323L \frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt{\rho}} \left((l-b) \right)^{\frac{1}{2,36}} \pm 0,063 \text{ m} \quad (22)$$

gdzie:

- ρ – stopień zbrojenia w strefie rozciąganej (A_{s1}) [-]
- b – szerokość, m
- L – długość, m
- q – obciążenie zewnętrzne, kN/m

Wysokości przekrojów pozostałych przęseł należy przyjmować jako iloczyn wartości h_{opt} i współczynnika β , który należy przyjmować zgodnie z tabelą 2.

Tab. 2. Współczynnik β
Tab. 2. Coefficient β

Przęsło B-C, D-E	Przęsło C-D
0,738 \pm 0,020	0,873 \pm 0,015

Wszystkie zalecenia zostały podane dla stali zbrojeniowej A-IIIIN, która jest najpowszechniej stosowaną klasą stali zbrojenia zginanego. Zalecenia można natomiast odnieść do dowolnej klasy betonu, gdyż dla elementów zginanych klasa betonu ma niewielki wpływ przy określaniu optymalnej wysokości przekroju.

Otrzymane wyniki można skutecznie odnieść do belek ciągłych o większej liczbie przęseł. Optymalną wysokość belki w przęśle skrajnym wyznaczyć należy z formuły (22), natomiast wysokość przekroju w przęśle przedskrajnym należy wyznaczyć stosując współczynnik β podany w tabeli 2 (jak dla przęsła B-C). W pozostałych przęsłach optymalną wysokość wyznacza się stosując współczynnik β jak dla przęsła C-D.

Należy pamiętać, że przyjęcie wymiarów geometrycznych w oparciu o prezentowane zalecenia nie zwalnia projektanta od szczegółowej weryfikacji projektowanego elementu.

4. Wnioski

Przed przystąpieniem do projektowania belek żelbetowych należy przeanalizować koszty związane z wykonaniem danego elementu. Wstępna analiza kosztowa oraz ustalenie ekonomicznego stopnia zbrojenia elementu pozwala zaprojektować element, który będzie optymalny.

W pracy przedstawiono gradientowo-iteracyjną metodę optymalizacji belek żelbetowych. Metoda gradientowo-iteracyjna w połączeniu z algorytmem MES daje ogromne możliwości we współczesnym projektowaniu. Ze względu na relatywnie niewielkie wymagane nakłady czasu pracy metoda może zostać wykorzystana w biurach projektowania konstrukcji budowlanych do optymalizacji różnorodnych elementów budowlanych. Zadanie optymalizacyjne można sformułować w dowolnym języku programowania lub w popularnych programach matematycznych (np. Mathcad, Matlab).

Rozważany przykład statycznie niewyznaczalnej belki obrazuje skuteczność prezentowanej metodologii obliczeniowej. Zastosowanie opisanej metody optymalizacyjnej umożliwiło przeprowadzenie wielokrotnych iteracyjnej obliczeń. Na podstawie uzyskanych wyników sformułowano zalecenia praktyczne doboru optymalnej wysokości przekroju poprzecznego.

Dobór gabarytów elementu w oparciu o powyższe zalecenia umożliwia znaczące zmniejszenie czasu potrzebnego do znalezienia optymalnego kształtu projektowanej belki.

5. Literatura

- [1] Fenner R. T.: Finite Element Methods for engineers. 1997. ISBN-13: 978-1860940958.
- [2] Hamming R. W.: Numerical methods for scientists and engineers. 1987. ISBN-13: 978-0486652412.
- [3] Łapko A., Jensen B. C.: Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych. Wydawnictwo „Arkady”, Warszawa 2005.
- [4] Łodygowski T., Kąkol W.: Metoda elementów skończonych w wybranych zagadnieniach mechaniki konstrukcji inżynierskich. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1994.
- [5] Mikulski L.: Teoria sterowania w problemach optymalizacji konstrukcji i systemów. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, ISBN 978-93-7242-440-2, Kraków 2007.
- [6] Rakowski G., Kacprzyk Z.: Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji. Oficyna wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [7] Ravindran A., Ragsdell K. M., Reklaitis G. V.: Engineering optimization: methods and applications. 2006. ISBN-13: 978-0471558149.
- [8] Sobczyk Sz.: Optymalne kształtowanie pólek dźwigarów strunobetonowych. Badania doświadczalne i teoretyczne w budownictwie. monografia. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2012.
- [9] Sobczyk Sz., Mikulski L.: Optymalizacja belek sprężonych. Pomiary Automatyka Kontrola nr 10/2012.
- [10] Sobczyk Sz., Mikulski L.: Optymalizacja dźwigarów strunobetonowych. „Poliptymalizacja i komputerowe wspomaganie projektowania. Tom X”, Wydawnictwo Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2012r.
- [11] Starossolski Wł.: Konstrukcje żelbetowe według PN-B-03264:2002 i Eurokodu 2. Tom I. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- [12] PN-EN 1990:2004: Podstawy projektowania konstrukcji.
- [13] PN-EN 1992-1-1:2008: Projektowanie konstrukcji z betonu – Reguły ogólne I reguły dla budynków.

otrzymano / received: 07.07.2013

przyjęto do druku / accepted: 01.10.2013

artykuł recenzowany / revised paper