



## Optimalizacja kształtu wykresu Wöhlera z wykorzystaniem algorytmów ewolucyjnych w ujęciu diagnostycznym

MARTA WOCH<sup>1</sup>, SYLWESTER KLYSZ<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>Institut Techniczny Wojsk Lotniczych,

01-494 Warszawa, ul. Księcia Bolesława 6, marta.woch@itwl.pl

<sup>2</sup>Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie,

10-719 Olsztyn, ul. M. Oczapowskiego 2, sylwester.klysz@itwl.pl

**Streszczenie.** Optimalizacja kształtu wykresu zmęczenia wysokocyklowego Wöhlera jest problemem nieposiadającym analitycznego rozwiązania. Do próby rozwiązania można podejść, wykorzystując różne algorytmy optymalizacyjne. W pracy dokonano próby znalezienia optymalnego kształtu wykresu zmęczenia wysokocyklowego obrazującego zależność trwałości zmęczeniowej  $2N_f$  w funkcji amplitudy naprężenia  $\sigma_a$ , przy użyciu algorytmów ewolucyjnych.

Zastosowano algorytmy ewolucyjne ze względu na łatwość dopasowania do danych wejściowych oraz szybkość działania. Przeszukują one przestrzeń alternatywnych rozwiązań w celu znalezienia rozwiązania potencjalnie najlepszego. Zastosowano pięcioparametrowe równanie eksponencjalne zapewniające lepsze dopasowanie pełnego wykresu Wöhlera do danych doświadczalnych w zakresie naprężeń na poziomie granicy zmęczeniowej. Równanie to uwzględnia aproksymację zakresu quasi-statycznego i niskocyklowego dla naprężeń największych.

Dokonano obliczeń dla dwóch różnych zestawów próbek pochodzących z półki dolnej dźwigara łopaty śmigłowca Mi-2 po resursie.

**Słowa kluczowe:** wykres Wöhlera, algorytmy ewolucyjne, optymalizacja, stop aluminium

### 1. Wstęp

Optimalizacja kształtu wykresu zmęczenia wysokocyklowego Wöhlera jest problemem nieposiadającym analitycznego rozwiązania. Do próby rozwiązania można podejść, wykorzystując różne algorytmy optymalizacyjne. Na szczególną

uwagę zasługują algorytmy ewolucyjne, ze względu na łatwość dopasowania do danych wejściowych oraz szybkość działania. Zaliczane są one do klasy algorytmów heurystycznych i przeszukują przestrzeń alternatywnych rozwiązań w celu znalezienia rozwiązania najlepszego bądź potencjalnie najlepszego.

W pracy dokonano próby znalezienia optymalnego kształtu wykresu zmęczenia wysokocyklowego obrazującego zależność trwałości zmęczeniowej  $2N_f$  w funkcji amplitudy naprężenia  $\sigma_a$ , przy użyciu algorytmów ewolucyjnych. Zastosowano pięcioparametrowe równanie eksponencjalne zapewniające lepsze dopasowanie pełnego wykresu Wöhlera do danych doświadczalnych w zakresie naprężeń na poziomie granicy zmęczeniowej. Równanie to uwzględnia również aproksymację do zakresu quasi-statycznego i niskocyklowego dla naprężeń największych [4, 5].

Wyniki analiz numerycznych zostały porównane z wynikami eksperymentalnymi. Wskazano skuteczność zastosowania algorytmów genetycznych w celu uproszczenia badań zmęczeniowych i ułatwienia wnioskowania diagnostycznego nt. trwałości materiałów elementów konstrukcyjnych.

## 2. Algorytmy ewolucyjne

W algorytmach genetycznych łańcuch populacji nazywanych chromosomami lub genotypami, który koduje zbiór potencjalnych rozwiązań analizowanego problemu, ewoluuje w kierunku lepszego rozwiązania. Rozwój rozpoczyna się zwykle z populacji losowo wygenerowanych osobników/rozwiązań i trwa w kolejnych pokoleniach/iteracjach. W każdym pokoleniu przystosowanie każdego rozwiązania w populacji jest oceniane, następnie są one stochastycznie wybierane z aktualnej populacji na podstawie ich przydatności oraz zmieniane (rekombinowane i przypadkowo mutowane) w celu utworzenia nowego społeczeństwa pokolenia, które jest następnie wykorzystywane w kolejnej iteracji algorytmu. Algorytm kończy się w momencie, gdy została osiągnięta maksymalna liczba pokoleń bądź gdy zostanie uzyskany zadowalający poziom przystosowania (zakładany poziom precyzji rozwiązania). Jeśli algorytm został zakończony ze względu na maksymalną liczbę pokoleń, zadowalające rozwiązanie może nie zostać znalezione.

### **Metodyka obliczeń jest następująca:**

Inicjalizacja przebiega poprzez utworzenie początkowej populacji przez losowe wygenerowanie osobników. Wielkość populacji zależy od rodzaju problemu, ale zwykle zawiera kilka tysięcy potencjalnych rozwiązań. Przestrzeń poszukiwań obejmuje cały zakres możliwych i uzasadnionych z punktu widzenia rozpatrywanego zagadnienia wartości. Zdarza się, że rozwiązania mogą znajdować się w obszarach, w których może być znalezione optymalne rozwiązanie.

Kolejnym etapem działania algorytmu jest wybór części istniejącej populacji do utworzenia nowej generacji kolejnego pokolenia. Indywidualne rozwiązania są wybierane poprzez wykorzystanie i optymalizację funkcji przystosowania. Istnieją różne metody wyboru osobników z populacji do dalszej analizy hodowli, w tym m.in.:

- metoda koła ruletki,
- selekcja rankingowa,
- selekcja turniejowa.

Na podstawie [8] oraz przeprowadzonych wstępnie badań dla poszukiwanego rozwiązania analizowanego w niniejszej pracy zagadnienia metoda selekcji rankingowej najdokładniej ocenia przystosowanie każdej populacji oraz wyróżnia najlepsze rozwiązanie. Selekcja rankingowa wybiera do dalszej analizy  $n$  najlepiej przystosowanych osobników.

Następnym etapem, nazywanym w literaturze [1, 2] reprodukcją, jest wygenerowanie drugiej populacji rozwiązań z wybranych osobników. W tym celu stosuje się metodę *crossover* i/lub mutację. Metoda *crossover* łączy cechy rodziców (wygenerowanych w poprzednim etapie rozwiązań), tworząc dwójkę potomków. Operacja jest przeprowadzana przez rozcięcie w losowo wybranym miejscu genów rodziców i połączenie ich na krzyż, tj. fragment osobnika A przypinamy osobnikowi B, a fragment osobnika B do osobnika A — generując w ten sposób dwa nowe potencjalne rozwiązania zawierające cechy swoich rodziców (tj. wybranych wg kryterium funkcji przystosowania optymalnych rozwiązań z poprzedniej iteracji).

Mutacja to samoistna, losowa zmiana w genotypie. W przyrodzie powstaje w wyniku błędów reprodukcji lub uszkodzeń fizycznych i zwiększa różnorodność materiału genetycznego. Algorytm genetyczny symuluje analogicznie zachodzenie mutacji w kolejnych potomkach/rozwiązaniach. Prawdopodobieństwo jej zajścia to sprawa indywidualna każdego programu, lecz jego wartość powinna być bardzo niska, gdyż inaczej w wynikach pojawi się dużo losowości, a ewentualne korzystne zmiany nie będą miały szans na utrwalenie się w populacji.

Dla każdego nowego potomka, którego genotypu poszukujemy, para rodziców jest wybierana z puli ustalonej wcześniej populacji osobników. Istnieje kilka sposobów na wybór rodziców. Do najpopularniejszych można zaliczyć:

- losowy wybór,
- krzyżowanie z najlepszym osobnikiem,
- sposób, w którym najlepszy pozostaje po wcześniejszym krzyżowaniu.

Podobnie, na podstawie [8] oraz przeprowadzonych wstępnie badań, do obliczeń zastosowano metodę krzyżowania z najlepszym osobnikiem, polegającą na odnalezieniu najlepiej przystosowanego osobnika i skrzyżowaniu go ze wszystkimi pozostałymi.

Powstałe za pomocą powyższych metod osobniki zazwyczaj posiadają wiele cech swoich rodziców. Metody reprodukcji inspirowane biologicznie wykorzystują dwóch rodziców. Niektóre badania sugerują, że więcej niż dwóch rodziców użytych

w procesie tworzenia nowych potomków może doprowadzić do uzyskania lepszej jakości chromosomów.

Proces pokoleniowy jest powtarzany, aż warunek zakończenia zostanie osiągnięty.

### 3. Opis wykresu zmęczenia wysokocyklowego Wöhlera

Do opisu trwałości wysokocyklowej stosowane jest klasyczne równanie Morrowa, o postaci [3]:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b, \quad (1)$$

gdzie:  $\sigma_a$  — amplituda naprężenia;  
 $\sigma'_f$  — współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej w praktyce równy naprężeniu przy statycznym rozciąganiu;  
 $b$  — wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej malejący zazwyczaj ze spadkiem wytrzymałości materiału;  
 $2N_f$  — liczba nawrotów obciążenia (półcykli).

Równanie to nie zapewnia dobrego opisu krzywej zmęczeniowej, jaką jest pełny wykres Wöhlera. Na podstawie [4, 5] użyto pięcioparametrowego równania eksponencjalnego zapewniającego lepsze dopasowanie pełnego wykresu Wöhlera do danych doświadczalnych w zakresie naprężeń na poziomie granicy zmęczeniowej oraz aproksymację do zakresu quasi-statycznego i niskocyklowego dla naprężeń największych:

$$\sigma_a = B \exp\left(A / \left(\left(\frac{2N_f}{E}\right)^D + C\right)\right), \quad (2)$$

gdzie parametry  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  są stałymi odpowiedzialnymi za kształt krzywej.

Przyjęto, że gen osobnika jest przedstawiany w postaci tablicy czteroelementowej, zawierającej poszukiwane parametry równania (2)  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Parametr  $E$  przyjęto jako stałą równą 1000, służącą wyłącznie przeskalanowaniu liczby cykli  $2N_f$  na liczbę kilocykli. Przyjęta wielkość populacji to 1000 osobników.

Dobór parametrów równania (2) przeprowadzono w oparciu o minimalizację funkcji celu opisującej błąd dopasowania  $\delta$  obliczony na podstawie równania [6]:

$$\delta = \sum_i \left( \frac{\sigma_i}{\sigma^*} - 1 \right) \cdot \left( 1 - \frac{\sigma^*}{\sigma_i} \right), \quad (3)$$

gdzie:  $\sigma_i$  — naprężenie dla  $i$ -tej próbki obliczone na podstawie wyliczonych parametrów równania;  
 $\sigma^*$  — naprężenie  $i$ -tej próbki z badań zmęczeniowych.

W tych warunkach algorytm kończył obliczenia po wykonaniu 100 iteracji, zapewniając uzyskanie najlepszych wyników z żadaną dokładnością — jest to wystarczająca liczba operacji dla tak dużej populacji, aby uzyskać zbieżność algorytmu i oczekiwany rezultat.

Dokonano obliczeń dla dwóch różnych zestawów próbek pochodzących z półki dolnej dźwigara łopaty śmigłowca Mi-2 po resursie. Przedmiotem badań były próbki płaskie, promieniowe o promieniu  $R = 50$  mm, szerokości 6 mm i grubości równej grubości ściany dźwigara. Pobrano je odpowiednio do pierwszego zestawu z sekcji 11-15, a do drugiego zestawu z sekcji 1-3 próbki. Wyniki badań zmęczeniowych [5] przeprowadzonych w Instytucie Technicznym Wojsk Lotniczych zostały przedstawione w tabelach 1 i 2 [7].

TABELA 1  
Wyniki z badań próbek z sekcji 11-15 dźwigara łopaty śmigłowca Mi-2

Lp.	$\sigma_a$ [MPa]	$2N_f$ [półcykle]	Lp.	$\sigma_a$ [MPa]	$2N_f$ [półcykle]
1	345	2	10	200	310144
2	135	5288374	11	200	279396
3	135	5724784	12	200	389052
4	135	5364466	13	200	308714
5	135	7268128	14	200	358490
6	135	5270928	15	200	427380
7	135	6422410	16	200	326678
8	135	8362022	17	200	374130
9	135	6785182			

TABELA 2  
Wyniki z badań próbek z sekcji 1-3 dźwigara łopaty śmigłowca Mi-2

Lp.	$\sigma_a$ [MPa]	$2N_f$ [półcykle]	Lp.	$\sigma_a$ [MPa]	$2N_f$ [półcykle]
1	345	2	10	170	379562
2	110	2542836	11	170	412660
3	125	1270588	12	200	124950
4	125	1562326	13	200	238004
5	125	1003780	14	200	160494
6	145	792302	15	250	34896
7	150	953458	16	250	58162
8	150	3320056	17	250	26792
9	150	580394			

Badania przeprowadzono w dwóch wariantach — standardowym, tj. na siedmiu poziomach naprężeń i uproszczonym, tj. tylko na dwóch poziomach naprężeń.

## 4. Wyniki

Ze względu na specyfikację algorytmów genetycznych, które nie dają jednoznacznego wyniku, przeprowadzono wiele obliczeń, dla których uzyskane wyniki posiadały nieznaczny błąd dopasowania. Wybrano przykładowe sześć prób znacząco różniących się rozrzutem, a charakteryzujących się porównywalnym, najmniejszym błędem dopasowania dla obydwu wariantów. Parametry równania (2) wybranych prób zostały zawarte w tabelach 3 i 4, a wynik dopasowania opisu zobrazowany na rysunkach 1 i 2.

TABELA 3

Parametry równania (2) opisującego krzywe dla próbek z sekcji 11-15

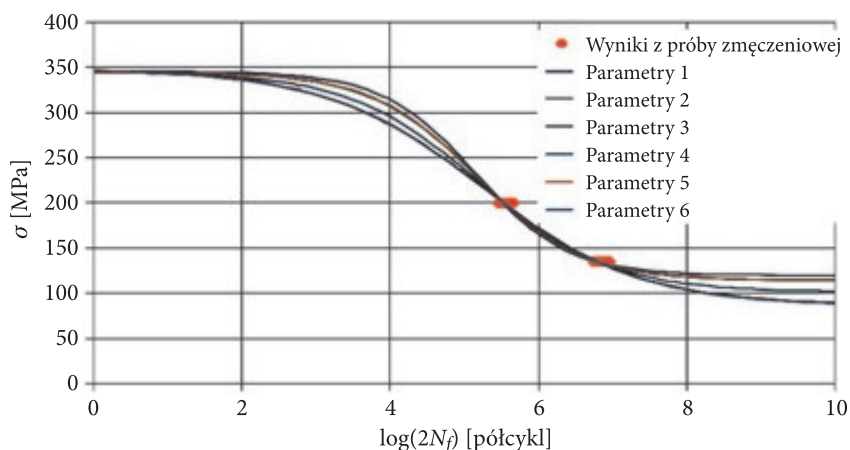
Próba parametr	1	2	3	4	5	6
A	52,40	21,68	37,42	25,71	38,66	21,68
B	119,76	86,86	113,69	101,25	114,46	86,01
C	49,52	15,63	33,75	20,96	35,09	15,52
D	0,68	0,40	0,60	0,48	0,61	0,40

TABELA 4

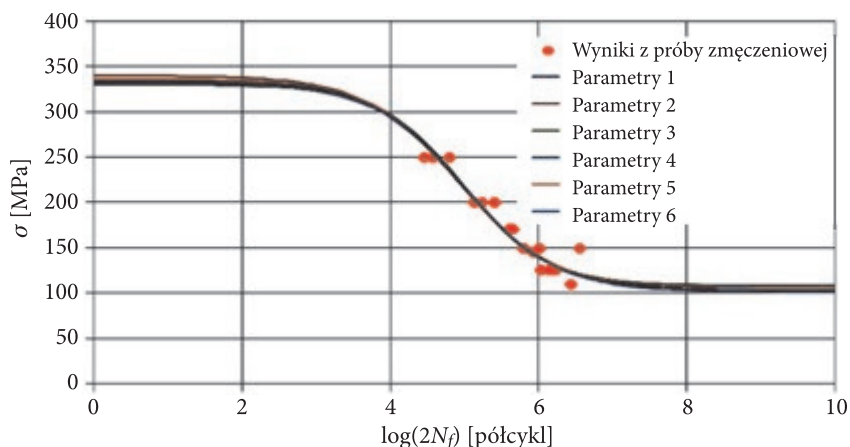
Parametry równania (2) opisującego krzywe dla próbek z sekcji 1-3

Próba parametr	1	2	3	4	5	6
A	56,12	41,89	60,23	51,05	49,14	50,48
B	107,57	102,77	108,36	106,05	106,82	101,33
C	49,83	35,02	54,09	44,49	42,90	42,53
D	0,74	0,67	0,75	0,72	0,71	0,69

Możliwe jest uzyskanie innego zestawu parametrów rozwiązania, dla którego błąd będzie jeszcze niższy.



Rys. 1. Wynik aproksymacji krzywych Wöhlera (wyniki badań w tabeli 1) przy pomocy algorytmów genetycznych — współczynniki równania (2) w tabeli 3



Rys. 2. Wynik aproksymacji krzywych Wöhlera (wyniki badań w tabeli 2) przy pomocy algorytmów genetycznych — współczynniki równania (2) w tabeli 4

## 6. Wnioski

Wyznaczenie optymalnego kształtu krzywej Wöhlera dla rzeczywistych właściwości materiału umożliwia lepsze wykorzystanie właściwości materiałowych w dalszej analizie wytrzymałościowej i niezawodnościowej elementów konstrukcji. Diagnostyka ta pozwoli na ich dłuższą eksploatację bez konieczności wykonywania kosztownych badań nieniszczących.

Z obserwacji wykresów na rysunkach 1 i 2 widać, że posiadanie wyników badań próbek przy wielu poziomach naprężeń znacząco poprawia dopasowanie

krzywej Wöhlera do danych doświadczalnych i zmniejsza rozrzut wartości wyznaczanych współczynników równania opisującego tę krzywą. Z drugiej strony jednak uproszczenie i skrócenie czasu badań zmęczeniowych poprzez zastosowanie tylko dwóch poziomów naprężeń pozwala na wyznaczenie współczynników równania opisującego krzywą Wöhlera z określoną dokładnością, niższą w porównaniu do badań rozszerzonych — pełniejsza korelacja między tak uzyskiwanymi wynikami aproksymacji wyników badań wysokocyklowego zmęczenia materiałów będzie przedmiotem dalszych analiz.

Algorytm ewolucyjny działa bardzo szybko. Pomimo tego, że błąd wyliczony na podstawie równania (3) dla pierwszego zestawu badanych próbek jest rzędu 0,5%, a rozbieżności w otrzymanych wynikach w przypadku badań na dwóch poziomach zastosowanego naprężenia są znaczne, to wydaje się, że zastosowanie algorytmów ewolucyjnych do tego rodzaju zagadnień może być skuteczne i umożliwi uproszczenie badań zmęczeniowych.

Przedstawiony sposób liczenia można z łatwością zastosować do bardziej skomplikowanych zagadnień nieposiadających rozwiązań analitycznych. Zaprezentowany w tym artykule problem wskazuje na praktyczne zastosowanie stosowania algorytmów ewolucyjnych i ich potencjalne wykorzystanie do optymalizacji badań.

#### LITERATURA

- [1] T. GWIAZDA, *Algorytmy genetyczne. Kompendium*, PWN SA, Warszawa, 2007.
- [2] T. JĘDRZEJEWSKI, *Algorytmy ewolucyjne*, Wakacyjne Warsztaty Wielodyscyplinarne, 2006.
- [3] S. KOCANĀDA, J. SZALA, *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, PWN, Warszawa, 1985.
- [4] S. KŁYSZ, J. LISIECKI, T. BĄKOWSKI, *Modyfikacja równania do opisu krzywych Wöhlera*, Prace Naukowe ITWL, z. 27, Warszawa, 2010, 93-97.
- [5] S. KŁYSZ, J. LISIECKI, T. BĄKOWSKI, *Modification of the equation for description of Wöhler's curves*, Research Works of AFIT, No 27, Warszawa, 2010, 99-104.
- [6] S. KŁYSZ, J. LISIECKI, A. LESKI, T. BĄKOWSKI, *Modification of the LSM criteria to approximate test data for fatigue crack growth rate*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 50, 4, 2012, 923-931.
- [7] *Raport z badania wysokocyklowego zmęczenia materiału*, Raport nr 7b/09 Laboratorium Badań Wytrzymałościowych Materiałów ITWL, Warszawa, 2009.
- [8] M. WOCH, *Optymalizacja kształtów konstrukcji z wykorzystaniem algorytmów ewolucyjnych*, Tehnichni Visti (Technical News), National University Lviv Polytechnic, 2011, 108-110.

M. WOCH, S. KŁYSZ

#### High-fatigue Wöhler curve shape optimization by evolutionary algorithms at diagnostics

**Abstract.** High-fatigue diagram shape optimization is a problem without an analytical solution. The problem can be approached by optimization algorithms. Among these, evolutionary algorithms deserve special attention, due to their wide range of applications and non-dependence on curves shape. The thesis contains equation formulations and calculations for determining an optimal high-fatigue curve



shape using optimization algorithms. This curve shows the dependence of the fatigue life as a function of the amplitude of strain.

Due to simplicity in fitting to the input data and the computing speed evolutionary algorithms were used. These algorithms search the space of alternative solutions in order to find a potentially best solution. 5-parameter exponential equation provided a better fit experimental data on stress at the lower limit of fatigue to full-Wöhler curve were applied. Approximation to quasi-static and low cycle fatigue of the greatest stress range is also included.

Calculations were made for two different sets of samples from the lower flange of airscrew blade spar from Mi-2 helicopter after service.

**Keywords:** Wöhler curve, evolutionary algorithms, optimization, aluminum alloy

