

ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI DYNAMICZNYCH WYBRANYCH UKŁADÓW PNEUMATYCZNYCH ZA POMOCĄ RACHUNKU RÓŻNICZKOWEGO NIECAŁKOWITYCH RZĘDÓW. CZĘŚĆ 2. BADANIA LABORATORYJNE

W artykule przedstawiono wyniki badań laboratoryjnych układu wtryskowego, silnika spalinowego, pod kątem weryfikacji badań symulacyjnych wybranych układów pneumatycznych opisanych rachunkiem różniczkowo-całkowym niecałkowitych rzędów (ang. fractional calculus), przeprowadzonych w Części 1 artykułów. Badania wykonano Instytucie Eksploatacji Pojazdów i Maszyn na Wydziale Mechanicznym Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu.

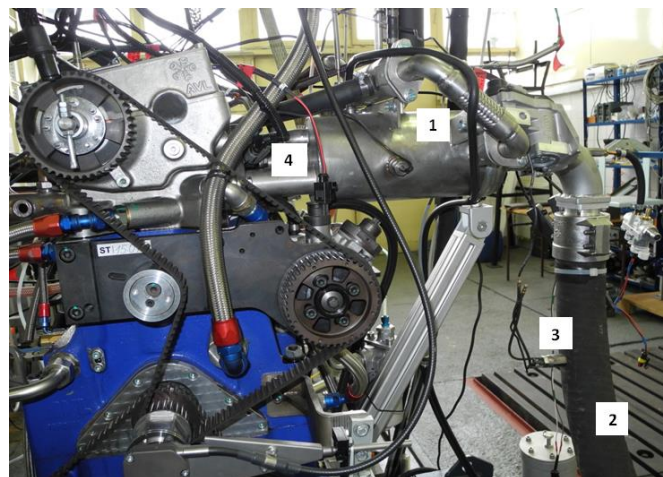
WSTĘP

W badaniach laboratoryjnych, będących weryfikacją badań symulacyjnych membranowego przetwornika ciśnienia, przedstawionych w Części 1 artykułów [8], przyjęto następujące założenia badawcze: analizowane układy pneumatyczne modelowane są jako układ liniowy; do opisu układu pneumatycznego posłużono się transmitancją operatorową, charakteryzującą dynamikę układu i zawartych w nim elementów, przy założeniu stałości parametrów fizycznych oraz pominięcia starzenia się jego elementów; przyjęto ocenę dynamicznych właściwości układów pneumatycznych w ujęciu amplitudowym i fazowym; rozważano układy pneumatyczne o ciśnieniach do 1MPa, pracujących w zakresie częstotliwości do 500Hz; z zmienności parametrów termodynamicznych powietrza jako czynnika roboczego pozwala traktować je jako gaz doskonały; w analizie układów pneumatycznych założono przemianę adiabatyczną zaś rozkład ciśnienia w całej objętości komory pomiarowej jest jednorodny [7], [8], [9], [10], oraz [11].

1. WYBRANE BADANIA LABORATORYJNE PRZETWORNIKA

W celu identyfikacji dynamiki przetwornika ciśnienia zbudowano układ pomiarowy przedstawiony na rysunku 1.

Do badań wykorzystano silnik jednocylindrowy o zapłonie samoczynnym firmy AVL. Jest to silnik spalinowy o pojemności 511cm³, średnicy cylindra 85,01mm i skoku tłoka 90mm. Pomiary zostały wykonane w układzie dolotowym powietrza do silnika. Sposób dostarczania powietrza zapewniony był z dodatkowego układu w skład którego wchodzi sprężarka śrubowa. Dzięki temu układowi możliwa była regulacja ciśnienia powietrza w układzie dolotowym.

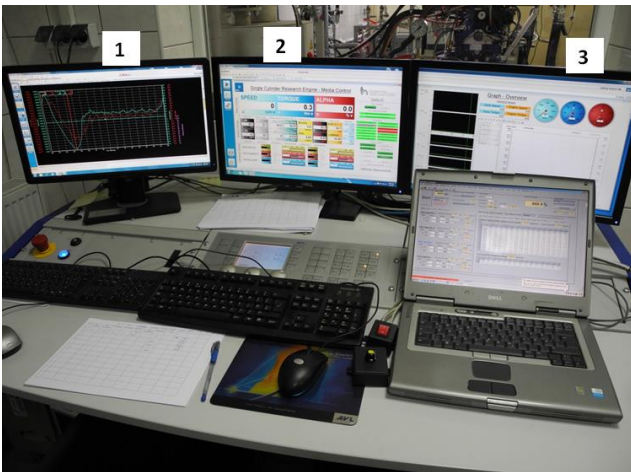


Rys. 1. Widok stanowiska pomiarowego: 1 – komora pomiarowa, 2 – rurka dolotowa, 3 – wejściowy przetwornik ciśnienia, 4 – wyjściowy przetwornik ciśnienia [11]

W układzie dolotowym powietrza do komory pomiarowej został zainstalowany pierwszy przetwornik ciśnienia. Drugi przetwornik zainstalowano wewnątrz komory pomiarowej, w miejscu wylotu powietrza do komory spalania. Do badań zastosowano przetworniki ciśnienia firmy Kulite typu ETL – 189 – 190M – 10 BARA. W układzie użyto dwóch jednakowych przetworników ciśnienia.

Badania zostały przeprowadzone dzięki oprogramowaniu Concerto oraz Puma, których interfejsy zostały pokazane na rysunku 3.

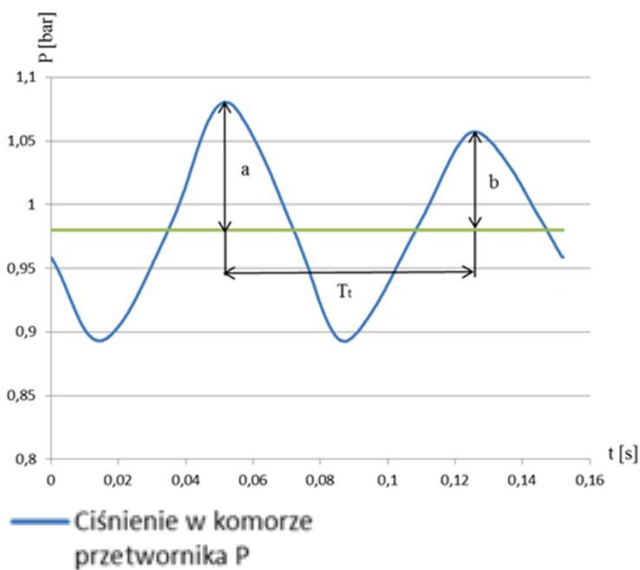
Zaprezentowany układ pomiarowy umożliwia badanie właściwości dynamicznych przetwornika ciśnienia. Badania dotyczą analizy czasowej oraz częstotliwościowej badanego przetwornika ciśnienia opisanego całkowitym i niecałkowitym rzędem.



Rys. 2. Interfejsy programów do sterowania silnikiem oraz rejestracji parametrów szybkozmiennych: 1 – okno programu Concerto do rejestracji parametrów szybkozmiennych (monitor 1), 2 – okno programu Puma do sterowania oraz archiwizacji parametrów pracy silnika (monitor 2), 3 – okno programu Puma do sterowania i archiwizacji parametrów pracy silnika (monitor 3) [11]

W układzie pomiarowym wykorzystano komputery z oprogramowaniem Concerto oraz Puma. Program Concerto umożliwia rejestrację szybkozmiennych parametrów układu i zapis ich w postaci charakterystyki czasowej oraz w postaci numerycznej. Program Puma został wykorzystany do sterowania pracą silnika.

Powietrze dostarczone do układu pomiarowego zapewniała sprężarka śrubowa. Silnik pobierał powietrze do komory spalania z układu pomiarowego poprzez otwarcie zaworu umiejscowionego na wyjściu komory pomiarowej. Zawór otwierał się i zamykał co dwa obroty wału korbowego silnika. Cykliczne otwieranie zaworu powodowało taki sam efekt jak zasilenie układu pneumatycznym generatorem sygnału prostokątnego, co umożliwiło doświadczalne wyznaczenie charakterystyki skokowej układu pomiarowego. Wyznaczono odpowiedź skokową układu za pomocą programu Concerto, a jej graficzna reprezentacja przedstawiona została na rysunku 3.



Rys. 3. Charakterystyki skokowe układu pomiarowego w komorze pomiarowej oraz rurce dolotowej otrzymane doświadczalnie

Otrzymany wykres jest charakterystyką skokową typowego członu oscylacyjnego o pulsacji drgań własnych ω_0 oraz stopniu tłumienia ξ . W celu identyfikacji właściwości dynamicznych badanego

układu pneumatycznego wygodne jest wyznaczenie jego transmitancji operatorowej.

Znajomość zależności (1):

$$G(s) = \frac{p(s)}{p_0(s)} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (1)$$

oraz parametrów ω_0 i ξ :

$$\xi = 0,042$$

$$\omega_0 = 84,684 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad (2)$$

pozwała na wyznaczenie transmitancji operatorowej niecałkowitego rzędu analizowanego układu pneumatycznego. Pulsację drgań własnych oraz stopień tłumienia badanego układu można wyznaczyć bezpośrednio z otrzymanej charakterystyki skokowej. Transmitancja operatorowa niecałkowitego rzędu badanego układu przedstawia zależność (3):

$$G^{(\nu)}(s) = \frac{7171,38}{s^{2\nu} + 7,1135 s^\nu + 7171,38} \quad (3)$$

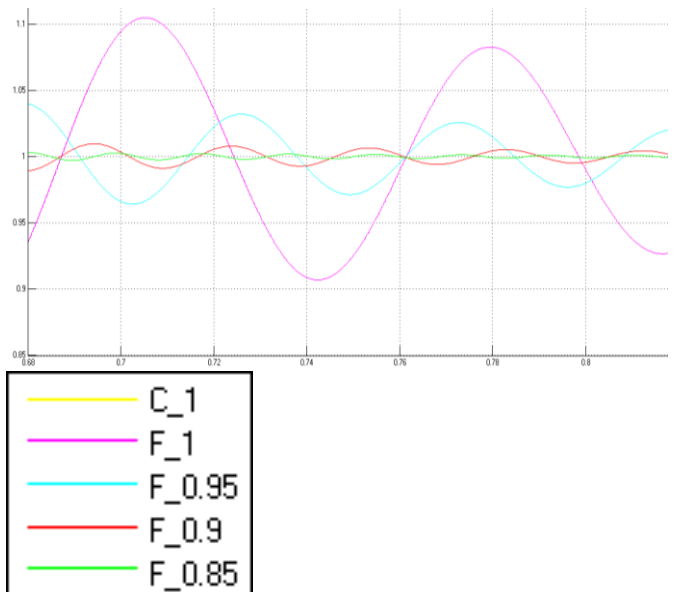
Korzystając z zależności (4):

$$h^{(\nu)}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\omega_0^2)^k \omega_0^2}{k!} t^{\nu k + 2\nu + \nu k + 1 - 1} E_{\nu, 2\nu + \nu k + 1}^k (-2\xi\omega_0 t^\nu) \quad (4)$$

otrzymuje się zależność opisującą odpowiedź skokową niecałkowitego rzędu analizowanego układu pneumatycznego:

$$h^{(\nu)}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-7171,38)^k 7171,38}{k!} t^{2\nu k + 2\nu} E_{\nu, 2\nu + \nu k + 1}^k (-7,1135 t^\nu) \quad (5)$$

Za pomocą oprogramowania MATLAB zasymulowano równanie (5) i otrzymano charakterystykę skokową niecałkowitego rzędu badanego układu pneumatycznego wewnątrz komory pomiarowej, której przebieg przedstawia rysunek 4.



Rys. 4. Charakterystyka skokowa układu pomiarowego w komorze pomiarowej przetwornika

Charakterystyka skokowa przedstawiona na rysunku 4 powstała na skutek symulacji równania (5), dla parametru $\nu = 1$ (krzywa F_1) pokrywa się z przebiegiem wyznaczonym za pomocą równania różniczkowego całkowitego rzędu (krzywa C_1) oraz przebiegiem charakterystyki skokowej otrzymanej doświadczalnie (rysunek 10). Oznacza to, że model został prawidłowo wyznaczony. Zmniejszenie rzędu różniczki powoduje zmniejszenie się amplitudy odpowiedzi skokowej.

$$G^{(\nu)}(j\omega) = P^{(\nu)}(\omega) + jQ^{(\nu)}(\omega) \quad (6)$$

Transmitancję widmową niecałkowitego rzędu badanego przetwornika otrzymano poprzez wykorzystanie wyznaczonych doświadczalnie wartości (2) w zależności (7a) oraz (7b), stanowiącą część rzeczywistą i urojoną transmitancji widmowej (6).

$$P^{(\nu)}(\omega) = \frac{\omega_0^2 \omega^{2\nu} \cos(\nu\pi) + 2\xi\omega_0^3 \omega^\nu \cos\left(\frac{\nu\pi}{2}\right) + \omega_0^4}{\left[\omega^{2\nu} \cos(\nu\pi) + 2\xi\omega_0 \omega^\nu \cos\left(\frac{\nu\pi}{2}\right) + \omega_0^2\right]^2 + \left[\omega^{2\nu} \sin(\nu\pi) + 2\xi\omega_0 \omega^\nu \sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right)\right]^2} \quad (7a)$$

$$Q^{(\nu)}(\omega) = \frac{\omega_0^2 \omega^{2\nu} \sin(\nu\pi) + 2\xi\omega_0^3 \omega^\nu \sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right)}{\left[\omega^{2\nu} \cos(\nu\pi) + 2\xi\omega_0 \omega^\nu \cos\left(\frac{\nu\pi}{2}\right) + \omega_0^2\right]^2 + \left[\omega^{2\nu} \sin(\nu\pi) + 2\xi\omega_0 \omega^\nu \sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right)\right]^2} \quad (7b)$$

Równanie opisujące logarytmiczną charakterystykę amplitudową można wyznaczyć z zależności (27):

$$L^{(\nu)}(\omega) = 20 \log \sqrt{\left[P^{(\nu)}(\omega)\right]^2 + \left[Q^{(\nu)}(\omega)\right]^2} \quad (8)$$

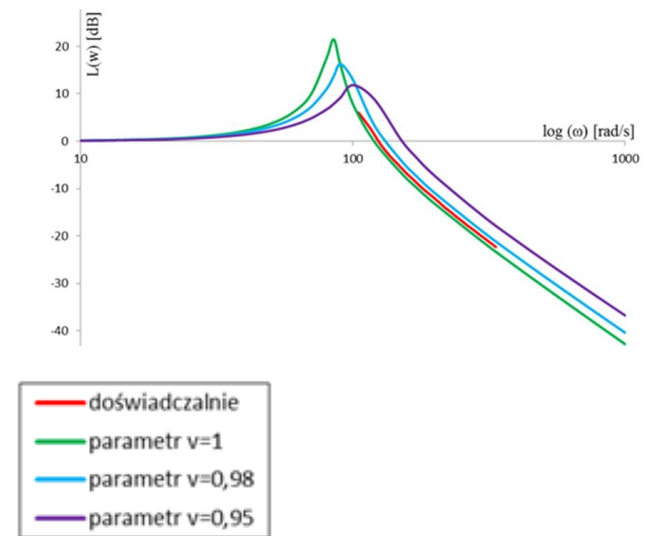
Równanie opisujące logarytmiczną charakterystykę fazową podaje zależność (9):

$$\varphi^{(\nu)}(\omega) = -\arctg \left[\frac{7171,38\omega^{2\nu} \sin(\nu\pi) + 51013,295\omega^\nu \sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right)}{7171,38\omega^{2\nu} \cos(\nu\pi) + 51013,295\omega^\nu \cos\left(\frac{\nu\pi}{2}\right) + 51428689,039} \right] \quad (9)$$

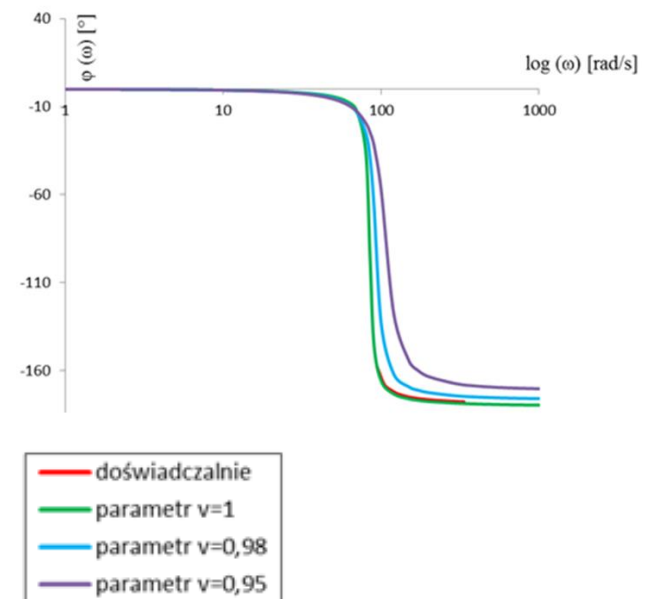
Po zasymulowaniu równania (8), z wykorzystaniem równania (7a), otrzymano logarytmiczną charakterystykę amplitudową niecałkowitego rzędu badanego układu pomiarowego dla różnych wartości parametru ν , którą przedstawia rysunek 5.

Logarytmiczną charakterystykę fazową (rysunek 6) otrzymano dokonując symulacji równania (7b). Na tle charakterystyk otrzyma-

nych za pomocą symulacji modelu matematycznego, w którym zastosowano rzeczywiste parametry badanego przetwornika, przedstawiono charakterystyki przetwornika wyznaczone doświadczalnie.



Rys. 5. Logarytmiczna charakterystyka amplitudowa wyznaczona doświadczalnie oraz teoretycznie dla różnych wartości parametru ν



Rys. 6. Logarytmiczna charakterystyka fazowa wyznaczona doświadczalnie oraz dla różnych wartości parametru ν

Stanowisko pomiarowe umożliwia zmianę prędkości wirowania wirnika i ustawienie jej w celu dokonania pomiarów. Zmiana prędkości umożliwia ustawienie częstotliwości otwierania zaworu i tym samym zmianę ciśnienia powietrza w komorze pomiarowej. Regulacja prędkości otwierania zaworu daje taki sam efekt jak zasilenie układu generatorem pneumatycznym z możliwością regulacji częstotliwości, co umożliwiło uzyskanie logarytmicznych charakterystyk częstotliwościowych.

Zarejestrowano zmiany wartości ciśnienia w komorze pomiarowej dla różnych wartości prędkości obrotowej wirnika w przedziale

(1000 obr/min – 3200 obr/min),

co odpowiada pulsacji: ω .

(104,717[rad/s] – 335,093[rad/s])

Sygnałem wejściowym jest ciśnienie w rurce dolotowej P_0 , sygnałem wyjściowym ciśnienie w komorze przetwornika P (rysunek 1 Części 1 artykułów). Logarytmiczną charakterystykę amplitudową wyznaczono z zależności:

$$L(\omega) = 20 \log \left(\frac{P}{P_0} \right) \quad (10)$$

Logarytmiczną charakterystykę fazową wyznaczono dokonując pomiaru przesunięcia fazowego między sygnałem wyjściowym i wejściowym dla każdej ustawionej prędkości obrotowej wału silnika.

Minimalna prędkość obrotowa użytego w badaniach silnika spaliniowego to 1000 [obr/min]. To ograniczenie uniemożliwiło uzyskanie doświadczalnie pełnych charakterystyk częstotliwościowych przedstawionych na rysunkach 5 oraz 6. Otrzymane charakterystyki zostały wykonane od pulsacji $\omega = 104,717$ [rad/s] do $\omega = 335,093$ [rad/s].

Porównując otrzymane charakterystyki z charakterystykami niecałkowitego rzędu dla parametru $\nu = 1$, można stwierdzić, że badany przetwornik jest rzędu niewiele mniejszego niż element oscylacyjny 2 rzędu. Wyznaczone doświadczalnie charakterystyki częstotliwościowe zawierają się pomiędzy wyznaczonymi symulacyjnie charakterystykami częstotliwościowymi dla parametru $\nu = 0,98$ i $\nu = 1$. Oznacza to, że przetwornik powinien być modelowany równaniem niecałkowitego rzędu. Można więc stwierdzić, że opis metodą klasyczną byłby niedokładny.

PODSUMOWANIE

W artykule pracy przedstawiono wyniki badań laboratoryjnych przetwornika ciśnienia, który został opisany modelem matematycznym zaprezentowanym w Części 1 artykułów. Przeprowadzono analizę właściwości dynamicznych modelu w ujęciu czasowym i częstotliwościowym. Wyznaczono doświadczalnie parametry badanego przetwornika ciśnienia – stopień tłumienia ξ oraz pulsację drgań własnych ω_0 , które wykorzystano do wyznaczenia transmitancji operatorowej całkowitego i niecałkowitego rzędu. Na podstawie znajomości transmitancji operatorowej wyznaczono charakterystyki skokowe oraz logarytmiczne charakterystyki amplitudowe i fazowe całkowitego i niecałkowitego rzędu. Stwierdzono, że charakterystyki czasowe otrzymane doświadczalnie, pokrywają się z charakterystykami wyznaczonymi na podstawie opracowanego modelu niecałkowitego rzędu przetwornika dla parametru $\nu = 1$. Potwierdza to prawidłowość wyznaczonego modelu.

Charakterystyki częstotliwościowe otrzymane doświadczalnie niewiele odbiegają od charakterystyk otrzymanych w symulacji komputerowej. Logarytmiczne charakterystyki amplitudowe i fazowe otrzymane doświadczalnie mają charakter członu oscylacyjnego rzędu dla wartości parametru ν z przedziału $0,98 < \nu < 1$.

Rachunek różniczkowy niecałkowitych rzędów [1], [2], [3], [4] oraz [13] jest szczególnie przydatny w budowaniu dynamicznych modeli matematycznych układów pracujących w warunkach niemożliwych do opisanego równaniami różniczkowymi całkowitych rzędów [14]. Można to wywnioskować dzięki analizie układów, takich jak elektryczna linia długa o nieskończonej długości bądź superkondensator o pojemności kilku tysięcy Faradów. W przedstawionym w artykule układzie rzeczywistym, ciśnienie w komorze przetwornika było mierzone w miejscu wylotu powietrza do komory spalania, gdzie w momencie "zasysania" powietrza przez silnik powietrze osiąga prędkość dźwięku. Takie warunki mogą tłumaczyć niewielkie zmniejszenie rzędu badanego członu oscylacyjnego.

Analiza logarytmicznych charakterystyk amplitudowych przedstawionych w artykule modeli układów wykazuje, że występujące w tych charakterystykach maksimum lokalne zależne jest od rzędu różniczkowy i jego amplituda jest tym większa im wyższy jest rząd różniczkowy. Dla parametru $\nu = 1$ (model klasyczny) amplituda osiąga maksimum przy częstotliwości rezonansowej dla tłumienia $\xi < 1$. Wraz ze zmniejszaniem się rzędu różniczkowy, można zauważyć zwiększenie się częstotliwości rezonansowej układu.

BIBLIOGRAFIA

1. Busłowicz M., Stability of linear continuous-time fractional systems of commensurate order, *Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems*, vol. 3, no. 1, pp. 16-21, 2009.
2. Busłowicz M., Wybrane zagadnienia z zakresu liniowych ciągłych układów niecałkowitego rzędu, *Pomiary Automatyka Robotyka* nr 2/2010.
3. Busłowicz M., Nartowicz T., Projektowanie regulatora ułamkowego rzędu dla określonej klasy obiektów z opóźnieniem, *Pomiary Automatyka Robotyka*, nr 2, s. 398-405, 2009.
4. Kaczorek T., Wybrane zagadnienia teorii układów niecałkowitego rzędu, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej*, stron 271, ISSN 0867-096X, Białystok 2009.
5. Chwaleba A., Luft M., *Właściwości i projektowanie wybranych przetworników mechano-elektrycznych*, Zakład Poligraficzny Politechniki Radomskiej, Wyd. II popr. i uzupeł., ISBN 83-88001-00-0, Radom 1998.
6. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A., *Metrologia elektryczna*, WNT, Wyd. X, stron 600, ISBN 978-83-204-3650-1, Warszawa 2010.
7. Luft M., Nowocień A., Cioć R., Pietruszczak D., Charakterystyki częstotliwościowe modelu przetwornika ciśnienia opisanego równaniem różniczkowym niecałkowitego rzędu, *Logistyka* nr 3/2015, ISSN 1231-5478, Poznań 2015.
8. Luft M., Nowocień A., Pietruszczak D., Analiza właściwości dynamicznych wybranych układów pneumatycznych za pomocą rachunku różniczkowego niecałkowitych rzędów. Część 1. Badania symulacyjne, *Autobusy (Eksploatacja i testy)*, ISSN 1509-5878, Instytut Naukowo-Wydawniczy SPATIUM, nr 12/2017, Radom 2017. – artykuł zgłoszony do publikacji
9. Luft M., Pietruszczak D., Nowocień A., Frequency response of the pressure transducer model described by the fractional order differential equation, *TTS 12 (2016)*, ISSN 1232-3829, Radom 2016.
10. Luft M., Szychta E., Nowocień A., Pietruszczak D., Zastosowanie rachunku różniczkowo – całkowego niecałkowitych rzędów w matematycznym modelowaniu przetwornika ciśnienia, *Autobusy* nr 6/2016, ISSN 1509-5878, Instytut Naukowo-Wydawniczy SPATIUM, Radom 2016
11. Nowocień A., Analiza właściwości dynamicznych układów pneumatycznych za pomocą rachunku różniczkowego niecałkowitych rzędów, *Rozprawa doktorska*, BIBLIOTEKA GŁÓWNA Uniwersytetu Technologiczno- Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu, Radom 2017, (Promotor: Prof. Dr hab. Inż. Mirosław Luft; Promotor pomocniczy: dr inż. Daniel Pietruszczak)
12. Nowocień A., Luft M., Pietruszczak D., Zastosowanie rachunku różniczkowo – całkowego niecałkowitych rzędów w nauce i technice. *Logistyka* nr 3/2014.
13. Ostalczyk P., *Zarys rachunku różniczkowo-całkowego ułamkowych rzędów. Teoria i zastosowanie w automatyce*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, stron 430, ISBN 978-83-7283-245-0, Łódź 2008.

14. Pietruszczak D., Analiza właściwości układów pomiarowych wielkości dynamicznych z wykorzystaniem rachunku różniczkowo – całkowego ułamkowych rzędów, Rozprawa doktorska, BIBLIOTEKA GŁÓWNA Uniwersytetu Technologiczno- Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu, Radom 2013.
15. Podlubny I, Fractional Differential Equations. An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, Some Methods of Their Solution and Some of Their Applications, Academic Press, 368 pages, ISBN 0125588402, San Diego-Boston-New York-London-Tokyo-Toronto 1999.
16. Ratyńska J., *Zarys miernictwa elektrycznego i elektronicznego*, Wydawnictwo Politechniki Radomskiej, Wyd. III popr. i uzupełn., stron 322, ISBN 978-83-7351-331-0, Radom 2009.
17. Winogrodzki W., Wykorzystanie metod analizy wrażliwościowej do badania i syntezy pneumatycznych układów kaskadowych, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1987.

Analysis of dynamic properties of selected pneumatic systems using fractional calculus. Part 2. Laboratory tests

The Part 2 of these papers, deals with laboratory tests of a pneumatic transducer. Measurements have been taken and a real pneumatic system is analyzed and compared with a mathematical model. The analysis uses fractional calculus and is carried out with respect to time and frequency.

Autorzy:

Prof. dr hab. inż. Mirosław Luft, prof. zw. – Wydział Transportu i Elektrotechniki Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom, e-mail: m.luft@uthrad.pl

dr inż. Artur Nowocień – Wydział Transportu i Elektrotechniki Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom, e-mail: artunowocien@elektronik.edu.pl – absolwent Studiów Doktoranckich na Wydziale Transportu i Elektrotechniki UTH w Radomiu (obrona rozprawy doktorskiej 30.06.2017 r.; Promotor: Prof. dr hab. inż. Mirosław Luft; Promotor pomocniczy: dr inż. Daniel Pietruszczak)

dr inż. Daniel Pietruszczak – Wydział Transportu i Elektrotechniki Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom, e-mail: d.pietruszczak@uthrad.pl