

Application of Matrix Notation for the Analysis of Power Changes in a 3-phase Circuit

Author

Lesław Ładniak

Keywords

three-phase system, power theory, matrix calculus

Abstract

Using the matrix notation for voltages and currents of a 3-phase system, a description of changing the instantaneous power on terminals of electric circuit has been offered as a third rank matrix. As a result of the power matrix' decomposition into a symmetric matrix and an antisymmetric matrix and upon defining norms for these matrices the state of the 3-phase circuit can be clearly determined.

DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2016213

Introduction

The problems of describing changes of the energy in a multi-phase electric system and the power at its terminals is one of the most intricate problems of electrical engineering, which is well illustrated by the works of F. Buchholtz [1], C. Budeanu [2] and S. Fryzeo [3]. Describing the parameters of distorted signals, and changes in their power in particular, is a serious problem, both theoretical and practical. This is mainly due to the fact that in distribution and industrial grids large power non-linear loads are installed, and there are large numbers of systems powered through passive or controlled rectifier circuits. Problems of the theory of power in multiphase electrical circuits, where voltages and currents are deformed, are discussed in many works, crucial among which are [4, 5, 6, 7, 8].

In this paper the matrix notation is applied to describe instantaneous changes in the power at terminals of a 3-phase circuit. As a result of the power matrix' decomposition into two component matrices: symmetric and antisymmetric, and upon defining norms for these two matrices, the 3-phase circuit condition can be clearly determined.

Matrix notation of 3-phase circuit power

Let us consider two 3-phase fragments of an electric circuit (Fig. 1) connected via terminals A, B, C and N.

3-phase voltages $u_a(t)$, $u_b(t)$, $u_c(t)$, 3-phase-to-phase voltages $u_{ab}(t)$, $u_{bc}(t)$, $u_{ca}(t)$ and three line currents $i_a(t)$, $i_b(t)$, $i_c(t)$ can be measured in a node of the 3-phase circuit.

Given the cyclical nature of individual phase-to-phase voltages, the voltages in the 3-phase node circuit can be described as matrix \mathbf{u} :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_a & u_{ab} & u_{ac} \\ u_{ba} & u_b & u_{bc} \\ u_{ca} & u_{cb} & u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_a & u_{ab} & -u_{ca} \\ -u_{ab} & u_b & u_{bc} \\ u_{ca} & -u_{bc} & u_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

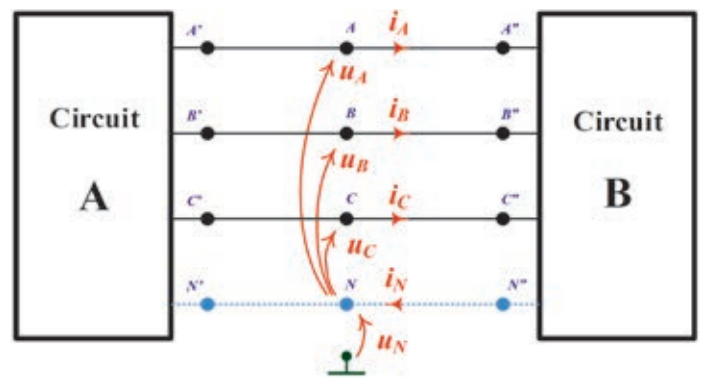


Fig. 1. Voltages and currents in 3-phase circuit node

In the matrix notation the power at 3-phase circuit terminals is represented by matrix \mathbf{p} that is the dyadic product of voltage matrix \mathbf{u} and transposed line current matrix \mathbf{i} :

$$\mathbf{p} = \mathbf{u} \mathbf{i}^T = \begin{bmatrix} u_a & u_{ab} & -u_{ca} \\ -u_{ab} & u_b & u_{bc} \\ u_{ca} & -u_{bc} & u_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_a i_a & u_{ab} i_b & -u_{ca} i_c \\ -u_{ab} i_a & u_b i_b & u_{bc} i_c \\ u_{ca} i_a & -u_{bc} i_b & u_c i_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

Matrix \mathbf{p} of 3-phase circuit power is a square matrix of the third rank ($n = 3$). On its main diagonal are products of voltages and currents in each phase, and off the main diagonal are their mixed products. Taking this into account, matrix \mathbf{p} of 3-phase circuit power can be represented as the sum of two matrices \mathbf{p}_p and \mathbf{p}_m :

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_p + \mathbf{p}_m = \begin{bmatrix} u_a i_a & 0 & 0 \\ 0 & u_b i_b & 0 \\ 0 & 0 & u_c i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & u_{ab} i_b & -u_{ca} i_c \\ -u_{ab} i_a & 0 & u_{bc} i_c \\ u_{ca} i_a & -u_{bc} i_b & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

It can be easily demonstrated that power matrix \mathbf{p}_p is the product of phase voltage matrix \mathbf{u}_f and transposed current matrix \mathbf{i} and power matrix \mathbf{p}_m is the product of phase-to-phase voltage matrix \mathbf{u}_m and transposed current matrix \mathbf{i} :

$$\mathbf{p}_p = \mathbf{u}_f \mathbf{i}^T = \begin{bmatrix} u_a & 0 & 0 \\ 0 & u_b & 0 \\ 0 & 0 & u_c \end{bmatrix} [i_a \quad i_b \quad i_c] \quad (4)$$

$$\mathbf{p}_m = \mathbf{u}_m \mathbf{i}^T = \begin{bmatrix} 0 & u_{ab} & -u_{ca} \\ -u_{ab} & 0 & u_{bc} \\ u_{ca} & -u_{bc} & 0 \end{bmatrix} [i_a \quad i_b \quad i_c] \quad (5)$$

It should be noted that matrix \mathbf{p}_p is symmetric ($\mathbf{p}_p = \mathbf{p}_p^T$), and matrix \mathbf{p}_m is antisymmetric ($\mathbf{p}_m = -\mathbf{p}_m^T$), which has a significant effect on their properties. A fundamental fact is that the eigenvalues of symmetric power matrix \mathbf{p}_p are real numbers, and the eigenvalues of antisymmetric matrix \mathbf{p}_m are imaginary numbers. Given the phenomena occurring in a 3-phase circuit, norms symmetric power matrix \mathbf{p}_p and antisymmetric matrix \mathbf{p}_m can be defined as the sum of their individual elements:

$$\|\mathbf{p}_p\| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (6)$$

$$\|\mathbf{p}_m\| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} = u_{cb} i_a + u_{ac} i_b + u_{ba} i_c \quad (7)$$

With the power matrix norms thus defined the 3-phase circuit condition can be monitored based on the instantaneous voltages and currents measured at its terminals.

Power matrix use and application

Analysing the interaction of an electromotive force source with an electricity receiver we aim at a full match of the receiver and the source, that is a condition whereby the electricity drawn from the source is at its maximum, and is wholly converted into heat or mechanical energy. This means that electricity is transferred in the particular direction and does not circulate between the receiver and the source.

If we assume that the energy has to be transferred in the line current flow direction (Fig. 1), in a given moment of time the energy moves from circuit A to circuit B, when the 3-phase receiver power $p_f(t)$ described by equation (8) is positive:

$$p_f(t) = p_A + p_B + p_C = u_{AN} i_A + u_{BN} i_B + u_{CN} i_C + u_N i_N = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C \quad (8)$$

Meeting this criterion means the maximum norm of power matrix \mathbf{p}_p and to the minimum norm of power matrix \mathbf{p}_m described by equations (4) and (5).

It is worth noting that the norm of power matrix \mathbf{p}_p is equal to the 3-phase receiver's total power as described by equation (8). Fig. 2, 3, 4 and 5 show the functions of the time of changes in the norms of power matrices \mathbf{p}_p and \mathbf{p}_m as described by equations (4) and (5) for four typical cases:

- change in the value and character of the load in a 3-phase symmetric circuit
- change in the value load in one phase of a 3-phase receiver
- occurrence of voltage asymmetry in the power source
- connection of a non-linear load.

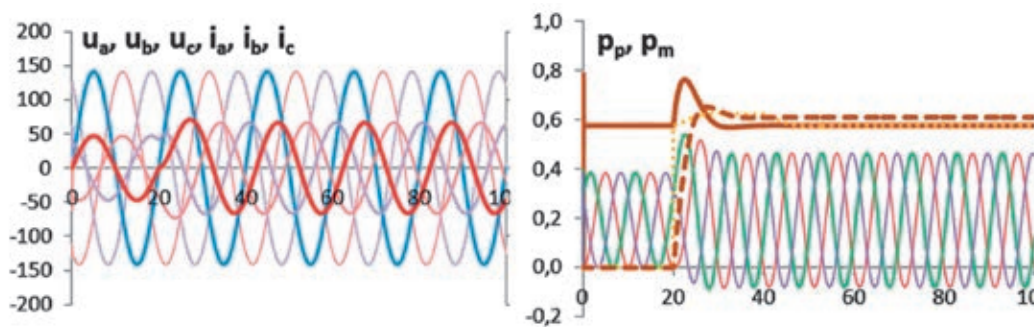


Fig. 2. Change in the load value and its character in 3-phase symmetric circuit

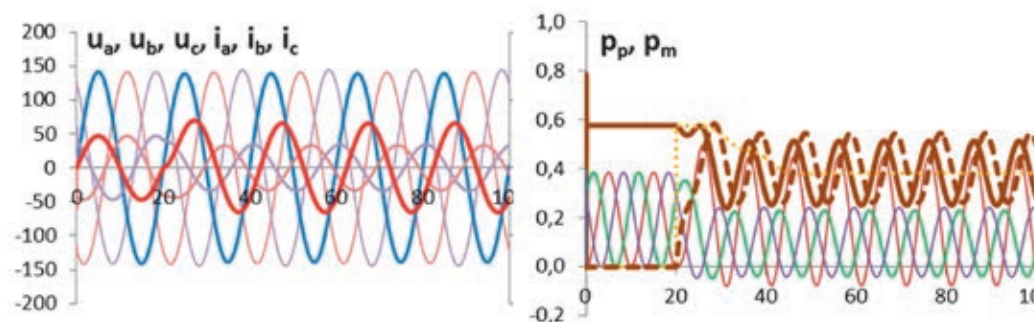


Fig. 3. Change in the load of a phase of 3-phase receiver

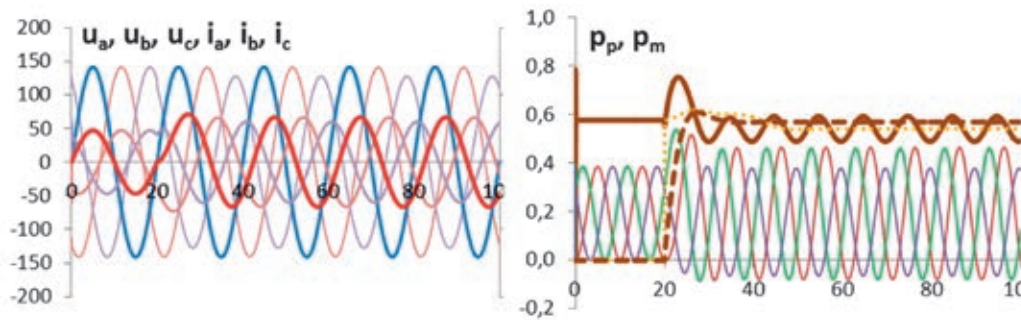


Fig. 4. Occurrence of voltage asymmetry in the power source

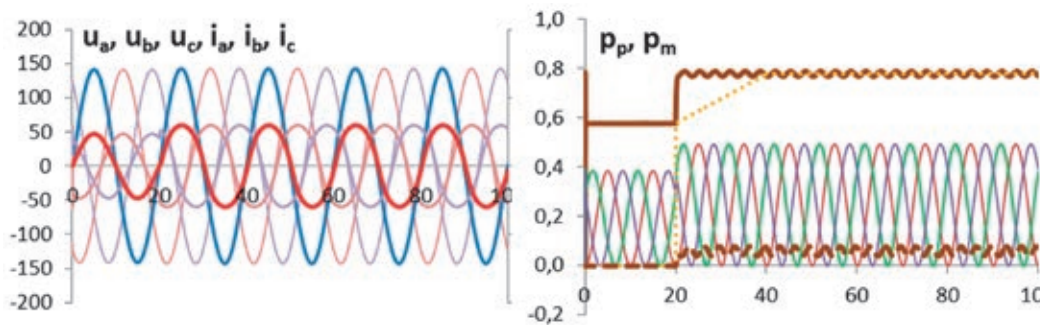


Fig. 5. Connection of a non-linear load

Conclusions and notes

As follows from equations (3) and (8), any instantaneous change in a 3-phase circuit's energy, and the electricity transfer direction are clearly determined by the voltages at its terminals and the line currents (Fig. 1). With the use of the matrix notation, the 3-phase circuit condition at a given point in time is clearly identified by power matrix \mathbf{p} of receiver, which is the dyadic product of matrix \mathbf{u} of phase voltages and transposed matrix \mathbf{i} of line currents. Decomposition of the power matrix \mathbf{p} to an antisymmetric matrix \mathbf{p}_p and antisymmetric matrix \mathbf{p}_m and defining standards of the matrix equations (6) and (7) allows one to track and clearly define the status of the 3-phase, as illustrated in Fig. 2, 3, 4 and 5.

In practice, the interoperation of a power system with a given electricity consumer boils down to fulfilment of agreed upon terms and conditions of supply at pre set electromotive force shapes and source parameters. That is, aiming at such a system condition that the electromotive force source's individual phases are equally loaded, and the voltages and currents at the power supply have a pre-set shape and value.

REFERENCES

1. F. Buchholz, "Die Drehstrom-Scheinleistung ein ungleichmässiger Belastung drei Zweige", *Licht und Kraft*, No. 2, 1922, pp. 9–11.
2. C. Budeanu, "Puissances Reactives et Fictives, Institut Romain de l'Energie", Editura IPE, Bucharest 1927.
3. S. Fryze, "Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia" [Active, reactive and apparent powers in circuits with distorted of current and voltage waveforms], *Przegląd Elektrotechniczny*, No. 7, 1931, pp. 193–203; No. 8, 1931, pp. 225–234.
4. W. Shepherd, P. Zakikhani, "Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems", *Proc. IEE*, No. 9, 1972, pp. 1361–1362.
5. M. Depenbrock, "Wirk- und Blindleistung, ETG-Fachtagung Blindleistung", Aachen 1979.
6. H. Akagi, Y. Nabae, "The p-q theory in three-phase systems under nonsinusoidal conditions", *Eur. Trans. Elect. Power*, Vol. 3, No. 1, 1993, pp. 27–31.
7. A. Nabae, "New definition of instantaneous active-reactive current and power based on instantaneous space vectors on polar coordinates in three-phase circuits", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 11, 1996, pp. 1238–1243.
8. L.S. Czarniecki, "Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality", *Archiv fur Elektrotechnik*, No. 4, 1999, pp. 10–15.

Lesław Ładniak

Wrocław University of Technology

e-mail: l.ladniak@pwr.edu.pl

Assistant professor at Wrocław University of Technology (since 1990). His research interests include electromagnetic phenomena modelling, signal processing theory, digital methods of a system's impedance and power determination, and power supply quality.

In 2006 he completed postgraduate studies at the Faculty of Physics of the University of Warsaw. In 2011 he completed an R&D internship at SONEL SA where he dealt with issues related to the implementation of new algorithms for electricity quality measurement and assessment. Under a contract of Wrocław University of Technology and Ingenieria IDOM International SA he managed the team that developed the concept of power supply systems for Wrocław – Poznań – Warsaw high-speed rail traction (2011–2012).

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 149–152. When referring to the article please refer to the original text.

PL

Wykorzystanie zapisu macierzowego do analizy zmian mocy w obwodzie 3-fazowym

Autor

Lesław Ładniak

Słowa kluczowe

system 3-fazowy, teoria mocy, rachunek macierzowy

Streszczenie

Korzystając z zapisu macierzowego napięć i prądów występujących w węźle obwodu 3-fazowego, zaproponowano opis zmian wartości chwilowych mocy na zaciskach rozpatrywanego układu w postaci macierzy trzeciego stopnia. W wyniku dekompozycji macierzy mocy na macierz symetryczną i antysymetryczną oraz po zdefiniowaniu norm dla tych macierzy można w jednoznaczny sposób określić stan układu 3-fazowego.

Wstęp

Problem opisu zmian energii układu wielofazowego i zmian mocy na zaciskach tego układu jest jednym z najbardziej zawiłych problemów elektrotechniki, co dobrze ilustrują prace F. Buchholtza, C. Budeanu i S. Fryzego [1, 2, 3]. Opis parametrów sygnałów odkształconych, a w szczególności opis zmian mocy tych sygnałów, stanowi poważny problem zarówno teoretyczny, jak i praktyczny. Wynika to głównie z faktu, że w sieciach rozdzielczych i przemysłowych instalowane są odbiorniki nieliniowe o dużych mocach oraz występują duże ilości układów zasilanych poprzez pasywne lub sterowane układy prostownikowe. Zagadnieniom teorii mocy w obwodach elektrycznych wielofazowych, gdy napięcia i prądy są odkształcone, poświęconych jest wiele prac, spośród których zasadnicze znaczenie mają: [4, 5, 6, 7, 8].

W niniejszym artykule zastosowano zapis macierzowy do opisanego chwilowych zmian mocy na zaciskach układu 3-fazowego. W wyniku dekompozycji macierzy mocy na dwie składowe macierze: macierz symetryczną i macierz antysymetryczną oraz po zdefiniowaniu norm dla tych dwóch macierzy można w jednoznaczny sposób określić stan układu 3-fazowego.

Moc układu 3-fazowego w zapisie macierzowym

Rozpatrzmy dwa 3-fazowe fragmenty obwodu elektrycznego (rys. 1) połączone ze sobą poprzez zaciski A, B, C oraz N.

Dla rozpatrywanego węzła obwodu 3-fazowego jesteśmy w stanie dokonać pomiaru trzech napięć fazowych $u_a(t)$, $u_b(t)$, $u_c(t)$, trzech napięć międzyfazowych $u_{ab}(t)$, $u_{bc}(t)$, $u_{ca}(t)$ oraz trzech prądów liniowych $i_a(t)$, $i_b(t)$, $i_c(t)$.

Uwzględniając cykliczność występowania poszczególnych napięć międzyfazowych, napięcia występujące w rozpatrywanym węźle obwodu 3-fazowego można opisać macierzą \mathbf{u} o postaci:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_a & u_{ab} & u_{ac} \\ u_{ba} & u_b & u_{bc} \\ u_{ca} & u_{cb} & u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_a & u_{ab} & -u_{ca} \\ -u_{ab} & u_b & u_{bc} \\ u_{ca} & -u_{bc} & u_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

Moc obwodu 3-fazowego na zaciskach tego obwodu jest w zapisie macierzowym reprezentowana przez macierz \mathbf{p} , która jest iloczynem macierzy napięć \mathbf{u} oraz transponowanej macierzy prądów liniowych \mathbf{i} :

$$\mathbf{p} = \mathbf{u} \mathbf{i}^T = \begin{bmatrix} u_a & u_{ab} & -u_{ca} \\ -u_{ab} & u_b & u_{bc} \\ u_{ca} & -u_{bc} & u_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_a i_a & u_{ab} i_b & -u_{ca} i_c \\ -u_{ab} i_a & u_b i_b & u_{bc} i_c \\ u_{ca} i_a & -u_{bc} i_b & u_c i_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

Macierz mocy \mathbf{p} układu 3-fazowego jest macierzą kwadratową trzeciego stopnia ($n = 3$). Na przekątnej głównej tej macierzy są iloczyny napięć i prądów poszczególnych faz, a poza przekątną mieszane iloczyny tych wielkości. Biorąc ten fakt pod uwagę, macierz mocy układu 3-fazowego \mathbf{p} można przedstawić jako sumę dwóch macierzy \mathbf{p}_p oraz \mathbf{p}_m :

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_p + \mathbf{p}_m = \begin{bmatrix} u_a i_a & 0 & 0 \\ 0 & u_b i_b & 0 \\ 0 & 0 & u_c i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & u_{ab} i_b & -u_{ca} i_c \\ -u_{ab} i_a & 0 & u_{bc} i_c \\ u_{ca} i_a & -u_{bc} i_b & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Można łatwo wykazać, że macierz mocy \mathbf{p}_p jest iloczynem macierzy napięć fazowych \mathbf{u}_f oraz transponowanej macierzy prądu \mathbf{i} , a macierz mocy \mathbf{p}_m jest iloczynem macierzy napięć międzyfazowych \mathbf{u}_m oraz transponowanej macierzy prądu \mathbf{i} :

$$\mathbf{p}_p = \mathbf{u}_f \mathbf{i}^T = \begin{bmatrix} u_a & 0 & 0 \\ 0 & u_b & 0 \\ 0 & 0 & u_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

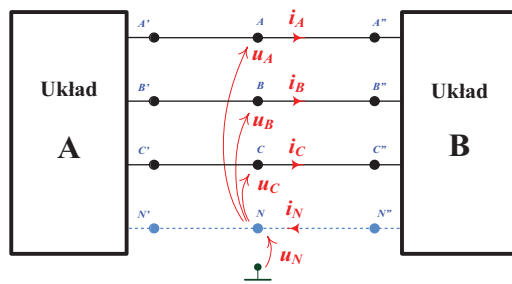
$$\mathbf{p}_m = \mathbf{u}_m \mathbf{i}^T = \begin{bmatrix} 0 & u_{ab} & -u_{ca} \\ -u_{ab} & 0 & u_{bc} \\ u_{ca} & -u_{bc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

Należy zauważyć, że macierz \mathbf{p}_p jest macierzą symetryczną ($\mathbf{p}_p = \mathbf{p}_p^T$), a macierz \mathbf{p}_m jest macierzą antysymetryczną ($\mathbf{p}_m = -\mathbf{p}_m^T$), co ma bardzo istotny wpływ na własności tych macierzy. Zasadniczym faktem jest to, że wartości własne macierzy symetrycznej mocy \mathbf{p}_p są liczbami rzeczywistymi, a wartości własne macierzy antysymetrycznej \mathbf{p}_m są liczbami urojonymi.

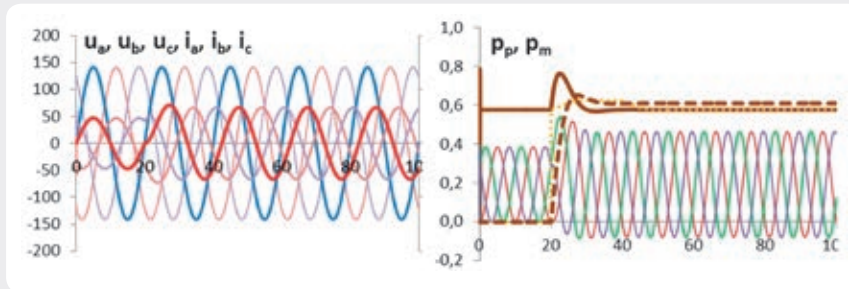
Biorąc pod uwagę zjawiska występujące w obwodzie 3-fazowym, można zdefiniować normy dla symetrycznej macierzy mocy \mathbf{p}_p oraz antysymetrycznej macierzy mocy \mathbf{p}_m jako sumę poszczególnych elementów tych macierzy:

$$\|\mathbf{p}_p\| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (6)$$

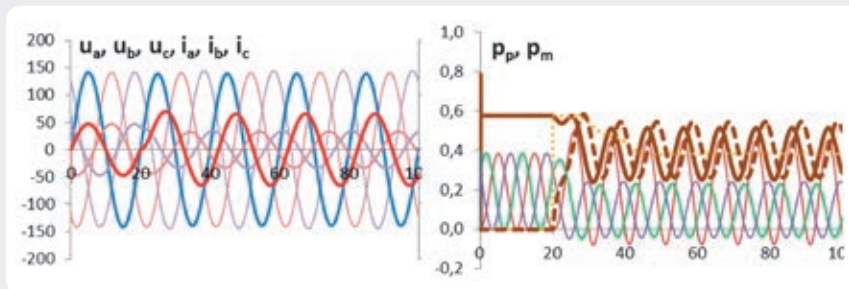
$$\|\mathbf{p}_m\| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} = u_{cb} i_a + u_{ac} i_b + u_{ba} i_c \quad (7)$$



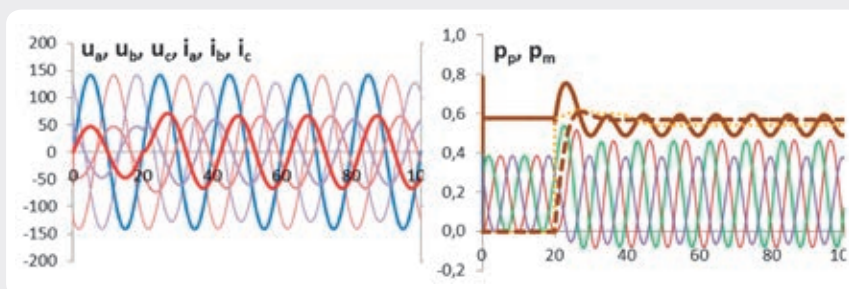
Rys. 1. Napięcia i prądy w węzle obwodu 3-fazowego



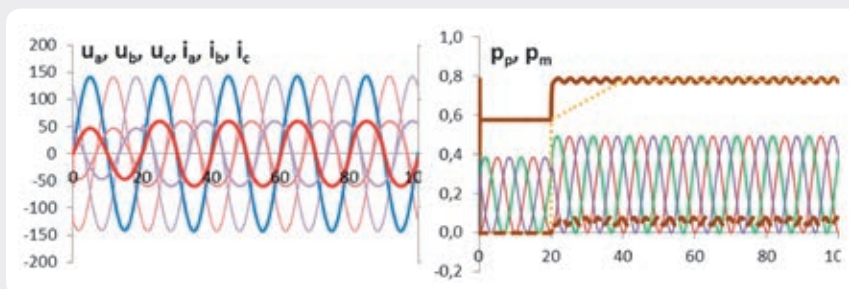
Rys. 2. Zmiana wartości i charakteru obciążenia w symetrycznym obwodzie 3-fazowym



Rys. 3. Zmiana obciążenia jednej z faz odbiornika



Rys. 4. Wystąpienie niesymetrii napięć w źródle zasilania



Rys. 5. Przyłączenie nieliniowego obciążenia

Tak zdefiniowane normy macierzy mocy umożliwiają obserwację stanu układu 3-fazowego na podstawie zmierzonych wartości chwilowych napięć i prądów na zaciskach układu.

Wykorzystanie i zastosowanie macierzy mocy

Rozpatrując współpracę źródła siły elektromotorycznej z danym odbiornikiem energii elektrycznej, dążymy do pełnego dopasowania odbiornika do źródła siły elektromotorycznej, czyli stanu, gdy energia elektryczna pobierana ze źródła siły elektromotorycznej ma wartość maksymalną i w całości ulega przemianom na ciepło lub energię mechaniczną. Oznacza to, że energia elektryczna jest przekazywana w określonym kierunku i nie krąży między odbiornikiem a źródłem. Jeżeli przyjmiemy, że kierunek przekazywania energii ma być zgodny z kierunkiem prądów liniowych (rys. 1), to w danej chwili czasu energia przemieszcza się z układu A do układu B, gdy moc odbiornika 3-fazowego $p_f(t)$ opisana równaniem (8) jest dodatnia:

$$p_f(t) = p_A + p_B + p_C = u_{AN} i_A + u_{BN} i_B + u_{CN} i_C + u_N i_N = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C \quad (8)$$

Spełnienie tak określonego kryterium oznacza maksymalizację normy macierzy mocy p_p oraz minimalizację normy macierzy p_m opisanych równaniami (4) i (5). Warto zauważyć, że norma macierzy mocy p_p jest równa mocy całkowitej mocy odbiornika 3-fazowego opisanej równaniem (8). Na rys. 2, 3, 4 i 5 przedstawiono funkcje czasu zmiany wartości norm macierzy mocy p_p oraz p_m opisanych równaniami (4) i (5) dla czterech typowych przypadków:

- zmiana wartości i charakteru obciążenia w symetrycznym obwodzie 3-fazowym
- zmiana obciążenia jednej z faz odbiornika 3-fazowego
- wystąpienie niesymetrii napięć w źródle zasilania
- przyłączenie nieliniowego obciążenia.

Wnioski i uwagi

Jak wynika z równania (3) i (8) wszelkie chwilowe zmiany stanu energetycznego układu 3-fazowego oraz kierunek przekazywania energii elektrycznej są jednoznacznie określone poprzez wartości napięć na zaciskach układu oraz prądy liniowe (rys. 1). Korzystając z zapisu macierzowego, stan układu 3-fazowego w danej chwili czasu jest jednoznacznie opisany przez macierz mocy p odbiornika, która jest iloczynem macierzy napięć fazowych u oraz transponowanej macierzy prądów liniowych i . Dekompozycja macierzy mocy p na symetryczną macierz p_p i antysymetryczną macierz p_m oraz zdefiniowanie norm tych macierzy równaniami (6) i (7) umożliwia śledzenie i jednoznaczne określenie stanu układu 3-fazowego, co zostało zilustrowane na rys. 2, 3, 4 i 5.

W praktyce współpraca systemu energetycznego z danym odbiorcą energii elektrycznej sprowadza się do spełnienia uzgodnionych warunków zasilania przy zadanych

kształtach i parametrach źródła siły elektromotorycznej. Oznacza to, że dążymy do takiego stanu pracy układu, aby poszczególne fazy źródła siły elektromotorycznej były w jednakowym stopniu obciążone, a napięcia i prądy w miejscu zasilania miały zadany kształt i wartość.

Bibliografia

1. Buchholz F., Die Drehstrom-Scheinleistung ein ungleichmässiger Belastung drei Zweige, *Licht und Kraft* 1922, No. 2, s. 9–11.
2. Budeanu C., Puissances Reactives et Fictives, Institut Romain de l'Energie, Editura IPE, Bucharest 1927.
3. Fryze S., Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia, *Przegląd Elektrotechniczny* 1931, nr 7, s. 193–203, nr 8, s. 225–234.
4. Shepherd W., Zakikhani P., Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems, *Proc. IEE* 1972, No. 9, s. 1361–1362.
5. Depenbrock M., Wirk- und Blindleistung, ETG-Fachtagung Blindleistung, Aachen 1979.
6. Akagi H., Nabae Y., The p-q theory in three-phase systems under nonsinusoidal conditions, *Eur. Trans. Elect. Power* 1993, Vol. 3, No. 1, s. 27–31.
7. Nabae A., New definition of instantaneous active-reactive current and power based on instantaneous space vectors on polar coordinates in three-phase circuits, *IEEE Trans. Power Delivery* 1996, Vol. 11, s. 1238–1243.
8. Czarnecki L.S., Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality, *Archiv fur Elektrotechnik* 1999, No. 4, s. 10–15.

Lesław Ładniak

dr inż.

Politechnika Wroclawska

e-mail: l.ladniak@pwr.edu.pl

Adiunkt na Politechnice Wroclawskiej (od 1990). Zajmuje się modelowaniem zjawisk elektromagnetycznych, teorią przetwarzania sygnałów, cyfrowymi metodami wyznaczania impedancji i mocy układów, jakością zasilania oraz dydaktyką.

W 2006 roku ukończył studia podyplomowe na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. W 2011 roku odbył staż naukowy w firmie SONEL SA, gdzie zajmował się zagadnieniami związanymi z wdrożeniem nowych algorytmów pomiaru i oceny jakości energii elektrycznej. W ramach kontraktu Politechniki Wroclawskiej z firmą Ingenieria IDOM International SA kierował pracami zespołu opracowującego koncepcję budowy układów zasilania trakcji kolei dużych prędkości Wrocław – Poznań – Warszawa (2011–2012).