

**dr inż. Krystian Szopa<sup>1</sup>**  
**dr hab. inż. Marek Iwaniec, prof. AGH<sup>2</sup>**  
**dr hab. inż. Joanna Iwaniec<sup>3</sup>**

Akademia Górniczo-Hutnicza im. S. Staszica w Krakowie  
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

<sup>1</sup> Katedra Systemów Energetycznych i Urządzeń Ochrony Środowiska

<sup>2</sup> Katedra Automatykacji Procesów

<sup>3</sup> Katedra Robotyki i Mechatroniki

Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Polska

e-mail: kszopa@agh.edu.pl<sup>1</sup>, iwaniec@agh.edu.pl<sup>2</sup>, jiwaniiec@agh.edu.pl<sup>3</sup>

## **Identyfikacja stanu technicznego konstrukcji wsporczej napowietrznej linii elektroenergetycznej**

**Słowa kluczowe:** *analiza modalna, diagnostyka techniczna, metoda elementów skończonych*

**Streszczenie:** Diagnostyka techniczna konstrukcji wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych jest zagadnieniem niezwykle istotnym z punktu widzenia niezawodności i bezpieczeństwa energetycznego kraju. W artykule przedstawiono metodę identyfikacji stanu technicznego kratownicowych konstrukcji wsporczych. Technika jest oparta na badaniu korelacji pomiędzy zmianą stanu naprężenia w układzie, a zmianą parametrów modalnych, spowodowanych uszkodzeniem. Zaprezentowane podejście jest kompleksowe i uwzględnia szereg problemów związanych z diagnostyką obiektów wielkogabarytowych o złożonej geometrii. Podstawową zaletą opracowanego algorytmu identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczych jest niska wrażliwość na błędy pomiarowe, co jest niezwykle istotne w kontekście diagnostyki eksploatacyjnej.

### **1. Wprowadzenie**

Energia elektroenergetyczna jest podstawowym medium energetycznym, niezbędnym do funkcjonowania transportu, zakładów przemysłowych, instytucji, działalności gospodarczych oraz gospodarstw domowych. Niezawodny system jej dystrybucji jest niezbędny do zapewnienia bezpieczeństwa energetycznego kraju. Awaria mechaniczna linii elektroenergetycznej powoduje przerwę w dostawie energii, co z kolei może skutkować pozostawieniem tysięcy ludzi bez energii elektrycznej, unieruchomieniem przemysłu i transportu. Dla operatora wiąże się to nie tylko z kosztami naprawy infrastruktury przesyłowej, ale również karami i odszkodowaniami. W Polsce największe katastrofy energetyczne w ostatnich latach miały miejsce w województwie zachodniopomorskim w kwietniu 2008 roku [2, 21], w województwie małopolskim w styczniu 2010 [6, 12], a także w Świebodzicach (2012), na linii Tarnów-Olszyny [25]. W prawie każdym przypadku katastrofy energetycznej ekspertyzy wykazywały, że bezpośrednią przyczyną awarii były złe warunki atmosferyczne, a pośrednią nieprawidłowości związane z nieutrzymywaniem infrastruktury w należytych stanie technicznym. Wyniki badań przedstawione w [4]

potwierdzają, że w przypadku napowietrznej linii elektroenergetycznej ważne jest nie tylko monitorowanie obciążenia wywołanego warunkami atmosferycznymi, ale również nadzorowanie stanu technicznego linii. Dodatkowo, według informacji Urzędu Regulacji Energetyki z 2017 roku, 54% linii napowietrznych należących do OSP (Operatora Systemu Przesyłowego) i 36% linii należących do OSD (Operatorów Systemów Dystrybucyjnych) przekracza wiek 40 lat, przy czym w latach '70 linie projektowano na 65% obowiązujących obecnie obciążeń [21]. W celu zapewnienia bezpieczeństwa i niezawodności sieci elektroenergetycznych, tak rozległa infrastruktura wymaga ciągłych przeglądów, modernizacji i renowacji. Identyfikacja stanu technicznego konstrukcji wsporczych może pozwolić ukierunkować te działania na obszary, w których są one niezbędne.

Większość metod badań nieniszczących (NDT) znajduje zastosowanie w detekcji uszkodzeń w obszarze lokalnym, dla niewielkich elementów. W przypadku dużych i złożonych konstrukcji stosowanie takich technik jest bardzo pracochłonne i często nieopłacalne. Dlatego istotną grupą badań NDT są metody wibroakustyczne. Istotą metod wibroakustycznych jest badanie zmian własności dynamicznych obiektu zachodzących na skutek lokalnej zmiany sztywności, będącej efektem uszkodzenia. Parametry modalne mogą opisywać układ w sposób globalny lub lokalny. W przypadku wykrywania uszkodzeń w konstrukcjach wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych ważne jest również, aby metody NDT można było zastosować w systemie monitoringu strukturalnego (SHM), który w ostatnich latach odgrywa coraz ważniejszą rolę w diagnostyce konstrukcji inżynierskich. SHM polega na okresowym sczytywaniu informacji z sieci czujników rozmieszczonych na obserwowanym obiekcie, a następnie interpretacji tych danych w odniesieniu do stanu technicznego badanej konstrukcji. Dodatkowe przechowywanie informacji w długim okresie czasu pozwala sporządzić statystykę i przewidzieć czas życia konstrukcji [5]. Istotą systemu jest zdalna obserwacja obiektu na podstawie danych przesyłanych do jednostki centralnej [11].

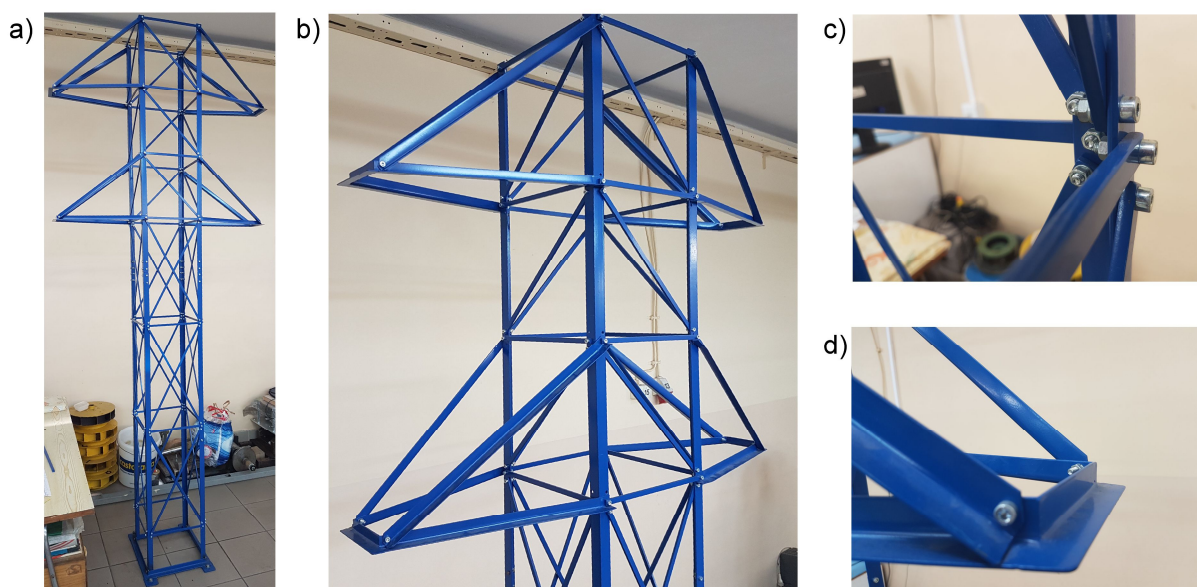
Szczegółowe studium analityczno-krytyczne wskazuje, że weryfikacja wibroakustycznych metod diagnostycznych jest zazwyczaj ograniczona do prostych konstrukcji (pojedyncze belki wspornikowe, płyty, proste ramy) [8, 15, 19] lub jedynie badań symulacyjnych [3, 7, 20], w których przyjmowany jest szereg uproszczeń. W praktyce trudno jest zastosować te techniki, często o bardzo rozbudowanym aparacie matematycznym, do obiektów o skomplikowanej geometrii. Nawet jeżeli niektóre z metod są stosowane do takich obiektów, to przyjmowane są uproszczenia w postaci ograniczenia obszaru poszukiwań uszkodzenia, bez uwzględniania wpływu uszkodzeń elementów spoza tego obszaru na globalne charakterystyki dynamiczne konstrukcji [17].

Podstawowym problemem w zastosowaniu metod wibroakustycznych w diagnostyce uszkodzeń konstrukcji o złożonej geometrii (szczególnie tak przeszywnionych jak kratownicowe konstrukcje wsporcze) jest niska wrażliwość parametrów modalnych na pojedyncze uszkodzenia, co z kolei powoduje złe uwarunkowanie zadania podczas rozwiązywania modeli odwrotnych. Nawet niewielkie błędy pomiarowe estymacji parametrów oraz modelowania silnie wpływają na wyniki, prowadząc do ich niejednoznaczności lub całkowitej utraty zbieżności rozwiązania. Inne przeszkody w identyfikacji stanu technicznego obiektów wielkogabarytowych o złożonej geometrii to: nieliniowa zależność parametrów modalnych od zmiany sztywności poszczególnych elementów konstrukcji, identyfikacja częstotliwości drgań własnych pomiędzy konstrukcją uszkodzoną i nieuszkodzoną przy braku pomiaru postaci drgań własnych, identyfikacja parametrów modelu numerycznego na podstawie wiedzy *a priori*, ograniczona liczba punktów pomiarowych i ilość pozyskiwanej informacji, zmiana warunków brzegowych (np. temperatury otoczenia). Wnioski te wynikają zarówno z przeglądu literatury [10] jak i wielu badań przeprowadzonych przez autorów tej pracy m.in. [13, 14, 23, 24]. Analiza stanu wiedzy

wskazuje, że najlepszymi metodami w diagnostyce konstrukcji wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych mogą być metody oparte o analizę postaci drgań własnych, przy założeniu ograniczonej liczby punktów pomiarowych.

## 2. Obiekt badań i procedura identyfikacji stanu technicznego konstrukcji

W celu przeprowadzenia badań zaprojektowano i wykonano uproszczony model fizyczny stalowej konstrukcji wsporczej napowietrznej linii elektroenergetycznej (rys. 1). Model słupa został wykonany ze stali konstrukcyjnej i jest przestrzenną, skręcaną konstrukcją prętową. Wysokość słupa wynosi 2,65 m, co stanowi w przybliżeniu 1/10 wysokości tego typu obiektów spotykanych w przemyśle elektroenergetycznym. Nogi (krawężniki) modelu słupa zostały wykonane z kątownika L25 × 25 × 3 i każda z nich składa się z dwóch prętów połączonych ze sobą na wysokości 1,5 m od podstawy. Z takich samych kształtowników wykonana jest rama podstawy, za pomocą której konstrukcja jest przymocowana do fundamentu, natomiast poprzeczniki są zbudowane z kątownika L20 × 20 × 2. Elementy drugorzędne ułożone poziomo oraz ukośniki są prętami o przekroju prostokątnym 10 × 5 mm (tabela 1). Zastąpienie kątowników prętami o przekroju prostokątnym umożliwia montaż elementów w węzłach połączeniami śrubowymi, co w przypadku zastosowania kątowników o małym przekroju byłoby znacznie utrudnione. Praca jest ukierunkowana na analizę własności dynamicznych układu prętowego o złożonej geometrii oraz identyfikację jego stanu technicznego.

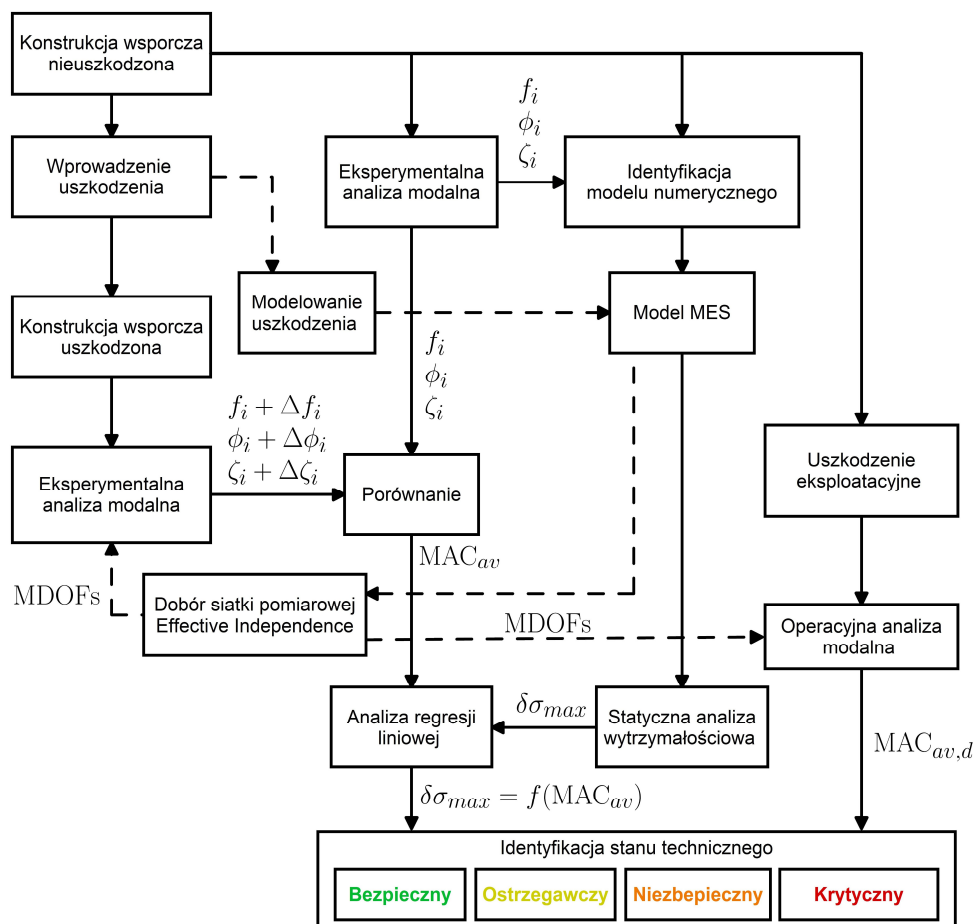


Rys. 1. Model fizyczny konstrukcji wsporczej

Tabela 1. Parametry przekroju poprzecznego i materiałowe elementów konstrukcji

	Krawężniki	Elementy drugorzędne	Poprzeczniki
Kształt przekroju [mm]	L 25×25×3	Prost. 10×5	L 20×20×2
Pole przekroju poprzecznego [m <sup>2</sup> ]	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$50 \cdot 10^{-6}$	$73 \cdot 10^{-6}$
Geometryczny moment bezwładności $I_z$ [m <sup>4</sup> ]	$0,8 \cdot 10^{-8}$	$1,04 \cdot 10^{-10}$	$0,28 \cdot 10^{-8}$
Geometryczny moment bezwładności $I_y$ [m <sup>4</sup> ]	$0,8 \cdot 10^{-8}$	$4,17 \cdot 10^{-10}$	$0,28 \cdot 10^{-8}$
Moduł Younga [Pa]	$2,05 \cdot 10^{11}$	$2,05 \cdot 10^{11}$	$2,05 \cdot 10^{11}$
Moduł Kirchhoffa [Pa]	$8 \cdot 10^{10}$	$8 \cdot 10^{10}$	$8 \cdot 10^{10}$
Masa właściwa [kg/m <sup>3</sup> ]	7870	7870	7870

Kolejny etap przeprowadzonych prac badawczych obejmował opracowanie algorytmu identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczej napowietrznej linii elektroenergetycznej (rys. 2). Zaproponowana metoda polega na porównaniu parametrów modalnych (ze szczególnym uwzględnieniem postaci drgań własnych) konstrukcji uszkodzonej względem zdrowej. Dostrojony model numeryczny obiektu służy do wyznaczenia mierzonych (głównych) stopni swobody oraz przeprowadzenia statycznej analizy wytrzymałościowej. Do konstrukcji wprowadzane są uszkodzenia i na podstawie analizy regresji tworzona jest liniowa charakterystyka uwzględniająca zależność naprężeń maksymalnych od uśrednionej wartości wskaźnika MAC (Modal Assurance Criterion), na skutek zmiany sztywności. Dla wyznaczonej charakterystyki określone są graniczne wartości  $MAC_{av,g}$  które definiują przedziały stanów technicznych konstrukcji wsporczej. Uszkodzenie powstałe w warunkach eksploatacyjnych jest klasyfikowane jako jeden z możliwych stanów technicznych na podstawie wartości kryterium  $MAC_{av,d}$  porównującego postaci drgań własnych aktualnego stanu konstrukcji wsporczej z postaciami obiektu nieuszkodzonego.

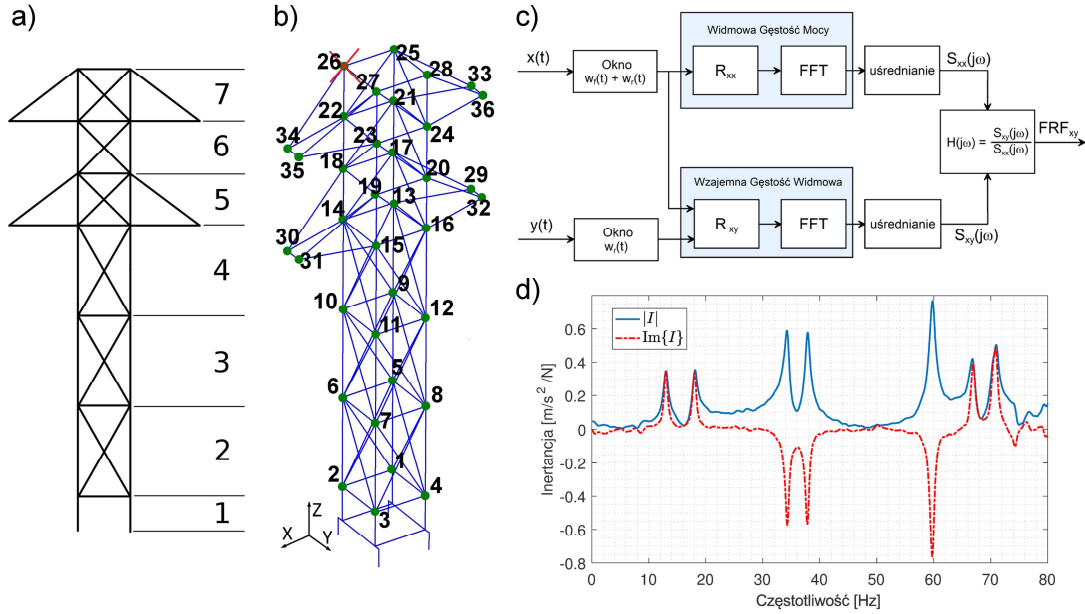


Rys.2. Algorytm identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczej

### 3. Eksperymentalna analiza modalna konstrukcji wsporczej i identyfikacja parametrów modelu numerycznego

W kolejnym etapie badań przeprowadzono eksperymentalną analizę modalną obiektu, wyznaczając uporządkowany zbiór częstości własnych, współczynników tłumienia modalnego oraz postaci drgań własnych. Na rys. 3b zaznaczono 36 punktów, w których dokonano pomiaru przemieszczeń modalnych na kierunkach  $X$  i  $Y$ . Oznacza to, że postaci

drgań własnych zostały wyznaczone na podstawie 72 mierzonych stopni swobody. Dwa czujniki drgań w postaci jednoosiowych akcelerometrów piezoelektrycznych (dla każdego z dwóch kierunków  $X$  i  $Y$ ) zostały umieszczone w punkcie 26.



Rys. 3. Eksperymentalna analiza modalna (a) podział modelu geometrycznego układu na segmenty, (b) punkty pomiarowe (w każdym punkcie przeprowadzono pomiary w kierunkach  $X$  i  $Y$ ), (c) schemat przetwarzania sygnałów czasowych wymuszenia i odpowiedzi do postaci transmitancji widmowej, (d) inertancja układu dla wymuszenia w punkcie  $12X$  i odpowiedzi w punkcie  $26X$

W wyniku przeprowadzonych pomiarów, otrzymano przebiegi czasowe sygnałów wymuszenia i odpowiedzi (rys. 5). W procesie transformacji sygnału z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości zastosowano szybką transformację Fouriera FFT. Ponieważ w układach słabo tłumionych sygnał odpowiedzi zazwyczaj nie wygasa z końcem czasu rejestracji sygnału poddawanego analizie, w celu minimalizacji przecieków widma zastosowano okno wykładnicze wyrażone zależnością:

$$w_r = e^{-\beta t}, \quad \beta = \frac{1}{\tau}, \quad (1)$$

natomiast dla sygnału wejściowego zastosowano okno wykorzystujące funkcję filtru Tichonowa:

$$w_f = 1 - \frac{t^n}{t^n + \alpha^n}. \quad (2)$$

Do wyznaczenia charakterystyki częstotliwościowej układu zastosowano estymator  $H_1$  (rys. 3c), wyrażony zależnością [9]:

$$H_{xy}(j\omega) = \frac{S_{xy}(j\omega)}{S_{xx}(j\omega)}, \quad (3)$$

gdzie  $S_{xx}$  jest gęstością widmową mocy własnej sygnału wejściowego, a  $S_{xy}$  gęstością widmową mocy wzajemnej wejścia i wyjścia. Na rys. 3d przedstawiono przykładową

charakterystykę częstościową układu w postaci inertancji pomiędzy punktami 12 i 26 na kierunku  $X$ .

Estymacji parametrów modalnych dokonano za pomocą metody RFP (**R**ational **F**raction **P**olynomial) [22], która polega na dopasowywaniu charakterystyki w dziedzinie częstości, zapisanej w postaci funkcji wymiernej. Wyznaczone parametry modalne konstrukcji wsporczej zestawiono w tabeli 2. Wartości częstości drgań własnych nietłumionych zostały obliczone z zastosowaniem skorygowanych (ze względu na zastosowanie okna wykładniczego) współczynników tłumienia. Warto zwrócić uwagę jak niewielki wpływ w kratowych konstrukcjach wsporczych ma współczynnik tłumienia na różnicę częstości drgań własnych tłumionych względem nietłumionych. Maksymalna względna zmiana dla pierwszej częstości wyniosła 0,05%. Ze względu na ograniczone warunki eksperymentu w pełni udało się wyznaczyć 6 postaci drgań własnych.

Tabela 2. Parametry modalne konstrukcji wyznaczone poprzez eksperymentalną analizę modalną

Postać	$\hat{\sigma}_i$	$\sigma_i$	$\omega_i$	$f_i$	$\omega_t^i$	$f_t^i$	$\zeta_i$
	[rad/s]	[rad/s]	[rad/s]	[Hz]	[rad/s]	[Hz]	[%]
1	-2,51	-1,40	81,66	13,00	81,62	12,99	1,72
2	-2,76	-1,48	113,15	18,01	113,12	18,00	1,31
3	-2,78	-1,49	215,79	34,34	215,77	34,34	0,69
4	-2,51	-1,40	237,97	37,88	237,96	37,87	0,59
5	-3,02	-1,58	375,45	59,76	375,44	59,75	0,42
6	-2,55	-1,42	442,48	70,42	442,46	70,42	0,32

W tabeli przyjęto następujące oznaczenia:  $\hat{\sigma}_i$  – wsp. tłumienia wyznaczony z charakterystyki tłumionej oknem wykładniczym,  $\sigma_i$  - skorygowany wsp. tłumienia,  $\omega_i$ ,  $f_i$  - częstość i częstość drgań własnych nietłumionych,  $\omega_t^i$ ,  $f_t^i$  - częstość i częstość drgań własnych tłumionych,  $\zeta_i$  - bezwymiarowy współczynnik tłumienia (skorygowany)

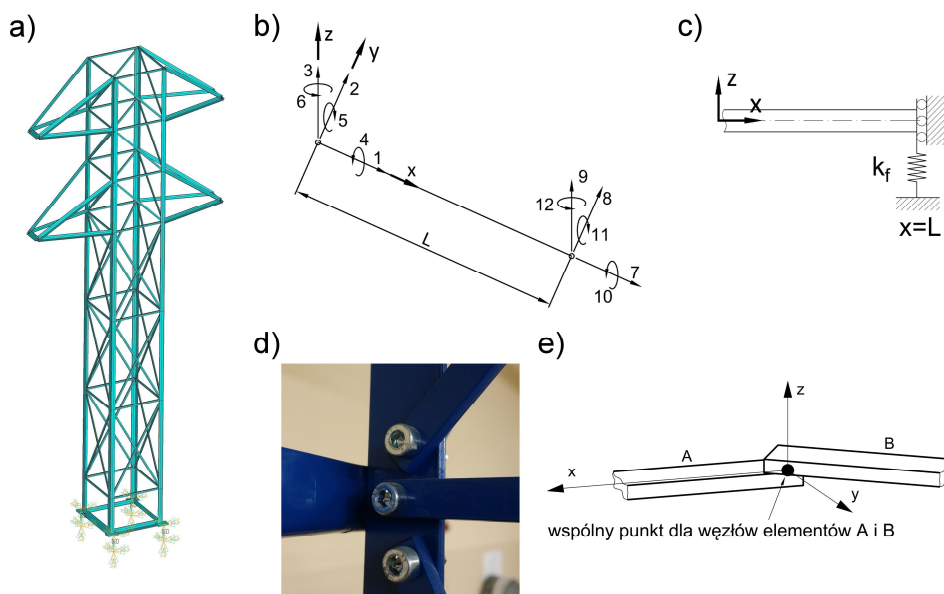
Model numeryczny został zbudowany jako przestrzenna konstrukcja ramowa (rys. 4a). W wyniku dyskretyzacji model numeryczny łączy 112 elementów belkowych w 40 węzłach, z których każdy ma 6 stopni swobody. Dodatkowy stopień swobody dla translacji na kierunku pionowym przy utwierdzeniu, dla każdej z kotew, daje model o 244 stopniach swobody. Ponieważ smukłość elementów jest stosunkowo duża, zastosowano elementy zgodne z teorią belki Eulera-Bernoullego (rys. 4b).

Wprowadzono dodatkowy element skończony łączący dwa węzły i pozwalający na zdefiniowanie współczynników sztywności pomiędzy odpowiednimi stopniami swobody tych węzłów (rys. 4e). Element ten został wykorzystany do zamodelowania połączenia śrubowego pomiędzy drugorzędnymi elementami, a nogami słupa (rys. 4d). W modelu uwzględniono przemieszczenia węzłów zamocowania konstrukcji do podłoża, na globalnym kierunku  $Z$ . Przyjęte warunki brzegowe, zgodnie z rys. 4c, mają postać:

$$u(L, t) = \theta(L, t) = v(L, t) = \frac{\partial v}{\partial x}(L, t) = \frac{\partial w}{\partial x}(L, t) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(L, t) \right) = k_f w(L, t), \quad (4)$$

gdzie  $u(x, t)$  jest funkcją przemieszczenia punktów wzdłuż osi  $x$ ,  $\theta(x, t)$  funkcją opisującą obrót przekrojów,  $v(x, t)$  i  $w(x, t)$  są funkcjami ugięcia w płaszczyznach  $xy$  i  $xz$ , natomiast  $k_f$  oznacza sztywność pojedynczej śruby kotwowej.



Rys. 4. Model elementów skończonych (a) konstrukcja wsporcza, (b) element skończony w układzie lokalnym, (c) warunek brzegowy dla połączenia kotwowego, (d) połączenie śrubowe prętów modelu fizycznego, (e) model przegubu sprężystego dla połączenia śrubowego

Zbudowany model numeryczny konstrukcji wsporczej porównano z modelem eksperymentalnym (tab. 3). Dla pięciu postaci drgań własnych różnica otrzymanych częstotliwości drgań własnych była niewielka i nie przekraczała 3%. Jedyne dla piątej częstotliwości drgań własnych błąd jest wyraźnie większy i wynosi 10%. Postaci drgań własnych przedstawiono w formie graficznej na rys. 5. Pominięcie na rysunku ukośników pozwoliło zwiększyć czytelność wykresów. Postaci drgań własnych porównano za pomocą kryterium MAC [1]

$$MAC_i = \frac{|\psi_{i,exp}^H \cdot \psi_{i,num}|^2}{(\psi_{i,exp}^H \cdot \psi_{i,exp}) \cdot (\psi_{i,num}^H \cdot \psi_{i,num})} \quad (5)$$

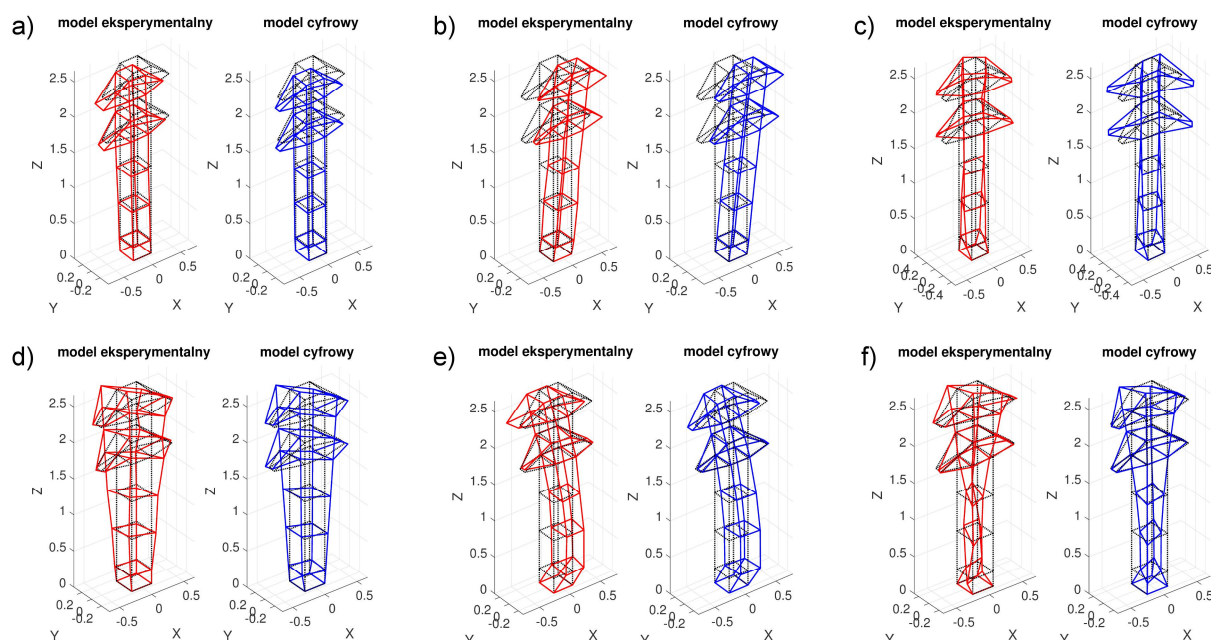
które określa stopień korelacji pomiędzy wektorami modalnymi modelu eksperymentalnego  $\psi_{i,exp}$  i modelu numerycznego  $\psi_{i,num}$ .

Tabela 3. Porównanie częstotliwości i postaci drgań własnych modeli eksperymentalnego i numerycznego

Postać	$f_i^{pom}$	$f_i^{num}$	$\Delta f_i$ [Hz]	$\delta f_i$ [%]	$MAC_i$
1	13,00	13,22	0,22	1,69	0,95
2	18,01	18,31	0,30	1,67	0,97
3	34,34	34,13	-0,21	-0,61	0,86
4	37,88	38,99	1,11	2,93	0,85
5	59,76	65,76	6,00	10,04	0,88
6	70,42	70,03	-0,39	-0,55	0,72

Pierwsza i druga postać drgań własnych to formy giętne, przypominające postaci drgań dla belki jednostronnie utwierdzonej, a wskaźnik MAC dla tych postaci osiąga bardzo wysoką wartość. Dla postaci 3 ÷ 5 otrzymano wartości wskaźników MAC nie mniejsze niż 0,85, co dla konstrukcji tego typu jest dobrym wynikiem. Dla ostatniej zidentyfikowanej, szóstej postaci drgań własnych, wskaźnik MAC jest niższy niż dla pozostałych postaci, co

może wynikać ze skomplikowanego kształtu tej postaci (większa liczba węzłów drgań), a także dodatkowego połączenia górnej części trzonu słupa z dolną, którego nie uwzględniono w modelu cyfrowym. Zwiększona sztywność środkowego fragmentu pasa wpływa na położenie węzła drgań względem długości tego krawężnika.



Rys. 5. Porównanie postaci drgań własnych otrzymanych z badań eksperymentalnych i numerycznych (a) postać 1, (b) postać 2, (c) postać 3, (d) postać 4, (e) postać 5, (f) postać 6

#### 4. Wstępna analiza wpływu uszkodzeń i dobór siatki pomiarowej

Rozpatrzono dwa przypadki uszkodzeń. Uszkodzenie  $U_1$  wprowadzono poprzez usunięcie z konstrukcji wsporczej elementów nr 30, 59, 60 (rys. 9). Wszystkie 3 elementy sąsiadują ze sobą i stanowią skratowanie jednej ze ścian konstrukcji w jej dolnej części. Drugie uszkodzenie,  $U_2$ , uzyskano poprzez usunięcie z konstrukcji zdrowej elementów 34, 57, 59, 68. Elementy te znajdują się w kolejnych sekcjach słupa, jednak żadne z nich wzajemnie się nie krzyżują.

Tabela 3. Porównanie parametrów modalnych dla przypadków z uszkodzeniem  $U_1$  i  $U_2$  względem konstrukcji nieuszkodzonej  $Z_1$

Postać	$Z_1$	$U_1$				$U_2$			
	$f_i$ [Hz]	$f_i$ [Hz]	$\Delta f_i$ [Hz]	$\delta f_i$ [Hz]	$MAC_i$	$f_i$ [Hz]	$f_i$ [Hz]	$\Delta f_i$ [Hz]	$\delta f_i$ [Hz]
1	13,00	11,15	-1,85	-14,25	0,75	12,98	-0,02	-0,13	0,99
2	18,01	15,21	-2,80	-15,56	0,62	17,63	-0,38	-2,13	0,99
3	34,34	23,94	-10,41	-30,3	0,61	31,56	-2,78	-8,1	0,93
4	37,88	37,40	-0,48	-1,26	0,89	37,85	-0,03	-0,07	0,97
5	59,76	59,70	-0,06	-0,09	0,77	59,74	-0,02	-0,03	0,95
6	70,42	66,82	-3,60	-5,11	0,72	70,14	-0,28	-0,4	0,92

Dla obu przypadków przeprowadzono eksperymentalną analizę modalną a wyniki zestawiono w tabeli 3, porównując je z odpowiedzią modelu nieuszkodzonego  $Z_1$ . Mimo, że w przypadku  $U_2$  uszkodzono więcej elementów niż w przypadku  $U_1$ , to zdecydowanie większe zmiany parametrów modalnych wystąpiły dla przypadku  $U_1$ . Potwierdza to redundantny charakter badanej konstrukcji. Uszkodzenia pojedynczych elementów drugorzędnych w różnych sekcjach i ścianach słupa nie mają dużego wpływu na odpowiedź



układu, a konstrukcja zachowuje wysoką sztywność. Dopiero uszkodzenia elementów należących do skratowania tej samej sekcji oraz ściany mają wyraźny wpływ na zmianę charakterystyki dynamicznej obiektu.

W celu przeprowadzenia bardziej szczegółowych analiz należy rozpatrzyć większą liczbę stanów uszkodzeń. Niestety, wyznaczenie postaci drgań własnych wiąże się dla tego przypadku z wyznaczeniem przemieszczeń modalnych dla 72 stopni swobody. Pomiar tak dużej liczby charakterystyk częstościowych jest bardzo czasochłonny. Dodatkowo należy podkreślić, że pomiar przemieszczeń przemysłowej konstrukcji wsporczej na kierunkach  $X$  i  $Y$  we wszystkich węzłach jest niemożliwy. Dlatego należy ograniczyć liczbę punktów pomiarowych i rozmieścić czujniki w taki sposób, aby pozyskać jak największą ilość informacji.

Dobór siatki pomiarowej dla badanego modelu konstrukcji wsporczej przeprowadzono z wykorzystaniem metody EI (ang. Effective Independence) [16], która cechuje się dużą prostotą przy jednocześnie dobrych rezultatach. Technika ta została wykorzystana między innymi w [26] do doboru rozmieszczenia czujników na płycie z dodatkowym wykorzystaniem algorytmów genetycznych. EI pozwala wybrać taki zbiór punktów pomiarowych, dla których rozpatrywane przemieszczenia modalne są od siebie jak najbardziej liniowo niezależne, jednocześnie zawierając wystarczającą ilość informacji potrzebnej do estymacji parametrów modalnych. Metoda sprowadza się do wyznaczenia wektora zawierającego elementy leżące na diagonalu macierzy, będącej odpowiednio przedstawionym iloczynem postaci drgań własnych układu:

$$EI = \text{diag}(\psi(\psi^T\psi)^{-1}\psi^T) \quad (6)$$

gdzie  $\psi$  jest macierzą postaci drgań własnych dla rozpatrywanych postaci i stopni swobody. Każdy z elementów wektora  $EI$  odpowiada konkretnemu stopniowi swobody (potencjalnemu punktowi pomiarowemu) i jest czynnikiem składowym, niezbędnym do wyznaczenia rzędu macierzy, która może być pełnego rzędu tylko wówczas, gdy postaci drgań własnych są liniowo niezależne. W celu wyznaczenia punktów pomiarowych należy ograniczyć macierz modalną do mierzonych postaci drgań własnych oraz rozpatrywanych stopni swobody, w których można dokonać pomiaru, a następnie w kolejnych iteracjach odrzucać te stopnie swobody, które wnoszą najmniejszy udział do niezależności liniowej pomiędzy postaciami. Za każdym razem obliczany jest nowy wektor  $EI$ , aż do momentu osiągnięcia wymiaru odpowiadającego żądanej liczbie punktów pomiarowych  $N_m$ .

Kryterium oceny doboru rozmieszczenia czujników określono jako różnicę pomiędzy średnią wartością MAC przy ograniczonej liczbie czujników, a średnią wartością MAC przy pomiarze przemieszczeń modalnych we wszystkich 72 rozpatrywanych stopniach swobody:

$$\Delta MAC_{av} = MAC_{av}^{N_m} - MAC_{av} \quad (7)$$

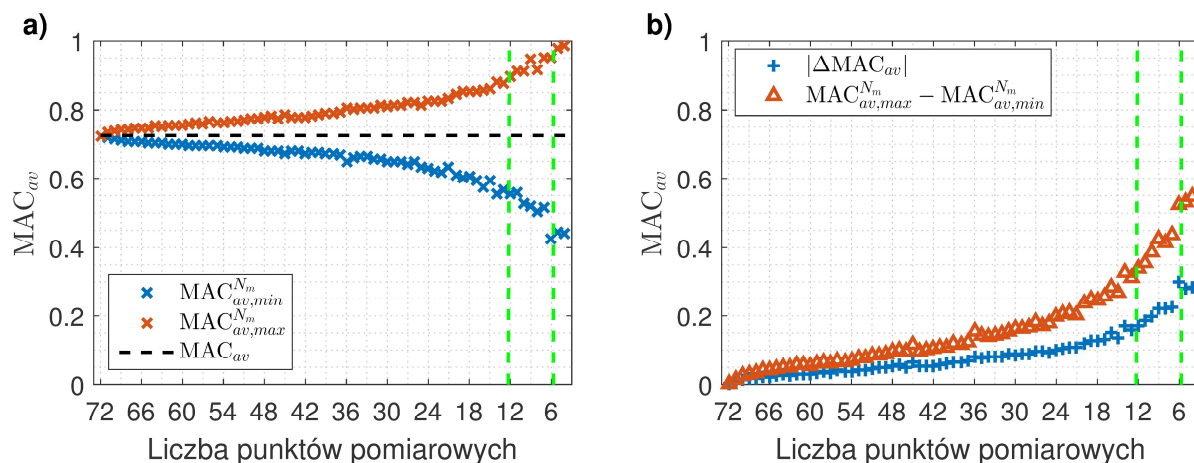
przy czym:

$$MAC_{av}^{N_m} = \sum_{i=1}^6 \frac{MAC_i^{N_m}}{6} \quad (8)$$

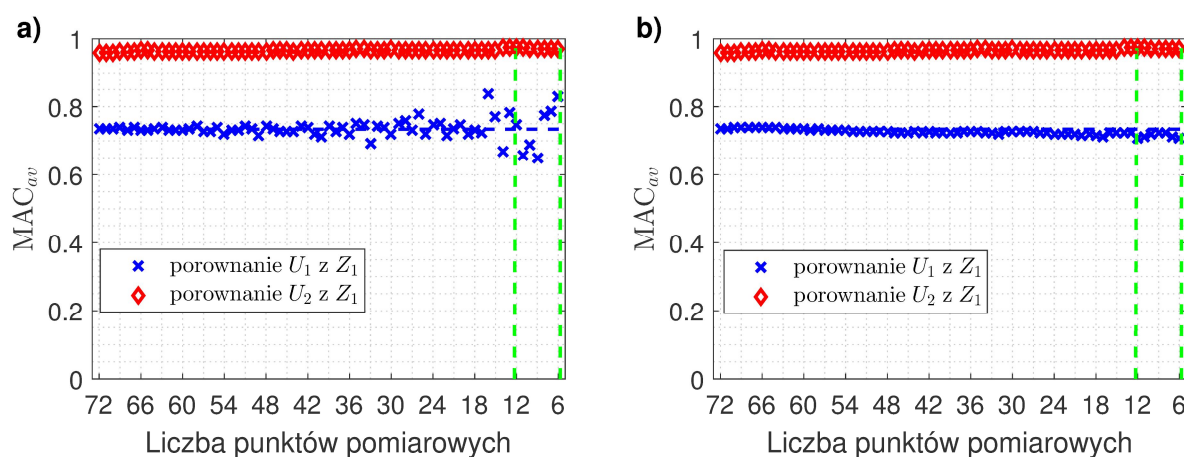
oraz:

$$MAC_{av} = \sum_{i=1}^6 \frac{MAC_i}{6} \quad (9)$$

gdzie  $MAC_i$  i  $MAC_i^{N_m}$  zostały obliczone pomiędzy wektorami modalnymi konstrukcji nieuszkodzonej i uszkodzonej, dla odpowiednio wszystkich 72 mierzonych stopni swobody i ograniczonej liczby mierzonych stopni swobody  $N_m$ .



Rys. 6. Rezultaty porównania postaci drgań własnych stanu  $U_1$  z  $Z_1$  dla skrajnie źle dobranych rozmieszczeń punktów pomiarowych (a) maksymalne i minimalne wartości  $MAC_{av}^{N_m}$ , (b) wartość  $\Delta MAC_{av}$  wg (7) i rozstęp wartości  $MAC_{av}^{N_m}$



Rys. 7. Wartości  $MAC_{av}^{N_m}$  porównujące postaci stanów  $U_1$  i  $U_2$  z  $Z_1$  dla rozmieszczenia punktów pomiarowych (a) losowego, (b) zgodnego z algorytmem Effective Independence

Na rys. 6 przedstawiono wyniki dla skrajnie niekorzystnych rozmieszczeń punktów pomiarowych. Za pomocą kryterium MAC porównano postaci drgań własnych stanu  $U_1$  i  $Z_1$ . Dla każdej liczby czujników wygenerowano po 10000 losowych siatek pomiarowych i wybrano dwa skrajne przypadki dla maksymalnej i minimalnej wartości MAC (rys. 6a). Można zauważyć, że wraz ze spadkiem liczby mierzonych stopni swobody rozstęp wartości jest coraz większy. Oznacza to, że dla tego samego stanu technicznego konstrukcji wsporczej wskaźnik  $MAC_{av}$  może bardzo się różnić w zależności od wyboru punktów pomiarowych. Przykładowo dla 9 punktów pomiarowych, pomiar jedną siatką czujników da wynik 0,95, podczas gdy dla innego rozmieszczenia czujników 0,52. Rozstęp wartości wynosi 0,43, a wartość  $MAC_{av}$  dla pełnej liczby czujników leży w przybliżeniu pośrodku tych wartości i wynosi 0,73. Całkowicie zmienia to klasyfikację konstrukcji pod względem stanu technicznego. Warto nadmienić, że interesująca nas liczba punktów pomiarowych wynosi

między 6 a 12, gdzie rozstęp jest największy (rys. 6b). Dlatego tak ważny jest prawidłowy wybór mierzonych stopni swobody.

Na podstawie postaci drgań własnych otrzymanych z modelu numerycznego, dla każdej liczby czujników od 6 do 71, wyznaczono siatkę punktów pomiarowych zgodnie z algorytmem EI. Obliczone wartości  $MAC_{av}^{N_m}$  przedstawiono na rys. 7b. Odległość tych wartości od  $MAC_{av}$  dla pełnej liczby czujników wynosi maksymalnie 0,02 dla 12 punktów pomiarowych przy porównaniu stanu  $U_1$  i  $Z_1$ , co jest bardzo małą różnicą biorąc pod uwagę znaczny zysk związany z ograniczeniem liczby pomiarów. Wartości  $\Delta MAC_{av}$  wyznaczone dla stanów  $U_2$  i  $Z_1$  są jeszcze mniejsze. Dla porównania, na rys. 7a przedstawiono przypadek dla losowego rozmieszczenia czujników. Maksymalna wartość  $\Delta MAC_{av}$  wynosi -0,09, a rozstęp niemal 0,18.

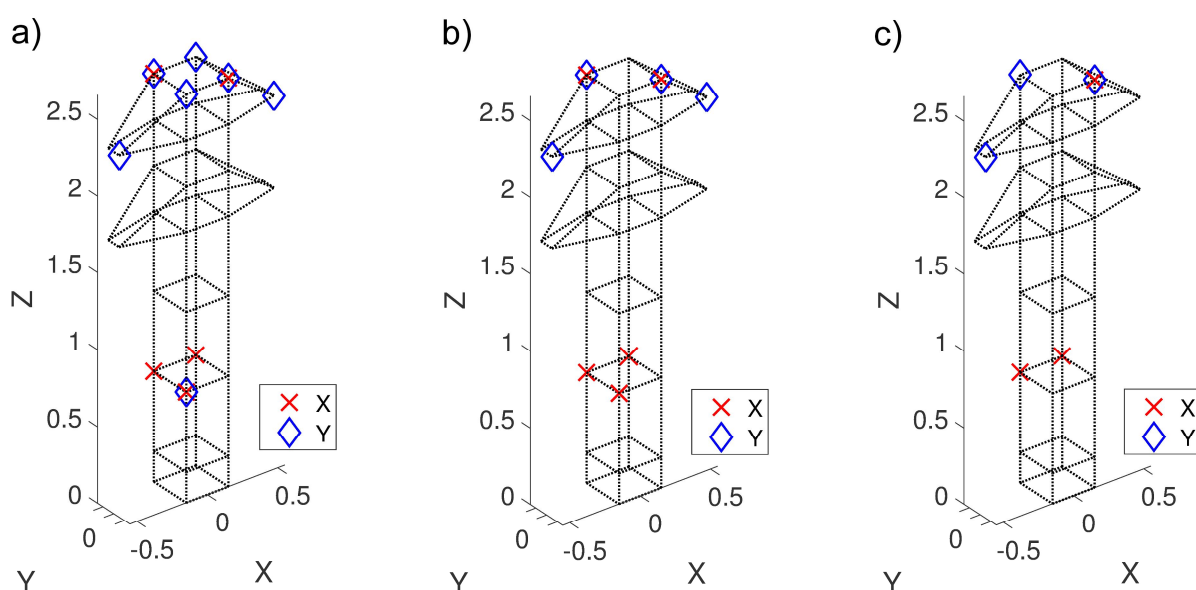
Na rys. 8 przedstawiono 3 przykładowe warianty rozmieszczenia czujników zgodnie z algorytmem EI. Mierzone punkty pomiarowe zapisano w wektorach  $MP_{N_m}$ . Oznaczenie punktów pomiarowych jest zgodne z rys. 5:

$$MP_{12} = [5X, 7X, 8X, 26X, 28X, 5Y, 25Y, 26Y, 27Y, 28Y, 33Y, 34Y]$$

$$MP_9 = [5X, 7X, 8X, 26X, 28X, 26Y, 28Y, 33Y, 34Y]$$

$$MP_6 = [7X, 8X, 26X, 26Y, 28Y, 33Y]$$

Każda siatka o mniejszej liczbie punktów pomiarowych jest podzbiorem poprzednich siatek, co wynika z iteracyjnego charakteru algorytmu EI.



Rys. 8. Siatka punktów pomiarowych wyznaczona na podstawie algorytmu Effective Independence dla (a) 12, (b) 9 i (c) 6 punktów pomiarowych

Najwięcej punktów pomiarowych położonych jest na szczycie trzonu słupa, na co mają wpływ przede wszystkim 1 i 2 postać drgań własnych; to właśnie tam obserwowane są największe przemieszczenia modalne dla tych postaci. Punkty pomiarowe zlokalizowane na poprzecznikach wynikają przede wszystkim z uwzględnienia trzeciej postaci drgań własnych, będącej formą skrętną. Pomiar przemieszczeń modalnych w środkowej części trzonu słupa, pomiędzy 2 i 3 sekcją, umożliwia obserwację przede wszystkim postaci 5, a także 4 i 6 (rys. 5).

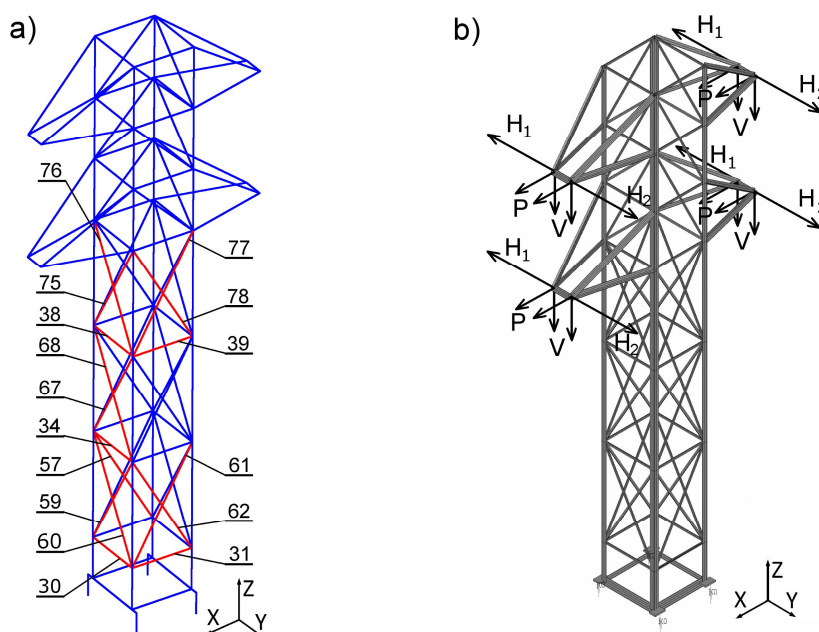
## 5. Identyfikacja stanu technicznego konstrukcji

Rozpatrzono siedem przypadków uszkodzeń konstrukcji wsporczej i w wyniku przeprowadzonej analizy modalnej wyznaczono zbiory częstotliwości drgań własnych, bezwymiarowych współczynników tłumienia i postaci drgań własnych. W każdym przypadku uwzględniono 6 postaci drgań własnych. Dla pierwszego i drugiego stanu uszkodzenia postaci drgań własnych zawierają przemieszczenia modalne w 72 stopniach swobody ( $1 \div 36 X, Y$ , wg rys. 3b), natomiast dla przypadków  $3 \div 7$  postaci uwzględniają 12 stopni swobody wyznaczonych zgodnie z algorytmem EI (6) (rys. 8a). Ponieważ liczba wyznaczonych przemieszczeń modalnych dla wszystkich przypadków uszkodzeń i wszystkich postaci jest duża, dlatego też parametr ten ujęto w kryterium MAC porównując postać konstrukcji uszkodzonej z nieuszkodzoną. Wszystkie wyniki zestawiono w tabeli 4.

Zidentyfikowany model numeryczny konstrukcji wsporczej obciążono siłami symulującymi oddziaływanie pochodzące od przewodów dla trudnych warunków atmosferycznych (rys. 9b). Wartości obciążeń zostały wyznaczone analogicznie do przypadku opisanego w [4], jednak z uwzględnieniem gabarytów modelu laboratoryjnego. Rozpatrzono przypadek asymetrycznego oblodzenia przewodów wzdłuż linii, z dodatkową siłą prostopadłą do trasy linii, pochodzącą od wiatru. Każdy z tych dwóch stanów rozpatrywany z osobna powoduje zginanie konstrukcji w dwóch prostopadłych do siebie płaszczyznach. Połączenie omawianych przypadków w jeden stan obciążenia pozwala uwzględnić wpływ uszkodzeń elementów każdej ze ścian konstrukcji na zmianę naprężeń maksymalnych w układzie. Obliczone wartości obciążeń to:

$$V = 114 \text{ N}, \quad H_1 = 583 \text{ N}, \quad H_2 = 852 \text{ N}, \quad P = 78 \text{ N},$$

zgodnie z oznaczeniem przedstawionym na rys. 9b. Dla każdego przypadku uszkodzenia przyjęto taki sam stan obciążenia, wyznaczono naprężenia maksymalne jakie wystąpiły w konstrukcji i porównano je z naprężeniami w konstrukcji nieuszkodzonej.



Rys. 9. Konstrukcja wsporcza (a) numeracja wybranych elementów, (b) siły pochodzące od przewodów

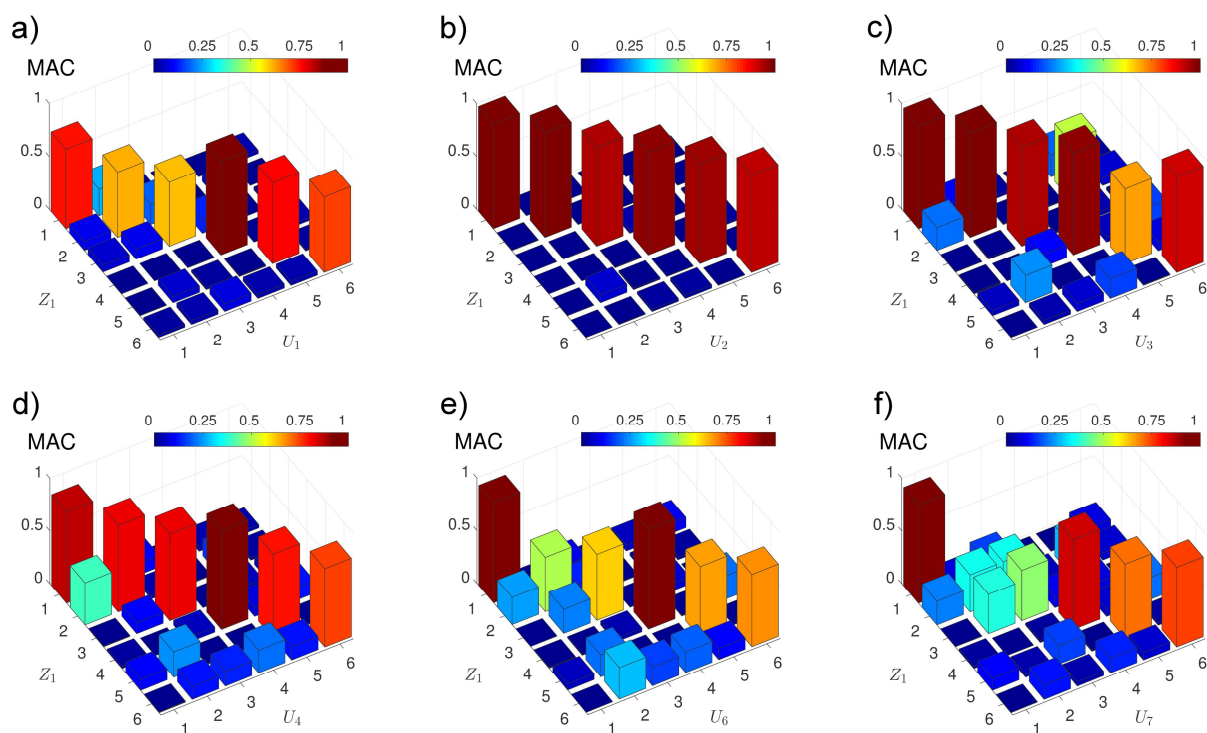
W przypadku uszkodzenia  $U_1$  usunięte elementy stanowią skratowanie sekcji 2 jednej ze ścian (rys. 9a). Ponieważ skratowanie znajduje się blisko utwierdzenia krawężników do podłoża, gdzie występują największe naprężenia dla zadanego stanu obciążenia, uszkodzenie to ma bardzo duży wpływ na naprężenia maksymalne w konstrukcji i jest bliskie granicy plastyczności materiału S235JR. Wpływ uszkodzenia na parametry modalne jest wyraźny szczególnie dla pierwszych trzech częstotliwości drgań własnych, aczkolwiek trzeba tutaj zaznaczyć, że zmiana bezwymiarowego współczynnika tłumienia modalnego  $\zeta_1$  jest spowodowana w głównej mierze zmianą częstotliwości, podczas gdy wartość współczynnika tłumienia odniesionego do częstości drgań własnych nietłumionych  $\sigma_1$  nie uległa większej zmianie. Wartości MAC osiągają średnią wartość 0,72, co oznacza zauważalną zmianę postaci drgań własnych względem stanu nieuszkodzonego. Podobnym przypadkiem jest stan uszkodzenia  $U_3$ , gdzie usunięto tylko jeden z ukośników dolnej sekcji. Zmiana parametrów modalnych jest nieznaczna, a maksymalne naprężenia wzrosły o 20% względem stanu nominalnego.

Tabela. 4. Porównanie parametrów modalnych wyznaczonych dla rozpatrywanych przypadków uszkodzeń z parametrami konstrukcji nieuszkodzonej

Stan	$Z_1$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$
Uszkodzone elementy wg rys. 9a	--	30	34	30	34	38	38	30
	--	59	57	60	67	75	75	59
	--	60	59	--	68	76	76	60
	--	--	68	--	--	--	39	31
	--	--	--	--	--	--	77	61
	--	--	--	--	--	--	78	62
$f_1$ [Hz]	13,00	11,15	12,98	12,95	12,32	12,39	12,26	11,13
$f_2$ [Hz]	18,01	15,21	17,63	17,86	16,35	16,27	13,93	10,34
$f_3$ [Hz]	34,34	23,94	31,56	32,07	26,77	26,06	23,65	22,24
$f_4$ [Hz]	37,88	37,40	37,85	37,64	37,44	37,43	37,44	34,40
$f_5$ [Hz]	59,76	55,40	59,74	56,46	59,67	58,71	53,65	54,55
$f_6$ [Hz]	70,42	67,65	70,14	68,91	69,41	70,11	69,47	67,23
$\zeta_1$ [%]	1,72	2,02	1,72	1,74	1,81	1,80	1,83	2,04
$\zeta_2$ [%]	1,31	1,55	1,34	1,32	1,44	1,45	1,69	2,28
$\zeta_3$ [%]	0,69	0,99	0,75	0,73	0,88	0,90	1,00	1,06
$\zeta_4$ [%]	0,59	0,63	0,59	0,60	0,64	0,64	0,64	0,68
$\zeta_5$ [%]	0,42	0,48	0,43	0,46	0,46	0,46	0,51	0,49
$\zeta_6$ [%]	0,32	0,33	0,32	0,33	0,34	0,33	0,34	0,34
MAC <sub>1</sub>	1	0,754	0,992	0,977	0,866	0,856	0,950	0,933
MAC <sub>2</sub>	1	0,619	0,992	0,992	0,819	0,764	0,514	0,352
MAC <sub>3</sub>	1	0,607	0,934	0,941	0,821	0,776	0,626	0,477
MAC <sub>4</sub>	1	0,887	0,974	0,968	0,932	0,948	0,947	0,848
MAC <sub>5</sub>	1	0,768	0,947	0,710	0,719	0,697	0,676	0,702
MAC <sub>6</sub>	1	0,717	0,925	0,911	0,743	0,780	0,685	0,755
MAC <sub>av</sub>	1	0,725	0,961	0,916	0,817	0,803	0,733	0,678
$\sigma_{max}$	154	221	157	183	196	190	203	231

Stan  $U_7$  (rys. 11c) zawiera to samo uszkodzenie co stan  $U_1$  (rys. 11a) z dodatkowo usuniętym skratowaniem sąsiedniej ściany w tej samej sekcji. Przypadek ten jest skrajnie niekorzystny, a maksymalne naprężenia wzrastają o 50% względem  $Z_1$ . Częstotliwości drgań własnych maleją jeszcze bardziej niż w przypadku  $U_1$ , jednak należy zwrócić szczególną uwagę na to, że wartość częstotliwość dla drugiej postaci drgań własnych  $f_2$  jest mniejsza niż częstotliwość  $f_1$  dla pierwszej postaci. Dlatego podczas analizy samych częstotliwości drgań własnych i/lub współczynników tłumienia modalnego istotne jest wyznaczenie postaci drgań własnych przynajmniej dla kilku stopni swobody, celem poprawnej identyfikacji

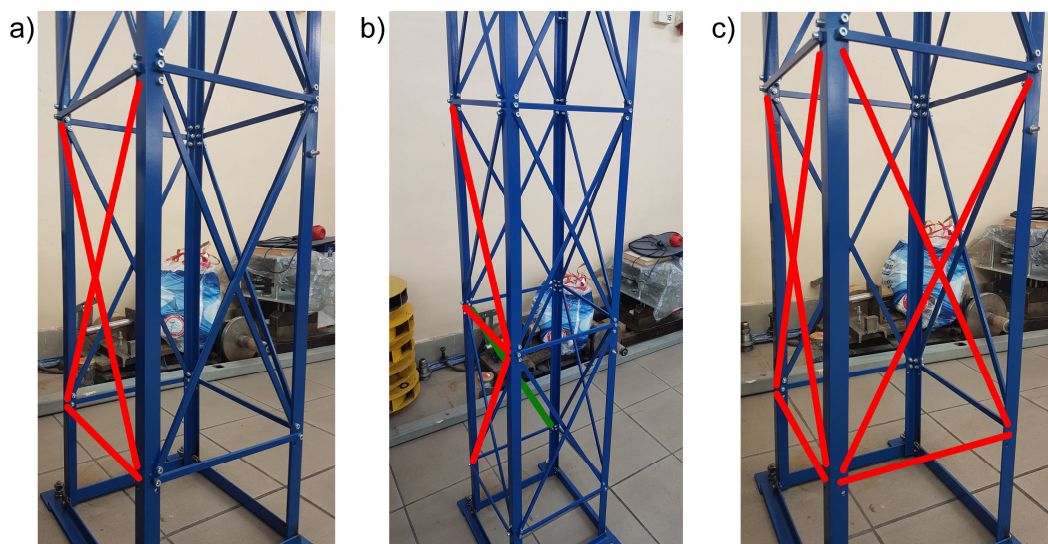
częstotliwości drgań własnych. Uśredniona wartości  $MAC_{av}$  osiąga najniższą wartość ze wszystkich rozpatrywanych przypadków. Należy jednak zwrócić uwagę na wartość  $MAC_{av}$ , zdecydowanie wyższą niż w przypadku  $U_1$ , gdzie przecież uszkodzenie słupa jest mniejsze. Wysoka wartość MAC wynika z faktu, że uszkodzenie sąsiedniego skratowania przywraca symetrię geometrii trzonu słupa względem płaszczyzny przechodzącej przez punkty 1, 3, 25, 27 (rys. 3b), co z kolei sprawia, że pierwsza postać drgań własnych stanu uszkodzonego ponownie jest zbliżona do pierwszej postaci drgań własnych konstrukcji nieuszkodzonej (rys. 5a).



Rys. 10. Porównanie za pomocą kryterium MAC postaci drgań własnych konstrukcji nieuszkodzonej  $Z_1$  z uszkodzoną dla (a) stanu  $U_1$ , (b) stanu  $U_2$ , (c) stanu  $U_3$ , (d) stanu  $U_4$ , (e) stanu  $U_6$ , (f) stanu  $U_7$

Przypadki  $U_4$  i  $U_5$  charakteryzują się podobnymi uszkodzenia i obejmują usunięcie elementów skratowania segmentów 3 i 4. Różnica pomiędzy częstotliwościami drgań własnych i bezwymiarowymi współczynnikami tłumienia dla tych dwóch postaci drgań własnych jest niezauważalna, różnice można dostrzec w postaciach 5 i 6, czyli tych, gdzie krawężniki przyjmują drugą formę giętą. Oba stany uszkodzeń powodują wzrost naprężeń maksymalnych o około 25%, co jest zmianą zauważalną aczkolwiek jeszcze około 40 MPa poniżej granicy plastyczności materiału. Stan  $U_6$  to rozszerzenie przypadku  $U_5$  o uszkodzenie skratowania w sąsiedniej ścianie. Naprężenia maksymalne przekraczają już 200 MPa i konstrukcja wchodzi w stan zagrożenia. Uśredniona wartość  $MAC_{av}$  jest mniejsza niż w przypadku  $U_5$ , jednak wartość  $MAC_1$  jest zdecydowanie większa. Podobnie jak w przypadku  $U_1$  i  $U_3$ , takie wartości parametrów  $MAC_{av}$  i  $MAC_1$  wynikają z faktu, że uszkodzenie układu przywraca symetrię geometrii trzonu słupa względem płaszczyzny przechodzącej przez punkty 1, 3, 25, 27 (rys. 3b) i powoduje, że pierwsza postać drgań własnych stanu uszkodzonego ponownie jest zbliżona do pierwszej postaci drgań własnych konstrukcji nieuszkodzonej.

Ostatni rozpatrywany przypadek to  $U_2$  (rys. 11b). Usunięte elementy należą do sąsiadujących segmentów, jednak nie obejmują jednoczesnego uszkodzenia dwóch krzyżujących się elementów. Stan uszkodzenia ma znikomy wpływ nie tylko na zmianę parametrów modalnych, utratę ortogonalności postaci (rys. 10b), ale również na zmianę maksymalnych naprężeń w układzie. Przykład  $U_2$  dobrze ukazuje problem, że wpływ na zagrożenie stateczności konstrukcji ma przede wszystkim nie liczba uszkodzonych elementów, ale ich lokalizacja.



Rys. 11. Stan uszkodzenia (a)  $U_1$ , (b)  $U_2$ , (c)  $U_7$ . Kolorami czerwonym i zielonym zaznaczono wykręcone elementy

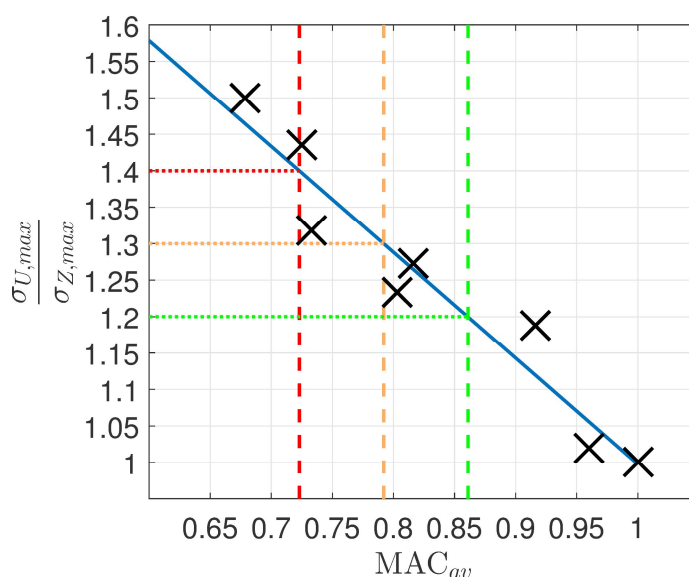
Spośród zbadanych częstotliwości drgań własnych największą wrażliwość na uszkodzenia wykazuje  $f_3$  potem  $f_2$  i  $f_1$ , najniższą  $f_4$ , następnie  $f_6$  i  $f_5$ . Jeżeli stan uszkodzenia obejmował usunięcie dwóch krzyżujących się elementów, to wartość  $f_3$  malała co najmniej o 7,5 Hz (22%). We wszystkich rozpatrywanych przypadkach, dla wszystkich postaci drgań własnych, współczynniki tłumienia  $\sigma_i$  nie ulegały zauważalnej zmianie, natomiast wzrost wartości bezwymiarowych współczynników tłumienia  $\zeta_i$  był spowodowany przede wszystkim zmianą częstotliwości drgań własnych.

Uszkodzenie całego skratowania jednego segmentu ściany miało wyraźny wpływ na wartości  $MAC_1$  i  $MAC_2$ . Dla segmentów 3 i 4 zmiany te wynosiły od 0,15 do 0,25, natomiast dla segmentu 2, bezpośrednio odpowiadającego za połączenie krawężników w pobliżu ich utwierdzenia, od 0,25 do 0,4. Co ważne, dodatkowe uszkodzenie skratowania w sąsiadującej ścianie ( $U_6$  i  $U_7$ ) sprawiło, że geometria trzonu słupa odzyskiwała symetrię względem płaszczyzny zawierającej przeciwległe pasy i wskaźnik  $MAC_1$  osiągał wysoką wartość w przeciwieństwie do  $MAC_2$ . Wskaźnik  $MAC_3$  dla postaci skrętnej zmieniał się podobnie jak  $MAC_2$  i dla przypadków, dla których maksymalne naprężenia w konstrukcji przekraczały 200 MPa wynosił mniej niż 0,63. Spośród wszystkich zbadanych postaci drgań własnych, dla rozpatrzonych przypadków, najniższą wrażliwość na uszkodzenia wykazywała postać czwarta. Uszkodzenia segmentów środkowych oraz skratowania łączącego krawężniki w pobliżu ich utwierdzenia do podłoża można było zauważyć w zmianach postaci piątej i szóstej.

Dla każdego przypadku uszkodzenia wyznaczono maksymalne naprężenia w konstrukcji dla zadanego stanu obciążenia (rys. 9b) oraz uśrednioną wartość  $MAC_{av}$  z sześciu postaci drgań własnych. Wzajemną zależność tych parametrów przedstawiono na rys. 12. W rzeczywistości, dla konstrukcji o skomplikowanej geometrii, zależność ta nie jest

liniowa, aczkolwiek można ją przybliżyć za pomocą modelu regresji liniowej. Należy jednak pamiętać, że stan obciążenia konstrukcji wsporczej powinien być tak dobrany, aby wymusić pracę wszystkich prętów konstrukcji, podobnie jak rozpatrywane postaci drgań własnych powinny wykazywać możliwie dużą wrażliwość na uszkodzenia wszystkich elementów.

Uszkodzenie, w postaci lokalnej zmiany sztywności konstrukcji wpływa zarówno na parametry wyjściowe modelu dynamicznego jak i statycznego poddanego analizie wytrzymałościowej. Na podstawie zbadanych przypadków uszkodzeń zaobserwowano, że wraz ze spadkiem wartości  $MAC_{av}$  wrastają maksymalne naprężenie w konstrukcji. Współczynnik korelacji Pearsona jest równy  $r = -0,963$ . Z kolei  $p$ -wartość, mówiąca o prawdopodobieństwie wylosowania próby losowej o co najmniej tak dużej korelacji jak obserwowana, przy spełnieniu hipotezy zerowej ( $H_0: r = 0$ ) jest równa  $1,18 \cdot 10^{-4}$ . Wartości te wskazują na bardzo silną ujemną liniową zależność pomiędzy wielkościami oraz świadczą o tym, że przeprowadzone doświadczenia są reprezentatywne.



Rys. 12. Zależność maksymalnych naprężeń w konstrukcji od uśrednionej wartości  $MAC_{av}$

Ustalono cztery zakresy zmienności naprężeń maksymalnych konstrukcji uszkodzonej względem nieuszkodzonej opisane zależnością:

$$\delta\sigma_{max} = \frac{\sigma_{U,max} - \sigma_{Z,max}}{\sigma_{Z,max}} \cdot 100\% \quad (10)$$

i na podstawie modelu regresji liniowej przypisano każdemu z tych zakresów, zakres zmienności  $MAC_{av}$ , określając 4 stany techniczne

1.  $MAC_{av,d} \geq MAC_{av,g1}$ :  $\delta\sigma_{max} \leq 20\%$  - stan bezpieczny, brak znaczących uszkodzeń,
2.  $MAC_{av,g2} \leq MAC_{av,d} < MAC_{av,g1}$ :  $20\% < \delta\sigma_{max} \leq 30\%$  - stan ostrzegawczy, niewielkie uszkodzenia
3.  $MAC_{av,g3} \leq MAC_{av,d} < MAC_{av,g2}$ :  $30\% < \delta\sigma_{max} \leq 40\%$  - stan niebezpieczny, znaczące uszkodzenia,
4.  $MAC_{av,d} < MAC_{av,g3}$ :  $\delta\sigma_{max} > 40\%$  - stan krytyczny, uszkodzenia bezpośrednio zagrażające stateczności konstrukcji

Pierwszy stan obejmuje przypadki gdzie uszkodzenia mają nikły wpływ zarówno na parametry modalne jak i zmianę naprężeń maksymalnych w układzie. Graniczna wartość  $MAC_{av,g1}$  nie powinna być większa niż 0,9, gdyż ten zakres powinien obejmować również



błędy związane zarówno z estymacją postaci drgań własnych jak i ograniczoną liczbą punktów pomiarowych. W przeciwnym wypadku pojawią się fałszywe informacje wskazujące na wyższy stan zagrożenia konstrukcji niż ma to miejsce w rzeczywistości. Drugi stan ostrzegawczy informuje, że w geometrii konstrukcji wystąpiły pewne zmiany. Są one niewielkie i nie powodują zagrożenia dla stateczności konstrukcji, jednak należy uważnie monitorować parametry modalne dla tego obiektu. Podczas prac konserwacyjnych prowadzonych w terenie, wskazane jest sprawdzenie słupa przypisanego do stanu technicznego nr 2. W konstrukcjach zaklasyfikowanych do trzeciego stanu technicznego naprężenia maksymalne wyraźnie wzrastają w stosunku do konstrukcji nieuszkodzonej. Przy możliwie najbliższej okazji należy przeprowadzić dokładne badania na miejscu i wykonać niezbędne prace konserwacyjne. Czwarty przypadek to krytyczny stan konstrukcji. W razie pojawienia się stanu obciążenia zbliżonego do symulowanego, naprężenia maksymalne konstrukcji znajdują się blisko granicy plastyczności materiału lub je przekroczą. Stan krytyczny realnie zagraża stateczności konstrukcji w przypadku wystąpienia oddziaływań pochodzących od trudnych warunków atmosferycznych. W momencie pojawienia się komunikatu o wystąpieniu stanu nr 4, należy bezzwłocznie desygnować zespół techniczny w celu naprawienia powstałych uszkodzeń. W zbadanym przypadku wyznaczono następujące wartości graniczne:  $MAC_{av,g1} = 0,861$ ,  $MAC_{av,g2} = 0,792$ ,  $MAC_{av,g3} = 0,723$ . Oczywiście należy pamiętać, że dla różnych typów konstrukcji wsporczych oraz przyjętych kryteriów bezpieczeństwa wartości graniczne  $MAC_{av}$  i  $\delta\sigma_{max}$  mogą się różnić.

Weryfikacji dokonano w dwóch etapach. Ze względu na ograniczenia związane z prowadzonym eksperymentem, uszkodzenie eksploatacyjne przedstawione na rys. 1, zostało przyjęte jako jedno ze zbioru uszkodzeń od  $U_1$  do  $U_7$ , a zamiast operacyjnej analizy modalnej przeprowadzono eksperymentalną. W pierwszym etapie liniowa funkcja regresji została wyznaczona na podstawie wszystkich stanów uszkodzenia (rys. 12), a następnie sprawdzono, czy każdy stan rozpatrywany z osobna jest poprawnie klasyfikowany na podstawie wartości  $MAC_{av}$ . W drugim etapie charakterystyki określające zależność zmiany naprężenia od wartości  $MAC_{av}$  zostały wyznaczone na podstawie 6 stanów uszkodzenia, a siódmy (niebędący częścią analizy regresji) podlegał identyfikacji. Łącznie w drugim etapie wyznaczono 7 charakterystyk, za każdym razem wyłączając z obliczeń dane dla identyfikowanego stanu uszkodzenia.

Tabela 5. Identyfikacja stanu technicznego konstrukcji wsporczej

Identyfikacja	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$
Etap 1	3	1	1	2	2	3	4
Etap 2	3	1	1	2	2	4	4

W tabeli 5 przedstawiono wyniki identyfikacji poszczególnych stanów uszkodzeń. W pierwszym etapie weryfikacji metody wszystkie uszkodzenia zostały poprawnie sklasyfikowane. W etapie drugim tylko uszkodzenie nr 6 zostało przypisane do złego stanu technicznego. Błąd wynika z faktu, że zmieniając dane wejściowe do analizy regresji zmieniają się wartości graniczne  $MAC_{av,g}$ . Należy jednak podkreślić, że maksymalna różnica bezwzględna dowolnej wartości granicznej, dla wszystkich siedmiu charakterystyk odnoszonych do charakterystyki z etapu 1 (rys. 12), była nie większa niż 0,013 i to właśnie dla wartości  $MAC_{av,g}$  w przypadku szóstym. Dodatkowo z wykresu 11 można odczytać, że punkt stanu  $U_6$  leży na granicy poszczególnych stanów technicznych. Ważną informacją jest, że dla każdej z wyznaczonych charakterystyk wartość bezwzględna współczynnika korelacji Pearsona była większa niż 0,95, co wskazuje na bardzo silną zależność liniową.

Biorąc pod uwagę otrzymane wyniki, zaproponowana metoda identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczej dla rozpatzonego przypadku spełnia zadanie. Jej

podstawową zaletą jest odporność na błędy pomiarowe, estymacji i modelowania, co umożliwia jej zastosowanie w warunkach eksploatacyjnych.

## 6. Podsumowanie

Uszkodzenie konstrukcji wsporczej powoduje lokalne zmniejszenie sztywności, co prowadzi do zmiany zarówno odpowiedzi dynamicznej jak i stanu naprężenia. Przeprowadzone badania wykazały silną ujemną korelację liniową pomiędzy maksymalnymi naprężeniami w układzie i postaciami drgań własnych, co umożliwia identyfikację stanu technicznego konstrukcji wsporczej napowietrznej linii elektroenergetycznej. Opracowane podejście jest kompleksowe i uwzględnia szereg problemów, związanych z diagnostyką obiektów wielkogabarytowych o złożonej geometrii.

Kratowe konstrukcje wsporcze są układami słabo tłumionymi, a dla zbadanego przypadku maksymalna różnica pomiędzy częstotliwościami drgań własnych tłumionymi i nietłumionymi wynosiła około 0,05%. Oznacza to, że różnica ta jest poniżej błędu estymacji parametrów modalnych i w wielu przypadkach można zastosować uproszczone, pomijające tłumienie modele opisujące taki układ jako zachowawczy. Zidentyfikowany model numeryczny wykazywał dobrą zgodność z modelem eksperymentalnym. Kryteria jakości zostały zdefiniowane dla 6 częstotliwości i 6 postaci drgań własnych, łącząc 438 parametrów modalnych. Różnica częstotliwości drgań własnych dla pięciu postaci wynosiła do 3%, dla jednej 10%, a wskaźnik MAC dla pierwszych pięciu postaci był nie mniejszy niż 0,85.

W warunkach eksploatacyjnych pomiar przemieszczeń modalnych we wszystkich stopniach swobody konstrukcji wsporczej nie jest możliwy, dlatego zastosowano metodę umożliwiającą dobór najlepszego rozmieszczenia ograniczonej liczby czujników w układzie dynamicznym o parametrach rozłożonych. Ograniczenie liczby punktów pomiarowych przyczyniło się do przyspieszenia przeprowadzanych doświadczeń od 6 do 12 razy.

Dla zbadanych przypadków współczynniki tłumienia wykazywały niską wrażliwość na uszkodzenia, a zmiana bezwymiarowych współczynników tłumienia wynikała przede wszystkim ze zmiany częstotliwości drgań własnych. W związku z czym podczas identyfikacji uszkodzeń lub stanu technicznego na podstawie tych parametrów, należy mieć na uwadze, że w niektórych przypadkach informacja może zostać powielona.

Podstawową zaletą opracowanego algorytmu identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych jest niska wrażliwość na błędy pomiarowe, co jest niezwykle istotne w kontekście diagnostyki wielkogabarytowych konstrukcji, o złożonej geometrii w warunkach eksploatacyjnych.

## Literatura

1. Allemang R.J.: The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse. *Sound and Vibration*, 2003; August: 14–21.
2. Bartodziej G., Tomaszewski M.: Blackout w rejonie Szczecina. *Uwagi i wnioski. Energetyka* 2008; nr 10.
3. Chen H.P.: Application of regularization methods to damage detection in large scale plane frame structures using incomplete noisy modal data. *Engineering Structures*, 2008; 20(11): 3219–3227.
4. Ciesielka W., Szopa K., Gołaś A.: The analysis of load of overhead power line due to weather condition and design of smart system of its recognition. *Polish Journal of Environmental Studies* 2016; 25(5A): 27–36.

5. Dawson B.: Vibration condition monitoring techniques for rotating machinery. *The Shock and Vibration Digest*, 1976; 8: 3.
6. Dymek D., Jastrzębska E., Kurbiel W.: Awarie linii elektroenergetycznych wywołane oblodzeniem. XXVI Konferencja Naukowo Techniczna Awarie Budowlane, Szczecin-Międzyzdroje, 2013; 477–484.
7. Escobar J.A., Sosa J.J., Gomez R.: Structural damage detection using transformation matrix. *Computer and Structures*, 2005; 83, pp. 357–368, 2005.
8. Esfandiari A., Bakhtiari-Nejad F., Rahai A.: Theoretical and experimental structural damage diagnosis method using natural frequencies through an improved sensitivity equation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013; 70: 79–89.
9. Ewins D.J.: *Modal testing: Theory and practice*. Letchworth, Research Studies Press, 1984.
10. Farrar C.R., Doebling S.W.: An Overview of modal-based damage identification methods. *Proceedings of DAMAS Conference*, Sheffield, UK, June, 1997.
11. Gołaś A., Iwaniec M., Szopa K.: Hashed data transfer in SHM distributed systems with the use of Power Line Communication technology. *Key Engineering Materials*, 2012; 518: 154–159.
12. Instytut Meteorologii i gospodarki wodnej. *Biuletyn monitoringu klimatu Polski*. Warszawa Styczeń 2010.
13. Iwaniec J., Kurowski P.: Experimental verification of selected methods sensitivity to damage size and location. *Journal of Vibration and Control*, 2017; 23(7): 1133–1151.
14. Iwaniec J.: Sensitivity analysis of an identification method dedicated to nonlinear systems working under operational loads. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011; 49(2): 419–438.
15. Jassim Z., Ali N., Mustapha F., Abdul Jalil N.: A review on the vibration analysis for a damage occurrence of a cantilever beam. *Engineering Failure Analysis*, 2013; 31 442–461.
16. Kammer D.C.: Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1991; 14(2): 251–259.
17. Lam H.F., Yin T.: Dynamic reduction-based structural damage detection of transmission towers: Practical issues and experimental verification. *Engineering Structures*, 2011. 33: 1459–1478.
18. Li D.S., Li H.N., Fritzen C.P.: A note on fast computation of effective independence through QR downdating for sensor placement. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009; 23(4): 1160–1168.
19. Maia N.M.M., Almeida R.A.B., Urgueira A.P.V., Sampaio R.P.C.: Damage detection and quantification using transmissibility. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011; 25: 2475–2483.
20. Nobahari M., Seyedpoor M.: Structural damage detection using an efficient correlation-based index and a modified genetic algorithm. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011; 53 1798–1809.

21. Paczkowska T., Paczkowski W.: Aspekty budowlane katastrofy energetycznej w rejonie szczecińskim. XXIV Konferencja Naukowo Techniczna Awarie Budowlane, Szczecin-Międzyzdroje, 2009; 151–176.
22. Richardson M.H., Formenti D.L.: Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials, Proceedings, 1st IMAC 1982, Orlando, Fl.
23. Szopa K.: Identyfikacja uszkodzeń wielokrotnych konstrukcji mechanicznych z wykorzystaniem modeli zredukowanych. 57. Sympozjon Modelowanie w mechanice, 2018.
24. Szopa K., Iwaniec M., Gołaś A.: Low frequency identification of critical states of transmission tower structures. Mechanics and Control, 2013; 32(3): 102–109.
25. Urząd Regulacji Energetyki. Podsumowanie dotyczące awarii sieci w grudniu 2009 r. i styczniu 2010 r. na obszarach objętych właściwością poszczególnych operatorów systemów dystrybucyjnych. [www.ure.gov.pl](http://www.ure.gov.pl), 2010.
26. Worden K, Burrows A.P.: Optimal sensor placement for fault detection. Engineering Structures, 2001; 23(8): 885–901.