

# Analiza statyczna cylindrycznego zbiornika żelbetowego na wodę



dr hab. inż.  
**JOLANTA ANNA PRUSIEL, PROF. PB**  
Politechnika Białostocka  
Wydział Budownictwa i Nauk o Środowisku  
ORCID: 0000-0001-6827-1059



mgr inż.  
**MARCIN SZCZECH**  
Politechnika Białostocka (absolwent)  
Wydział Budownictwa i Nauk o Środowisku  
ORCID: 0000-0002-8352-3928

W artykule przedstawiono wyniki analizy statycznej wpływu przyjętego modelu obliczeniowego na wartości sił wewnętrznych w konstrukcji zbiornika. Do analizy przyjęto monolityczny żelbetowy zbiornik cylindryczny na wodę. Obliczenia statyczne wykonano metodą analityczną oraz dla trzech modeli obliczeniowych zbiornika z zastosowaniem metody elementów skończonych.

## Wprowadzenie

W projektowaniu żelbetowych zbiorników na ciecz o konstrukcji powłokowej do obliczeń statycznych stosowane są metody analityczne oparte na teorii sprężystości i teorii powłok [1, 2], w których siły wewnętrzne oblicza się oddzielnie w poszczególnych elementach konstrukcyjnych zbiornika bez uwzględnienia oddziaływania między nimi i z pominięciem współpracy z podłożem gruntowym. W przypadku gdy żelbetowa ściana zbiornika jest połączona monolitycznie z płytą denną, to przy tak uproszczonym podejściu otrzymane wartości sił wewnętrznych różnią się znacznie od wartości sił i momentów zginających uzyskanych z obliczeń, w których cylindryczny zbiornik jest obliczany jako złożona konstrukcja przestrzenna oparta na sprężystym podłożu gruntowym (model MES). W pracy przeanalizowano wpływ przyjętego modelu obliczeniowego zbiornika żelbetowego na wartości sił wewnętrznych w ścianie i płycie dennej.

## Założenia do analizy statycznej zbiornika

Do analizy statycznej przyjęto podziemny cylindryczny zbiornik na wodę o średnicy w osiach ściany  $D=6,6$  m i wysokości  $H=6,0$  m, gr. ściany 0,18 m, gr. płyty dennej 0,35 m i gr. płyty przekrycia 0,25 m (rys. 1). Żelbetowa ściana zbiornika jest utwierdzona w monolitycznej płycie dennej, natomiast płyta przekrycia opiera się przegubowo na ścianie. Zbiornik żelbetowy na wodę wykonano z betonu klasy C30/37 ( $f_{cd} = 21,4$  MPa) i stali gat. BSt550S ( $f_{yd} = 435$  MPa).

Zgodnie z zasadami projektowania podziemnych zbiorników na ciecz [3] obciążenia przyjęto na podstawie obowiązujących norm [4–9] dla dwóch schematów obciążenia zbiornika (rys. 2):

a) schemat I – zbiornik wypełniony wodą i nieobsypany gruntem (parcie hydrostatyczne na ścianę; „próba szczelności” [7]),

b) schemat II – zbiornik pusty i obsypany gruntem (parcie czynne gruntu na ścianę [8]).

Założono, że zbiornik obsypany jest piaskiem grubym i zlokalizowany w 3. strefie obciążenia śniegiem [6]. Przyjęto obciążenie zmienne użytkowe naziumu z uwzględnieniem współczynnika dynamicznego, ponieważ warstwa gruntu zalegającego na płycie przekrycia jest mniejsza niż 1 m [5, 9]. Szczegółową analizę obciążeń statycznych i zmiennych dla obu schematów obciążenia zbiornika na wodę przedstawiono w pracy [10].

Obliczenia statyczne cylindrycznego zbiornika przeprowadzono dla dwóch schematów obciążenia, stosując cztery modele obliczeniowe z wykorzystaniem metody analitycznej i metod numerycznych (MES) [10]. Podstawowe założenia rozpatrywanych modeli obliczeniowych zbiornika zamieszczono w tabeli 1.

Metodą analityczną wykonano obliczenia

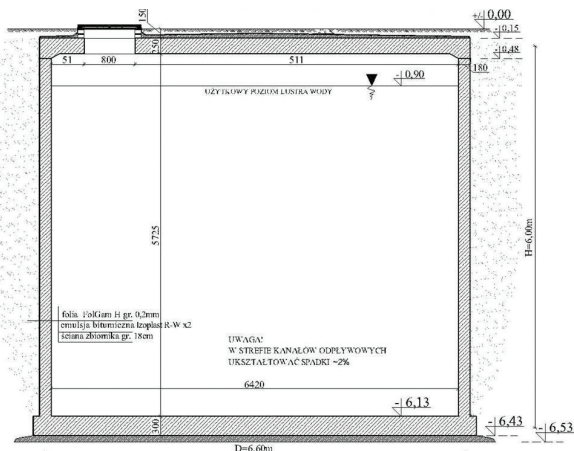
dla jednego wariantu modelu zbiornika (wariant I) – płytę przekrycia oraz denną obliczono wg teorii sprężystości [1], natomiast siły wewnętrzne w ścianie zbiornika wyznaczono wg teorii powłok (zastosowano teorię błonową z uwzględnieniem zaburzeń brzegowych [2]). W tabeli 2. zamieszczono wyniki obliczeń sił wewnętrznych w cylindrycznej ścianie zbiornika od parcia wody.

Do obliczeń statycznych metodą elementów skończonych zamodelowano konstrukcję zbiornika, stosując trzy warianty modeli obliczeniowych (rys. 3). Obliczenia te wykonano dla dwóch przypadków modelu podłoża gruntowego – podłoża nieodkształcalne (sztywne) i sprężyste. Ponadto w ostatnim modelu numerycznym (wariant IV) zamodelowano podatny styk w połączeniu ściany z płytą denną zbiornika (opis w tabeli 1.). W ten sposób uwzględniono osłabienie przekroju ściany w miejscu przerwy roboczej, wykonywanej w procesie betonowania zbiornika z uwagi na niekorzystne odkształcenia konstrukcji wywołane skurczem betonu.

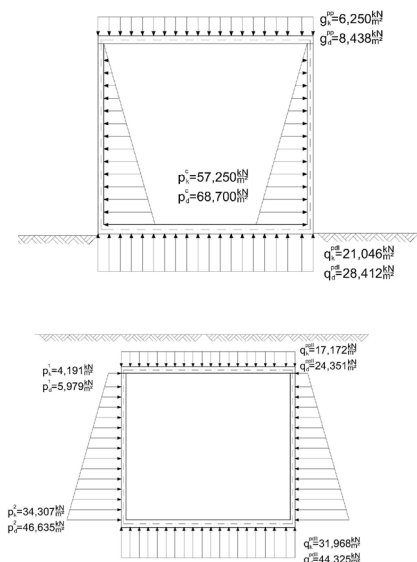
## Analiza porównawcza wyników obliczeń statycznych

Przeprowadzono analizę sił wewnętrznych w powłokowej konstrukcji zbiornika żelbetowego otrzymanych z obliczeń statycznych dla czterech wariantów modelu zbiornika. Na rysunku 4. przedstawiono porównanie rozkładów sił południkowych  $N$ , sił równoleżnikowych  $R$  i momentów południkowych  $M_x$  w cylindrycznej ścianie od I schematu obciążenia zbiornika. Wykresy sił południkowych prawie na całej wysokości zbiornika pokrywają się (rys. 4a), a jedynie w strefie utwierdzenia ściany w płycie dennej opartej na sprężystym podłożu gruntowym występują niewielkie różnice

Rys. arch. autorów



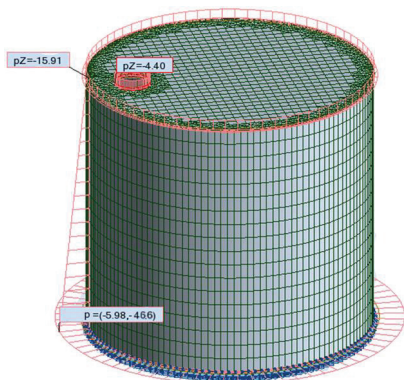
Rys. 1. Przekrój pionowy podziemnego zbiornika na wodę



Rys. 2. Schematy obciążenia zbiornika na wodę przyjęte do obliczeń statycznych: a) schemat I – zbiornik wypełniony cieczą i nieobsypany gruntem (parcie hydrostatyczne), b) schemat II – zbiornik pusty i obsypany gruntem (parcie gruntu)

(około 10%). Z analizy sił równoleżnikowych w ścianie zbiornika (rys. 4b) wynika, że znaczące różnice w wartościach i rozkładzie sił występują w strefie zaburzeń brzegowych, czyli w dolnej części ściany. Różnica między wariantem I i III wynosi ok. 60%, a zatem widoczny jest wpływ odkształceń płyty dennej na odkształcenia ściany zbiornika. Potwierdzają ten fakt również wyniki momentów południkowych (rys. 4c), które są większe o ok. 63% w stosunku do obliczeń analitycznych utwierdzonej ściany. Natomiast uwzględnienie podatności styku ściany i płyty dennej wpływa na zmniejszenie maksymalnej siły równoleżnikowej (różnica między wariantem III i IV wynosi ok. 10%) oraz maksymalnego momentu południkowego o ok. 30%.

Podobnie przeanalizowano siły równoleżnikowe w ścianie dla II schematu obciążenia zbiornika (rys. 5a). Dla wariantów I i II w ścia-



Rys. 3. Model obliczeniowy zbiornika (MES) – wariant III (schemat II obciążenia – parcie gruntu)

Tabela 1. Założenia modeli obliczeniowych żelbetowego zbiornika cylindrycznego na wodę

Wariant modelu obliczeniowego	Opis modelu obliczeniowego
I. Obliczenia analityczne – podłoże sztywne	Płyta przekrycia kolista oparta przegubowo na obwodzie, obliczenia wg teorii sprężystości [1]. Płyta denna zamocowana na obwodzie ściany, obliczenia wg teorii sprężystości. Ściana utwierdzona w nieodkształcalnej płycie fundamentowej, obliczenia wg teorii powłok [2].
II. Obliczenia numeryczne – podłoże sztywne	Płyta przekrycia kolista oparta przegubowo na ścianie zbiornika. Płyta denna połączona monolitycznie ze ścianą i obciążona równomiernie rozłożonym odporem gruntu. Zamocowanie cylindrycznej ściany w nieodkształcalnej płycie dennej zamodelowano w postaci utwierdzenia liniowego na krawędzi ściany.
III. Obliczenia numeryczne – podłoże sprężyste	Model obliczeniowy zbiornika przyjęty jak w wariantcie II z uwzględnieniem sprężystego podłoża gruntowego na całej powierzchni odkształcalnej płyty dennej (wyznaczono współczynnik sprężystości podłoża $K_z = 15822 \text{ kN/m}^3$ ).
IV. Obliczenia numeryczne – podłoże sprężyste i podatny styk między ścianą i dnem	Model obliczeniowy zbiornika jak w wariantcie III, dodatkowo zamodelowano podatny styk ściany z dnem poprzez analogię do konstrukcji zespolonej typu beton–beton wg [3], który jest słabszy i bardziej podatny niż ściana (przyjęto moduł sprężystości styku dwukrotnie mniejszy niż moduł sprężystości ściany).

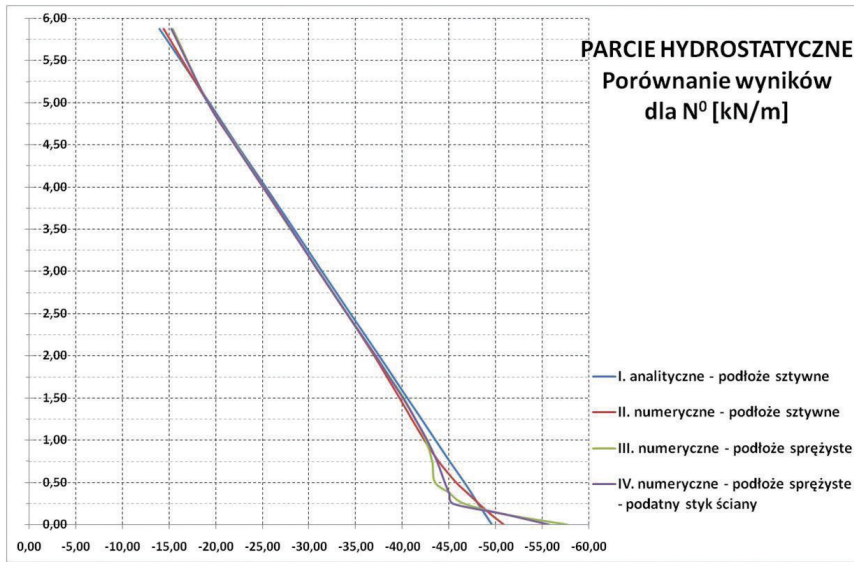
nie od parcia gruntu występują jedynie siły ściskające, maksymalna wartość siły równoleżnikowej wynosi 125 kN. Po uwzględnieniu połączenia ściany z dnem na odkształcalnym podłożu (wariant III i IV) maksymalna siła ściskająca nieznacznie zmalała: do wartości 117 kN. Im bliżej monolitycznego połączenia ściany z dnem, tym wyraźniej widać wpływ deformacji płyty dennej. Siły równoleżnikowe ściskające gwałtownie maleją, a na wysokości około 1,0 m od dna przechodzą w siły rozciągające i osiągają w wariantcie III maksymalną wartość 125 kN. W wariantcie IV z podatnym stykiem wartość równoleżnikowej siły rozciągającej w dolnej części ściany zmniejszyła się o 35% w stosunku do wariantu III.

W płycie dennej porównano wartości zginających momentów promieniowych  $M_r$  dla II schematu obciążenia zbiornika (rys. 6.). Największe momenty podporowe wystąpiły w wariantcie I (metoda analityczna). Po uwzględnieniu przestrzennej pracy konstrukcji momenty na podporze zmniejszyły się o 30% (wariant II), a przy uwzględnieniu współpracy konstrukcji zbiornika z podłożem sprężystym momenty promieniowe uległy zmniejszeniu o 40% w wariantcie III i o 50% w wariantcie IV, w stosunku do wariantu I. Moment promieniowy w środku rozpiętości płyty dennej otrzymano największy dla wariantu II, a w pozostałych wariantach wartości momentów były porównywalne.

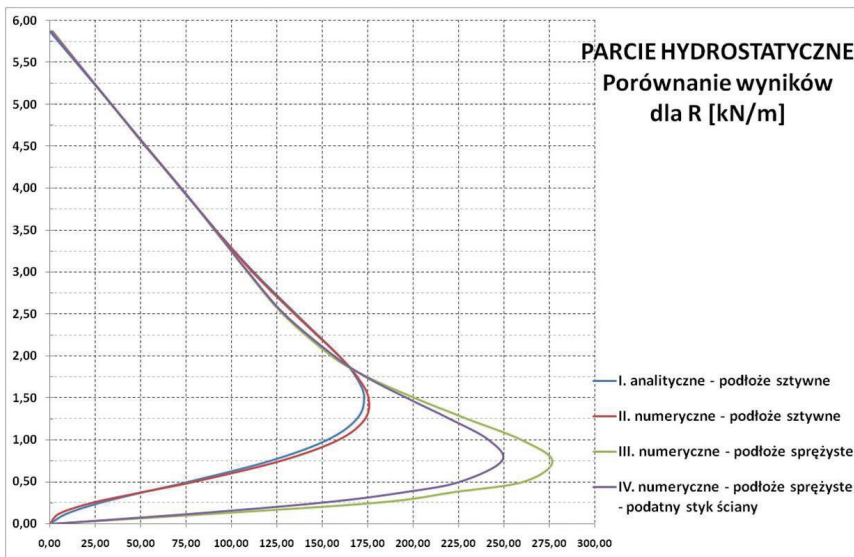
Tabela 2. Wartości sił wewnętrznych w ścianie zbiornika od parcia wody obliczone metodą analityczną (I wariant modelu obliczeniowego)

Wysokość zbiornika H [m]	Siła południkowa N [kN/m]	Siła równoleżnikowa R [kN/m]	Moment południkowy $M_x$ [kNm/m]
5,88	-13,92	0,02	0,00
5,00	-19,24	33,72	0,00
4,50	-22,28	52,86	0,00
4,00	-25,31	71,95	-0,02
3,50	-28,35	91,40	-0,06
3,00	-31,39	112,17	-0,12
2,50	-34,43	135,33	-0,05
2,00	-37,46	159,12	0,42
1,75	-38,98	168,49	0,91
1,50	-40,50	172,97	1,56
1,25	-42,02	168,99	2,25
1,00	-43,54	152,73	2,72
0,75	-45,06	121,57	2,44
0,50	-46,58	76,90	0,61
0,38	-47,34	52,08	-1,20
0,25	-48,09	28,48	-3,78
0,13	-48,85	9,56	-7,28
0,00	-49,61	0,00	-11,78

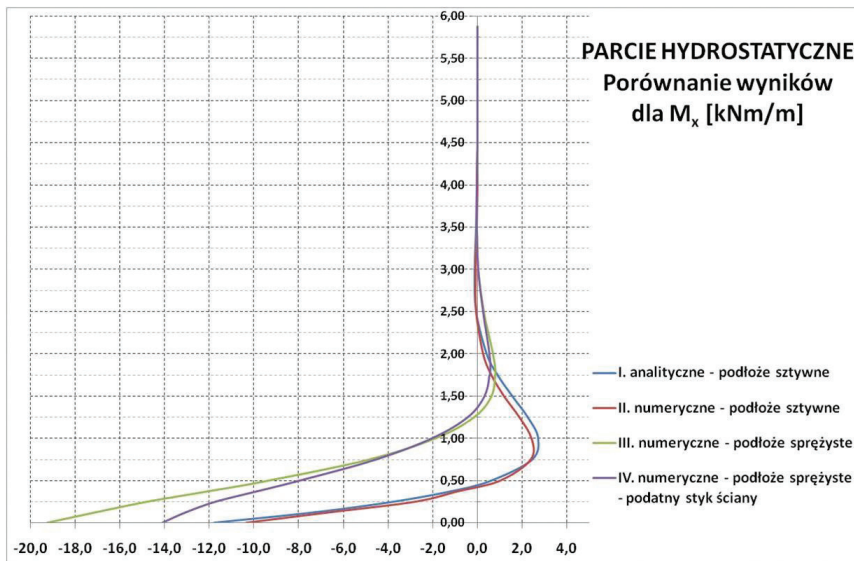
a)



b)



c)



Rys. 4. Wykresy sił wewnętrznych w ścianie zbiornika (schemat I obciążenia): a) siły południkowe N, b) siły równoleżnikowe R, c) momenty południkowe  $M_x$

## Wnioski

Wyniki analizy statycznej cylindrycznego żelbetowego zbiornika na wodę wykazały wpływ sposobu zamodelowania konstrukcji zbiornika i zastosowanej metody obliczeń – analitycznej czy numerycznej (MES) – na wartości obliczonych sił wewnętrznych w żelbetowej ścianie i płycie dennej. Znaczące różnice w wartościach sił równoleżnikowych i momentów południkowych, nawet około 60%, wystąpiły w dolnej części ściany w strefie zaburzeń brzegowych w przestrzennym modelu obliczeniowym zbiornika spoczywającego na sprężystym podłożu gruntowym, w porównaniu do wartości sił i momentów obliczonych w modelu zbiornika na podłożu sztywnym metodą analityczną. Natomiast w górnej połowie ściany zbiornika, gdzie powłoka cylindryczna pracuje w stanie błonowym, we wszystkich wariantach modeli obliczeniowych zbiornika uzyskano bardzo zbliżone wartości sił wewnętrznych w ścianie. W płycie dennej zbiornika, przy uwzględnieniu odkształcalnego podłoża gruntowego i podatnego styku ściany z dnem, uzyskano znaczne zmniejszenie podporowych promieniowych momentów zginających.

Podsumowując, można stwierdzić, że przestrzenny model obliczeniowy zbiornika uwzględniający współpracę z odkształcalnym podłożem gruntowym pozwala uzyskać wartości sił wewnętrznych w elementach konstrukcyjnych zbiornika najbardziej zbliżone do rzeczywistych wielkości. Przyjęcie w analizie statycznej modelu obliczeniowego cylindrycznego zbiornika na ciecz odwzorowującego jego przestrzenną pracę pozwoli na zaprojektowanie optymalnych żelbetowych przekrojów zbiornika z uwagi na zapewnienie nośności, szczelności i trwałości obiektu.

## Literatura

- [1] Kobiak J., Stachurski W., Konstrukcje żelbetowe, t. II, Arkady, Warszawa 1987.
- [2] Kobiak J., Stachurski W., Konstrukcje żelbetowe, t. IV, Arkady, Warszawa 1991.
- [3] Halicka A., Franczak D., Projektowanie zbiorników żelbetowych, t. II, Zbiorniki na ciecz. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.
- [4] PN-EN 1990:2004 Eurokod. Podstawy projektowania konstrukcji.
- [5] PN-EN 1991-1-1:2004 Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-1: Oddziaływania ogólne. Ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenia użytkowe w budynkach.
- [6] PN-EN 1991-1-3:2005 Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-3: Oddziaływania ogólne. Obciążenie śniegiem.
- [7] PN-EN 1991-4:2008 Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje. Część 4: Silosy i zbiorniki.
- [8] PN-EN 1997-1:2008 Eurokod 7. Projektowanie geotechniczne. Część 1: Zasady ogólne.
- [9] PN-85/S-10030 Obiekty mostowe. Obciążenia.
- [10] Szczech M., Projekt żelbetowego zbiornika na ciecz, praca dyplomowa, promotor: Prusiel J.A., WBiIS, Politechnika Białostocka, Białystok 2014.

PRAWIDŁOWY SPOSÓB CYTOWANIA  
Prusiel Jolanta, Szczech Marcin, 2020,  
Analiza statyczna cylindrycznego zbiornika żelbetowego na wodę. „Builder” 04 (273). DOI: 10.5604/01.3001.0013.8777

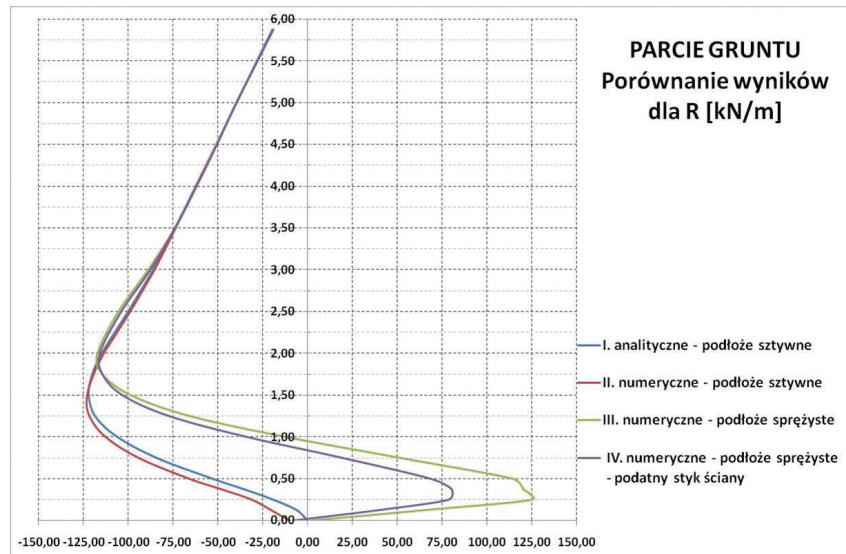
**Streszczenie.** W artykule przedstawiono wyniki analizy statycznej wpływu przyjętego modelu obliczeniowego na wartości sił wewnętrznych w konstrukcji zbiornika. Do analizy przyjęto monolityczny żelbetowy zbiornik cylindryczny na wodę o średnicy  $D=6,6$  m i wysokości  $H=6,0$  m. Obliczenia statyczne wykonano metodą analityczną (wg teorii powłok i teorii sprężystości) oraz dla trzech modeli obliczeniowych zbiornika z zastosowaniem metody elementów skończonych. Analizowano wpływ podatnego styku w połączeniu ściany z płytą denną i uwzględnienie współpracy konstrukcji zbiornika z podłożem gruntowym. Przeprowadzono analizę porównawczą uzyskanych wartości momentów zginających w płycie dennej oraz momentów południkowych, sił południkowych i równoleżnikowych w cylindrycznej ścianie.

**Słowa kluczowe:** analiza statyczna, zbiornik żelbetowy na wodę

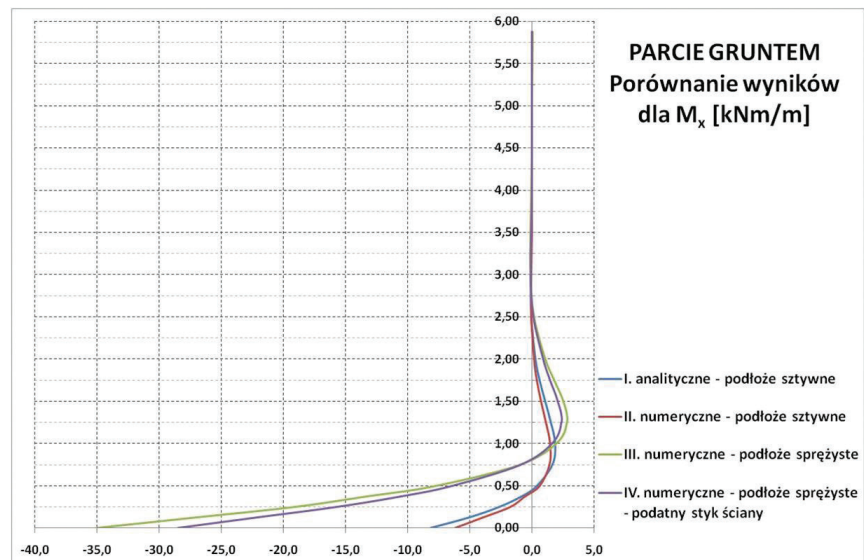
**Abstract.** The paper presents results of static analysis of the impact of the adopted computational model on the values of internal forces in a tank structure. A monolithic cylindrical RC water tank of 6.6 m in diameter and 6.0 m in height was used for analysis. Static computations are made using analytical method (according to shell theory and theory of elasticity) and for three tank models the finite element method is used. The impact of elastic contact zone in the connection of the wall with the bottom plate is analysed. Additionally, the model accounts for the interaction of the tank structure with the ground substrate. A comparative analysis of the resulting values of bending moments in the bottom plate as well as vertical moments, vertical and circumferential forces in the cylindrical wall is carried out.

**Keywords:** static analysis, RC water tank

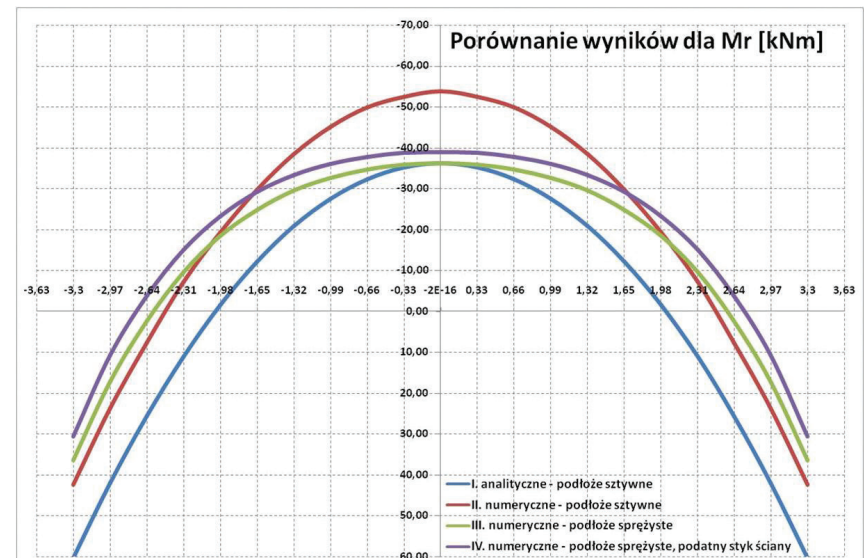
a)



b)



Rys. 5. Wykresy sił wewnętrznych w ścianie zbiornika (schemat II. obciążenia):  
a) siły równoleżnikowe  $R$ , b) momenty południkowe  $M_x$



Rys. 6. Wykresy promieniowych momentów zginających  $M_r$  w płycie dennej (schemat II obciążenia)