

## IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODELU MATEMATYCZNEGO UKŁADU HYDRAULICZNEGO Z FALOWNIKOWYM NAPĘDEM POMPY

### Streszczenie

W pracy przedstawiono problem modelowania matematycznego i identyfikacji parametrycznej układu hydraulicznego sterowanego objętościowo, którego pompę zębatą napędza silnik indukcyjny (AC) zasilany z falownika. Szczegółowo analizowano identyfikację parametrów modelu matematycznego silnika AC, układu silnik AC-pompa oraz układu silnik AC-pompa-silnik hydrauliczny. Do identyfikacji parametrycznej modeli matematycznych wymienionych układów zastosowano numeryczną metodę optymalizacji statycznej Box'a (metoda complex). W badaniach identyfikacyjnych silnika AC zastosowano pobudzenie silnika pulsacją synchroniczną napięcia stojana. Na podstawie badań laboratoryjnych analizowano wpływ sygnału pobudzającego na wartości identyfikowanych parametrów. Badania laboratoryjne przeprowadzono w układzie hydraulicznym z silnikiem AC o mocy 2,6 kW.

### WSTĘP

Jednym z popularniejszych sposobów sterowania prędkością hydraulicznego elementu wykonawczego jest zastosowanie proporcjonalnego zaworu regulacyjnego lub pompy wyporowej o zmiennej wydajności. Zmianę wydajności można uzyskać poprzez zmianę objętości jednostkowej pompy lub poprzez zmianę jej prędkości obrotowej. Obecne konstrukcje i właściwości dynamiczne silników elektrycznych oraz energoelektronicznych przekształtników, a także metody i techniki sterowania, umożliwiają uzyskanie parametrów regulacyjnych układów sterowania objętościowego zbliżonych do parametrów układów sterowania dławieniowego [4, 5, 6, 8].

Najczęściej w układach hydraulicznych do napędu pomp stosuje się silniki indukcyjne, które charakteryzują się wysoką niezawodnością, niską ceną i dość wysoką sprawnością, w porównaniu np. do silników ze wzbudzeniem od magnesów trwałych [1]. Na dużą popularność trójfazowych silników indukcyjnych wpływa znaczny postęp konstrukcyjny i technologiczny w dziedzinie budowy półprzewodnikowych elementów mocy. Silniki te zasilane są z sieci elektrycznej lub z falowników. Zasilanie silnika z sieci charakteryzuje się brakiem możliwości zmiany prędkości obrotowej pompy, a więc i jej wydatku, jeśli jest to pompa o stałej wydajności.

W praktycznych zastosowaniach układów sterowania prędkością kątową silnika AC najczęściej są stosowane metody: skalarna (zasada sterowania – napięcie/częstotliwość=const), bezpośredniego sterowania momentem (DTC, *Direct Torque Control*) oraz polowo-zorientowana (FOC, *Field Oriented Control*) [1, 2]. Najpopularniejszą metodą sterowania prędkością kątową silnika AC jest metoda polowo-zorientowana. Zastosowanie falownikowego napędu pompy hydraulicznej o stałej wydajności umożliwia realizację sterowania objętościowego układu hydraulicznego, które charakteryzuje się wysoką sprawnością energetyczną, a więc także niskimi kosztami eksploatacyjnymi. Ponadto obecnie większość falowników posiada zaimplementowane skalarne oraz wektorowe metody sterowania prędkością lub momentem silnika elektrycznego.

W układzie hydraulicznym z pompą o stałej wydajności zmiana jego parametrów, tj. przepływu lub ciśnienia jest możliwa zwykle poprzez zastosowanie dławienia przepływu cieczy roboczej, gdzie znaczna część jej energii jest wytracana w postaci ciepła. Alternatywnym rozwiązaniem może być zastosowanie falownikowego napędu pompy o stałej wydajności, gdzie układ napęd elektryczny-pompa pracuje w szerokim zakresie zmian prędkości obrotowej, co w pewnym stopniu wpływa także na żywotność i sprawność układu

silnik AC-pompa. Układy sterowania dławieniowego, choć charakteryzują się znacznymi stratami mocy, są jednak najczęściej stosowane ze względu na łatwość realizacji technicznej i dobre charakterystyki dynamiczne.

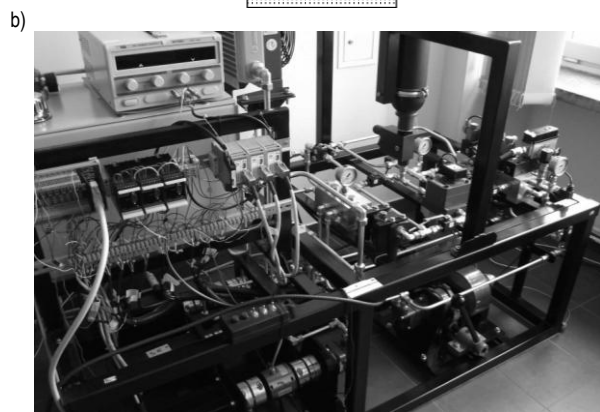
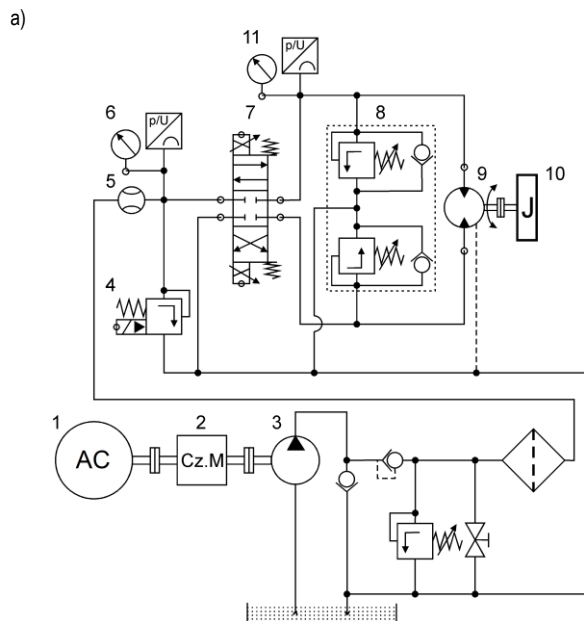
W niniejszej pracy przedstawiono problem identyfikacji parametrycznej układu hydraulicznego z falownikowym napędem pompy, dokonanej w warunkach off-line, z zastosowaniem numerycznej metody Box'a (metoda complex). Szczegółowo analizowano identyfikację parametrów modelu matematycznego silnika AC, układu silnik AC-pompa oraz układu silnik AC-pompa-silnik hydrauliczny. W układzie napędowym dokonywano pomiaru prędkości kątowej silnika AC i silnika hydraulicznego, prądów i napięć fazowych stojana silnika, przepływu oleju i ciśnień w instalacji hydraulicznej. Pomiar wielkości fizycznych silnika i sterowanie realizowano za pomocą komputera i systemu mikroprocesorowego z wykorzystaniem karty przetworników pomiarowych. Badania przeprowadzono w układzie napędowym z silnikiem AC o mocy 2,6 kW.

### 1. STRUKTURA UKŁADU

Schemat części hydraulicznej i widok stanowiska badawczego ilustruje rys. 1. Silnik AC 1 (2,6 kW, 2300 obr/min) napędza pompę zębatą 3 o objętości geometrycznej 6 cm<sup>3</sup>/obrót przez sprzęgło i układ pomiaru momentu 2. Silnik AC o małym momencie bezwładności jest zasilany z falownika. Sterowanie wielkościami mechanicznymi i hydraulicznymi układu odbywa się poprzez zmianę momentu silnika i odpowiednie sterowanie zaworem proporcjonalnym 7. Zawór proporcjonalny wykorzystano do dławienia przepływu, a więc zmiany obciążenia silnika AC. Elementem wykonawczym układu jest silnik hydrauliczny 9, o objętości geometrycznej 4,9 cm<sup>3</sup>/obrót, połączonym mechanicznie z masą 10 o momencie bezwładności 0,1 kgm<sup>2</sup>. Silnik hydrauliczny zabezpieczono zaworem antykawitacyjno-przeciążeniowym 8. Konstrukcja i oprzyrządowanie pomiarowe części hydraulicznej umożliwiają uzyskiwanie dowolnej charakterystyki obciążenia silników oraz także niezależne badanie układu hydraulicznego i elektrycznego.

Pomiar wielkości elektrycznych i mechanicznych jest realizowany za pomocą mikroprocesorowych układów pomiarowych: prędkości i położenia wału silników (silnik AC – resolver, silnik hydrauliczny – enkoder), napięć i prądów (przetworniki typu LEM, odpowiednio napięciowe i prądowe), momentu obrotowego na wale silnika AC (przetwornik typu DataFlex). Pomiar wielkości hydraulicznych układu dokonywano za pomocą przetworników ciśnienia 6 i 11 oraz przepływomierza 5. Do sterowania i rejestracji wielkości

mierzonych zastosowano kartę kontrolno-sterującą DSpace, kartę pomiarową z przetwornikami A/C i C/A oraz komputer.



Rys. 1. Stanowisko badawcze: a) schemat, b) widok

## 2. IDENTYFIKACJA MODELU MATEMATYCZNEGO SILNIKA INDUKCYJNEGO

Parametry modelu matematycznego silnika są wyznaczone na podstawie danych konstrukcyjnych, danych katalogowych, na podstawie odpowiednich pomiarów silnika nieobciążonego i z zamontowanym wirnikiem, metodą częstotliwościową lub metodami bazujące na eksperymentalnym wyznaczaniu charakterystyk mechanicznych. Wymienione klasyczne metody identyfikacji, bazujące na pomiarach odpowiednich wielkości wejściowych i wyjściowych w stanie ustalonym, głównie są stosowane do wyznaczania parametrów schematu zastępczego silnika, pracującego w stabilnych warunkach zasilania i obciążenia [2]. Do wyznaczania parametrów silnika można zastosować eksperyment czynny, tzn. silnik pobudzić jednoczesną zmianą częstotliwości i napięcia stojana [3, 7]. Taki sposób pobudzania powoduje, oprócz zmiany prądu i strumienia, również zmianę prędkości kątowej silnika. Skutkiem jednoczesnej zmiany tych wielkości jest konieczność uwzględnienia nieliniowych modeli matematycznych silnika. Natomiast pobudzanie silnika tylko napięciem stojana przy stałej jego częstotliwości prowadzi do liniowości modelu matematycznego, a w konsekwencji do uproszczenia zagadnienia identyfikacji.

Model matematyczny silnika AC przedstawiono w wirującym układzie współrzędnych  $d-q$ , zorientowanym zgodnie z wektorem napięcia stojana:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \varphi_{dv}(t) &= \varphi_{qv}(t)\omega_s(t) - R_s i_{dv}(t) + v(t) \\ \frac{d}{dt} \varphi_{qv}(t) &= -\varphi_{dv}(t)\omega_s(t) - R_s i_{qv}(t) \\ \frac{d}{dt} i_{dv}(t) &= a_1 \varphi_{dv}(t) + a_3 \varphi_{qv}(t)\omega_e(t) - a_2 i_{dv}(t) + \\ &+ i_{qv}(t)\omega_s(t) - i_{qv}(t)\omega_e(t) + a_3 v(t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{qv}(t) &= -a_3 \varphi_{dv}(t)\omega_e(t) + a_1 \varphi_{qv}(t) - i_{dv}(t)\omega_s(t) + \\ &+ i_{dv}(t)\omega_e(t) - a_2 i_{qv}(t) \end{aligned}$$

przy czym:  $a_1 = \frac{R_r}{\sigma L_s L_r}$ ,  $a_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r}$ ,  $a_3 = \frac{1}{\sigma L_s}$ ,

$$\sigma = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r}$$

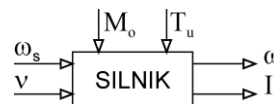
oraz:  $i_{dv}$ ,  $i_{qv}$  i  $\varphi_{dv}$ ,  $\varphi_{qv}$  – odpowiednio składowe wektora prądu i strumienia stojana w układzie współrzędnych związanym z wektorem napięcia stojana;  $\omega_s$  – pulsacja synchroniczna;  $\omega_e$  – elektryczna prędkość kątowa;  $R_s$  i  $L_s$  – rezystancja i indukcyjność stojana;  $R_r$  i  $L_r$  – rezystancja i indukcyjność wirnika;  $L_m$  – indukcyjność główna;  $p_b$  – liczba par biegunów.

Równanie mechaniczne silnika AC zapisano w postaci

$$J_s \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) = M_e(t) - M_o(t) \quad (2)$$

przy czym:  $J_s$  – moment bezwładności silnika i obciążenia;  $M_o$  – moment obciążenia na wale;  $B$  – współczynnik tarcia wiskotycznego;  $M_e$  – moment elektromagnetyczny.

Do przeprowadzenia efektywnej identyfikacji parametrycznej zastosowano metodę optymalizacji statycznej Box'a, która umożliwia dużą elastyczność wyboru mierzonych sygnałów i klasy modeli matematycznych silnika. Schemat blokowy napędu falownikowego (obiektu identyfikacji) z uwzględnieniem mierzonych sygnałów wejściowych i wyjściowych przedstawiono na rys. 2. Sygnałami wejściowymi w modelu matematycznym (1)-(2) są amplituda  $v$  wektora napięcia stojana i pulsacja synchroniczna  $\omega_s$ , natomiast sygnałami wyjściowymi – prędkość kątowa  $\omega$  i amplituda  $I$  wektora prądu stojana. Moment obciążenia  $M_o$  i temperaturę uzwojeń  $T_u$  silnika można potraktować jako zakłócenia. Przedstawiony wybór sygnałów pomiarowych ułatwia realizację praktyczną układów pomiarowych, gdyż nie jest konieczna duża częstotliwość próbkowania mierzonych sygnałów (sygnały te nie są przebiegami harmonicznymi), a zniekształcenia fazy w torach pomiarowych napięcia i prądu nie mają istotnego wpływu na wyniki identyfikacji.



Rys. 2. Obiekt identyfikacji z określeniem sygnałów wejściowych i wyjściowych

Z technicznego punktu widzenia pomiar prądu stojana oraz prędkości kątowej jest względnie prosty. Zasadniczym problemem jest natomiast pomiar składowych napięcia, które są niezbędne do wyznaczenia amplitudy wektora napięcia stojana. Wynika to stąd, że składowe te są sygnałami impulsowymi i ich pomiar wymaga dużej częstotliwości próbkowania, przynajmniej o rząd większej od częstotliwości przełączania tranzystorów.

Często w napędzie elektrycznym wielkością regulowaną jest prędkość kątową silnika. Można założyć, że dla określonego punktu pracy napęd falownikowy z dobrym przybliżeniem jest opisany przez wejściowo-wyjściowy model matematyczny o postaci

$$T^2 \frac{d^2 \omega(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = Ku(t) \quad (3)$$

gdzie:  $K$  – wzmacnienie,  $T$  – stała czasowa,  $\xi$  – współczynnik tłumienia,  $u$  – sygnał sterujący.

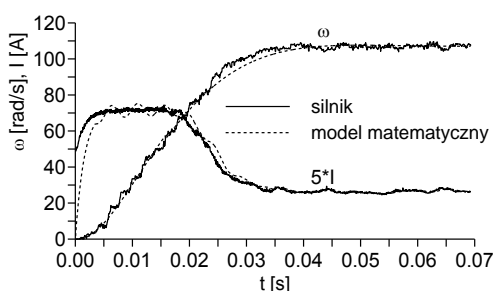
Model ten dobrze aproksymuje nieliniowe właściwości statyczne i dynamiczne układu w otoczeniu danego, stałego punktu pracy. Aby uzyskać pełny opis zjawisk nieliniowych w całym zakresie zmian prędkości i obciążenia zewnętrznego, położenie punktu pracy należy zmieniać i od jego współrzędnych uzależnić parametry modelu matematycznego (3).

Wyznaczanie wartości parametrów silnika powinno się odbywać głównie na podstawie minimalizacji błędu średniokwadratowego prądu stojana  $I$  i prędkości kątowej  $\omega$ . Do dalszych rozważań przyjęto wskaźnik jakości identyfikacji w postaci

$$F = \sum_{i=1}^N (I(i) - \hat{I}(i))^2 + w \sum_{i=1}^N (\omega(i) - \hat{\omega}(i))^2 \quad (4)$$

przy czym  $w$  jest wyznaczanym eksperymentalnie współczynnikiem wagi (przyjęto  $w=10$ ),  $N$  – liczbą pomiarów, a symbolem "A" oznaczono rozwiązanie modelu matematycznego silnika. W procesie identyfikacji wyznaczano parametry modelu matematycznego, tj.:  $J$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  i  $a_3$  lub parametry schematu zastępczego silnika. W wyniku identyfikacji otrzymano następujące wartości parametrów:  $a_1=432,4$ ,  $a_2=217,1$ ,  $a_3=51,8$  i  $J=0,0042 \text{ kgm}^2$  lub:  $R_r=1,69 \Omega$ ,  $L_s=0,153 \text{ H}$ ,  $L_r=0,195 \text{ H}$  i  $L_m=0,161 \text{ H}$ . Rezystancję stojana i  $R_s=3,01 \Omega$ , wyznaczono za pomocą bezpośredniego pomiaru. Zgodność trajektorii czasowych prądu i prędkości kątowej silnika oraz jego modelu matematycznego oceniano za pomocą współczynnika korelacji  $R^2$ , odpowiednio prądu  $R_I^2 \approx 0,96$  i prędkości kątowej  $R_\omega^2 \approx 0,98$ .

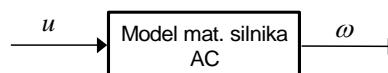
Na rys. 3 przedstawiono zarejestrowane odpowiedzi czasowe prędkości kątowej  $\omega$  i amplitudy  $I$  prądu stojana silnika oraz jego modelu matematycznego, dla wartości parametrów wyznaczonych w procesie identyfikacji. W wyniku identyfikacji parametrów modelu matematycznego otrzymano dużą zgodność przebiegów czasowych prędkości kątowej silnika.



Rys. 3. Porównanie odpowiedzi czasowych prędkości kątowych i amplitudy prądu stojana silnika oraz jego modelu matematycznego dla  $u=2 \text{ V}$

W napędzie elektrycznym wielkością regulowaną jest zwykle prędkość kątową silnika. Można założyć, że dla określonego punktu pracy napęd falownikowy z dobrym przybliżeniem jest opisany przez wejściowo-wyjściowy model matematyczny (3). Sygnałem wejściowym identyfikowanego modelu matematycznego jest napięcie  $u$ , proporcjonalne do pulsacji synchronicznej stojana, natomiast sygna-

łem wyjściowym – prędkość kątową  $\omega$ . (rys. 4). Amplituda napięcia stojana  $v$  spełnia warunek  $v/\omega_s=1 \text{ Vs/rad}$ .



Rys. 4. Sygnały wejściowe i wyjściowe modelu matematycznego silnika AC

W tym przypadku wskaźnik jakości identyfikacji przyjęto w postaci

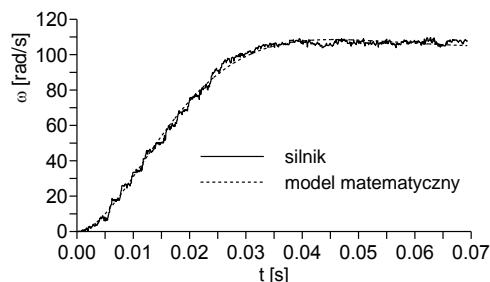
$$F_\omega = \sum_{i=1}^N [\omega(i) - \hat{\omega}(i)]^2 \quad (5)$$

Aby uzyskać pełny opis zjawisk nieliniowych w całym zakresie zmian prędkości i obciążenia zewnętrznego, identyfikacji należy dokonać dla różnych punktów pracy silnika i od tych stanów należy uzależnić wartości parametrów modelu matematycznego.

W czasie eksperymentów identyfikacyjnych na wejście falownika wprowadzano skokowe wartości napięcia  $u=1,5, 2, 3, 4$  i  $5 \text{ V}$ , które jest proporcjonalne do prędkości kątowej silnika. Wartości identyfikowanych parametrów równania (3), wyznaczonych z warunku minimalizacji funkcji (5), zestawiono w tab. 1. Wartość współczynnika korelacji  $R^2$  potwierdza założenie, że model liniowy z wystarczającą dokładnością aproksymuje zarejestrowane charakterystyki skokowe prędkości kątowej silnika. W tak przeprowadzonym eksperymencie identyfikacyjnym występuje zmiana wartości stałej czasowej  $T$  w zależności od wartości sygnału  $u$ . Przykład weryfikacji procesu identyfikacji dla  $u=2 \text{ V}$  ilustruje rys. 5.

Tab. 1. Wyniki identyfikacji modelu matematycznego (3)

$u$ [V]	$T$ [s]	$\xi$	$K$ [rad/Vs]	$R^2$
1	0,0066	0,853	52,3	0,997
2	0,0101	0,816	52,1	0,998
3	0,0159	0,843	52,1	0,999
4	0,0186	0,865	52,1	0,997
5	0,0196	0,994	52,6	0,997



Rys. 5. Porównanie odpowiedzi czasowych prędkości kątowych silnika i jego modelu matematycznego

Aproksymacja właściwości dynamicznych identyfikowanego układu przez liniowy model matematyczny będzie bardziej dokładna, jeśli zostaną uwzględnione zmiany wartości jego parametrów. W ogólnym przypadku wartości identyfikowanych parametrów zależą od wartości napięcia sterującego  $u$  oraz od obciążenia silnika (momentu obciążenia i bezwładności  $J$ ). Zmiany wartości identyfikowanych parametrów można aproksymować funkcjami wielomianowymi, stosując np. metodę regresji liniowej. Pomiar argumentów tych funkcji umożliwia odtworzenie bieżących wartości parametrów napędu w różnych warunkach jego eksploatacji, z pominięciem identyfikacji w czasie rzeczywistym. Lepszym przybliżeniem rzeczywistych warunków pracy napędu jest założenie w procesie iden-

tyfikacji, że napęd skokowo zmienia prędkość przy niezerowej jej wartości początkowej. Wówczas uzależnienie wartości parametrów równania (3) od wartości napięcia  $u_0$ , proporcjonalnego do prędkości początkowej w danym eksperymencie, daje lepsze odzwierciedlenie rzeczywistych warunków pracy silnika.

### 3. IDENTYFIKACJA MODELU MATEMATYCZNEGO UKŁADU SILNIK AC-POMPA

#### 3.1. Wyjście układu – natężenie przepływu

Zasadniczy problem modelowania matematycznego układu silnik-pompa wynika ze złożonej zależności między prędkością silnika AC a natężeniem przepływu układu hydraulicznego w stanach nieustalonych. Założenie, że przepływ jest proporcjonalny do prędkości silnika słuszne jest tylko w stanach ustalonych. W stanach nieustalonych na przepływ mają wpływ takie czynniki, jak: sprawność objętościowa pompy, pojemność i sprężystość elementów układu hydraulicznego, przepływ przez zawór przelewowy, obciążenie silnika hydraulicznego itd.

Na podstawie analizy eksperymentalnej stanu nieustalonego przepływu stwierdzono, że zależność między sygnałem  $u$  sterującym zadaną prędkością obrotową  $n_z$  silnika elektrycznego a rejestrowanym przepływem  $Q$ , z wystarczającą dokładnością z punktu widzenia sterowania, można aproksymować transmitancją

$$\frac{Q(s)}{U(s)} = \frac{K(T_1s + 1)}{T^2s^2 + 2\zeta Ts + 1} \quad (6)$$

Parametry transmitancji (6) wyznaczono na podstawie minimalizacji błędu średniokwadratowego między zarejestrowanym przepływem  $Q$  a jego obliczoną wartością  $\hat{Q}$  (zastosowano metodę numeryczną Box'a)

$$F_Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q(i) - \hat{Q}(i))^2 \quad (7)$$

W tab. 2 zestawiono wartości identyfikowanych parametrów i współczynnika korelacji  $R^2$ . W czasie eksperymentu identyfikacyjnego ciecz robocza przepływała przez silnik hydrauliczny nieobciążony masą 10. W czasie eksperymentów identyfikacyjnych układ pobudzano skokowymi wartościami napięcia  $u=1, 2, 3, 4$  i  $5$  V (co odpowiada prędkości obrotowej silnika AC w stanie ustalonym, odpowiednio: 500, 1000, 1500, 2000 i 2500 obr/min).

Tab. 2. Wyniki identyfikacji modelu matematycznego (6)

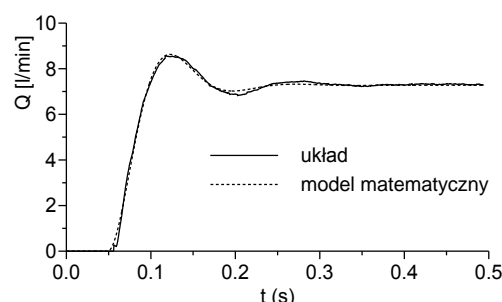
$u$ [V]	$T$ [s]	$\zeta$	$K$ [l/V]	$T_1$ [s]	$R^2$
1	0,0210	0,407	2,41	-0,021	0,997
2	0,0209	0,463	2,41	-0,018	0,999
3	0,0208	0,469	2,42	-0,015	0,999
4	0,0200	0,505	2,42	-0,021	0,999
5	0,0199	0,543	2,42	-0,034	0,999

Przykładową weryfikację identyfikacji układu silnik-pompa pokazano na rys. 6 (układ pobudzono  $u=3$  V). Analizując wyniki identyfikacji zamieszczone w tab. 2 można stwierdzić, że model liniowy dokładnie aproksymuje zarejestrowane charakterystyki skokowe przepływu  $Q$ .

#### 3.2. Wyjście układu – ciśnienie

W ogólnym przypadku model matematyczny układu sterowania ciśnieniem jest nieliniowy. Sygnałem wejściowym tego układu jest napięcie  $u$  proporcjonalne do momentu silnika, natomiast sygnałem wyjściowym jest ciśnienie  $p$ , mierzone przetwornikiem 11. Analizo-

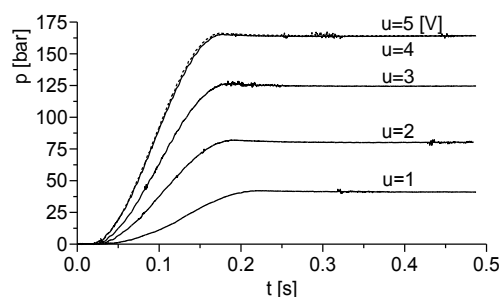
wano dwa przypadki sterowania ciśnieniem, tj. przypadek z zablokowanym przepływem oraz z nie zablokowanym przepływem.



Rys. 6. Weryfikacja identyfikacji parametrycznej dla przepływu przez silnik bez masy 10

#### Model matematyczny dla zablokowanego przepływu czynnika roboczego

W wielu urządzeniach, np. w prasach ma miejsce regulacja ciśnienia przy nieznacznym lub braku przepływu czynnika roboczego. Aby stworzyć zbliżone warunki pracy napędu, odcięto połączenie linii zlewowej silnika hydraulicznego ze zbiornikiem. W tak skonfigurowanym układzie mierzono ciśnienie przetwornikiem 11 dla skokowych zmian napięcia  $u$ , o następujących wartościach: 1, 2, 3, 4 i 5 V. W przypadku silnika AC 1V odpowiada momentowi  $M=2$  Nm (w napędzie silnika zastosowano regulację momentu). Na rys. 7 zamieszczono przebiegi skokowe ciśnienia  $p$  na ww. wymuszenia układu hydraulicznego.



Rys. 7. Odpowiedzi czasowe ciśnienia  $p$  na skokowe pobudzenie momentem silnika AC

Przebiegi zamieszczone na rys. 7, mają kształt zbliżony do odpowiedzi skokowej członu inercyjnego drugiego rzędu. W związku z tym aproksymowano je transmitancją członu drugiego rzędu z opóźnieniem

$$\frac{P(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-sT_0}}{T^2s^2 + 2\zeta Ts + 1} \quad (8)$$

Parametry uproszczonego modelu matematycznego (8) analizowanych układów sterowania ciśnieniem  $p$  wyznaczono na podstawie numerycznej minimalizacji funkcji

$$F_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p(i) - \hat{p}(i))^2 \quad (9)$$

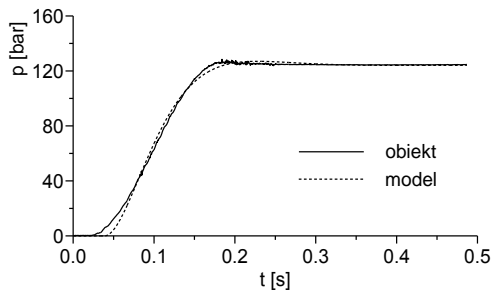
gdzie  $p$  jest zarejestrowanym, a  $\hat{p}$  obliczonym z równania (8) ciśnieniem. Do wyznaczania parametrów układu elektrohydraulicznego również wykorzystano numeryczną metodę optymalizacji statycznej Box'a.

W tab. 3 zestawiono wartości identyfikowanych parametrów i współczynnika korelacji  $R^2$ . W czasie eksperymentów identyfikacyjnych układ pobudzano skokowymi wartościami napięcia  $u$ , przy zerowych wartościach początkowych prędkości silnika AC.

Tab. 3. Wyniki identyfikacji modelu matematycznego (8)

$u$ [V]	$T$ [s]	$\xi$	$K$ [bar/V]	$T_o$ [s]	$R^2$
1	0,0441	0,735	40,18	0,048	0,999
2	0,0396	0,755	40,01	0,042	0,999
3	0,0386	0,767	40,37	0,039	0,999
4	0,0368	0,776	40,04	0,037	0,999
5	0,0370	0,786	38,21	0,037	0,999

Przykład aproksymacji zarejestrowanych odpowiedzi czasowych układu za pomocą odpowiedzi modelu (8) dla  $u=3$  V przedstawia rys. 8.

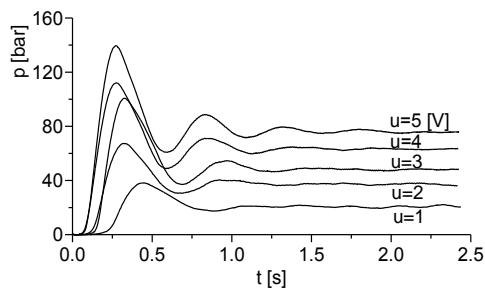


Rys. 8. Weryfikacja identyfikacji parametrycznej układu hydraulicznego dla napięcia  $u=3$  V

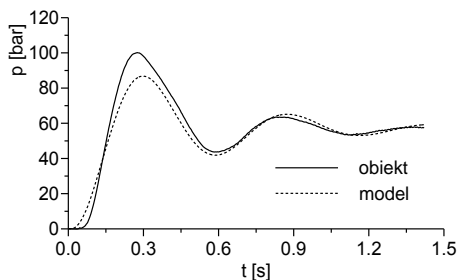
**Model matematyczny napędu dla przepływu czynnika roboczego**

W tym przypadku poddano analizie układy sterowania ciśnieniem w warunkach przepływu czynnika roboczego. Obciążeniem układu elektrohydraulicznego jest silnik hydrauliczny z załączoną masą 10. Warunki i zasady eksperymentu nie uległy zmianie w stosunku do opisanych poprzednio.

Na rys. 9 i 10 zamieszczono odpowiedzi skokowe ciśnienia oraz wynik weryfikacji procesu identyfikacji parametrów transmitancji (8) w warunkach przepływu czynnika roboczego.



Rys. 9. Odpowiedzi czasowe ciśnienia  $p$  na skokowe pobudzenie momentem silnika AC ( $1\text{ V}=2\text{ Nm}$ )



Rys.10. Weryfikacja identyfikacji parametrycznej układu dla napięcia  $u=3$  V

**4. IDENTYFIKACJA MODELU MATEMATYCZNEGO UKŁADU SILNIK AC-POMPA-SILNIK HYDRAULICZNY**

Identyfikację układu silnik AC-pompa-silnik hydrauliczny można zrealizować osobno dla napędu elektrycznego i napędu hydraulicznego lub łącznie. Problem identyfikacji silnika AC omówiono w punkcie 2.

Model matematyczny silnika hydraulicznego przyjęto w postaci

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} + B_m \omega_m(t) = C_m p(t) \quad (10)$$

gdzie: przy czym:  $\omega_m$  – prędkość kątowna silnika;  $J_m$  – moment bezwładności silnika i obciążenia;  $B_m$  – współczynnik tarcia viskozycznego;

$C_m = \frac{10^{-3} q_s}{20\pi}$  jest stałą, zależną od parametrów konstrukcyjnych silnika hydraulicznego;  $q_s$  – objętość geometryczna silnika [ $\text{cm}^3/\text{obrót}$ ].

Parametry  $J_m$  i  $B_m$  modelu matematycznego silnika hydraulicznego (10) można określić na podstawie minimalizacji funkcji

$$F_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (n_m(i) - \hat{n}_m(i))^2 \quad (11)$$

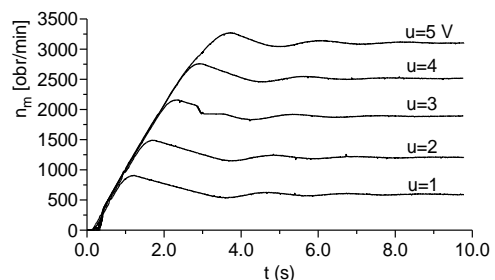
dokonyjąc pomiaru  $\omega_m$  i ciśnienia  $p$ , gdzie  $n_m$  jest zarejestrowaną, a  $\hat{n}_m$  obliczoną wartością prędkości obrotowej.

Parametry równań silnika AC, pompy i silnika hydraulicznego można także wyznaczyć w jednym eksperymencie identyfikacyjnym, mierząc napięcie  $u$  (napięcie proporcjonalne do prędkości kątownej silnika AC) oraz amplitudę prądu  $I$  i prędkość  $\omega_m$ , a następnie minimalizując funkcję

$$F_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\omega(i) - \hat{\omega}(i))^2 + \frac{w_1}{N} \sum_{i=1}^N (I(i) - \hat{I}(i))^2 + \frac{w_2}{N} \sum_{i=1}^N (\omega_m(i) - \hat{\omega}_m(i))^2 \quad (12)$$

gdzie  $w_1$  i  $w_2$  są współczynnikami wagowymi.

Na rys. 11 zamieszczono zarejestrowane odpowiedzi skokowe prędkości obrotowej  $n_m$  silnika hydraulicznego dla różnych wartości napięcia  $u$ .



Rys. 11. Charakterystyki skokowe prędkości obrotowej nieobciążonego silnika hydraulicznego

Procedura identyfikacji nieliniowego modelu matematycznego układu silnik AC-silnik hydrauliczny jest złożona i wymaga pomiaru wielu sygnałów oraz ich numerycznego przetwarzania. Analiza przebiegów czasowych zamieszczonych na rys. 11 pozwala założyć, że zależność między napięciem  $u$  a prędkością obrotową  $n_m$  silnika hydraulicznego można również aproksymować typową transmitancją drugiego rzędu z opóźnieniem o postaci

$$\frac{N_m(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-sT_o}}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1} \quad (13)$$

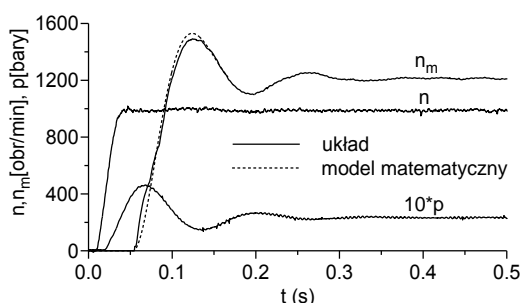
Parametry uproszczonego modelu matematycznego (13) układu silnik elektryczny-pompa-masa wyznaczono na podstawie numerycznej minimalizacji funkcji (11).

W tab. 4 zestawiono wartości identyfikowanych parametrów modelu matematycznego (13) i współczynnika korelacji  $R^2$  dla silnika hydraulicznego nieobciążonego masą 10. W czasie eksperymentów identyfikacyjnych układ pobudzano skokowymi wartościami napięcia  $u$ , przy zerowych wartościach początkowych prędkości silnika AC.

Tab. 4. Wyniki identyfikacji modelu matematycznego (13); silnik hydrauliczny nieobciążony momentem bezwładności

$u$ [V]	$T$ [s]	$\xi$	$K$	$T_o$ [s]	$R^2$
1	0,0216	0,333	602,3	0,0658	0,998
2	0,0207	0,390	605,3	0,0532	0,998
3	0,0203	0,401	606,7	0,0477	0,999
4	0,0211	0,453	606,3	0,0480	0,999
5	0,0184	0,758	605,9	0,0511	0,999

Przykładowy wynik weryfikacji procesu identyfikacji układu silnik-pompa-silnik hydrauliczny zamieszczono na rys. 12. Identyfikowany układ pobudzono skokową zmianą napięcia sterującego  $u=2$  V, co odpowiada prędkości masy 1224,4 obr/min. Na rysunku dodatkowo zamieszczono zarejestrowane przebiegi czasowe ciśnienia  $p$  w linii tłocznej i prędkości obrotowej  $n$  silnika AC.

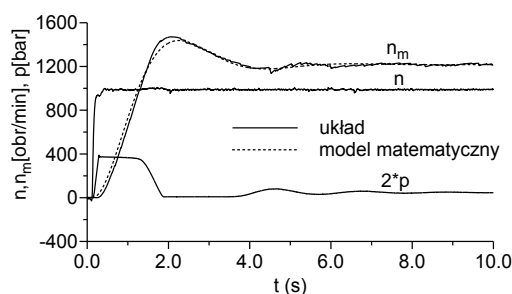


Rys. 12. Weryfikacja identyfikacji układu silnik AC-pompa-silnik hydrauliczny bez masy 10

Inne wartości parametrów otrzymano w przypadku rozruchu układu z silnikiem hydraulicznym obciążonym dodatkową masą 10. Na dynamikę i charakter stanu nieustalonego tego układu ma wpływ dynamika rozruchu silnika elektrycznego. Przy szybkim rozruchu silnika AC ciśnienie w układzie hydraulicznym przekracza wartość ustaloną na zaworze przelewowym (ustawiono wartość 190 barów) i część cieczy roboczej przepływa przez zawór do zbiornika, przez co układ cechuje się właściwościami nieliniowymi. Wyniki identyfikacji układu silnik-pompa-silnik hydrauliczny z masą 10 zamieszczono w tab. 5, a weryfikację procesu identyfikacji dla  $u=2$  V przedstawia rys. 13.

Tab. 5. Wyniki identyfikacji modelu matematycznego (13); silnik hydrauliczny obciążony momentem bezwładności (szybki rozruch silnika elektrycznego)

$u$ [V]	$T$ [s]	$\xi$	$K$	$T_o$ [s]	$R^2$
1	0,596	0,356	607,2	0,156	0,978
2	0,595	0,478	608,1	0,130	0,998
3	0,703	0,610	608,2	0,067	0,996
4	0,825	0,719	608,5	0,045	0,993
5	0,989	0,786	608,1	0,034	0,995



Rys. 13. Weryfikacja procesu identyfikacji układu silnik-pompa-silnik hydrauliczny z masą 10

Jeżeli dynamika rozruchu silnika elektrycznego zostanie spowolniona, to układ pompa-silnik hydrauliczny tworzą obieg zamknięty. Wyniki identyfikacji takiego układu zamieszczono w tab. 6.

Tab. 6. Wyniki identyfikacji modelu matematycznego (13); silnik hydrauliczny obciążony momentem bezwładności (wolny rozruch silnika elektrycznego)

$u$ [V]	$T$ [s]	$\xi$	$K$	$T_o$ [s]	$R^2$
1	0,423	0,388	608,6	0,946	0,998
2	0,896	0,763	608,3	0,724	0,991
3	1,916	0,608	608,2	0,010	0,995
4	2,604	0,343	608,1	0,057	0,996
5	2,881	0,251	608,1	0,051	0,996

Wraz ze wzrostem prędkości masy zmniejsza się wartość współczynnika korelacji, a więc pogarsza się dokładność identyfikacji. Podwyższenie rzędu modelu matematycznego (13) tylko nieznacznie poprawia dokładność odwzorowania zarejestrowanych charakterystyk przez model matematyczny. Dokładność aproksymacji zarejestrowanych przebiegów można poprawić poprzez zastosowanie modeli nieliniowych lub liniowych o zmiennych wartościach współczynników.

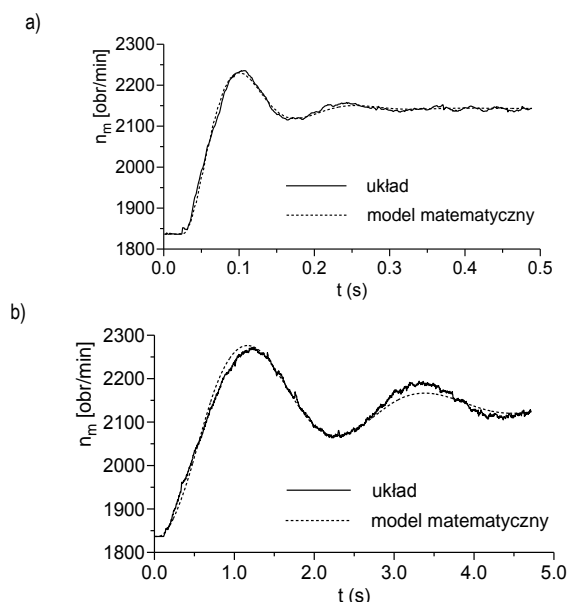
Zmiany wartości identyfikowanych parametrów można aproksymować funkcjami wielomianowymi, których argumentami będą zmienne, mające wpływ na zmianę wartości tych parametrów. Pomiar tych zmiennych umożliwia odtworzenie bieżących wartości parametrów napędu elektrohydraulicznego w różnych warunkach jego eksploatacji, z pominięciem identyfikacji w czasie rzeczywistym. W ogólnym przypadku identyfikowane parametry modelu (13) (stała czasowa  $T$  i współczynnik tłumienia  $\xi$ ; pozostałe parametry nieznacznie zmieniają swe wartości), reprezentowane przez wektor  $\theta$ , są funkcją napięcia  $u$  (prędkości silnika AC). Zależność ta może być przedstawiona w formie ogólnego zapisu

$$\theta = f(u) \quad (14)$$

Identyfikacja na podstawie pomiaru charakterystyk skokowych dla zerowych wartości początkowych nie odzwierciedla realnych warunków pracy napędu. W praktyce na ogół silnik hydrauliczny zmienia prędkość przy niezerowej jego wartości początkowej. Aby uzyskać opis matematyczny napędu dla takich warunków pracy wykonano eksperymenty identyfikacyjne, polegające na pobudzeniu silnika elektrycznego skokowym przyrostem sygnału  $u$  o wartości 0,5 V (co odpowiada skokowej zmianie ustalonej prędkości obrotowej silnika AC o 250 obr/min, a silnika hydraulicznego o ok. 306 obr/min) przy ustalonej prędkości początkowej 500, 1000, 1500 i 2000 obr/min. Analizowano wpływ prędkości napędu pompy na wartości identyfikowanych parametrów.

Porównanie wybranych, zarejestrowanych prędkości silnika hydraulicznego i obliczonych z transmitancji (13), dla wartości parametrów spełniających minimum funkcji (11), zamieszczono na rys. 14. Wartości pozostałych parametrów, tj. wzmacnienia  $K$

i opóźnienie  $T_o$  są w przybliżeniu stałe i wynoszą odpowiednio ok. 617 obr/minV i 0,035 s.



**Rys. 14.** Weryfikacja procesu identyfikacji parametrycznej układu hydraulicznego przy wymuszeniu  $u=3$  V dla silnika hydraulicznego: a) nieobciążonego, b) obciążonego masą

## PODSUMOWANIE

W pracy na podstawie badań laboratoryjnych przedstawiono problem modelowania matematycznego i identyfikacji parametrycznej układu hydraulicznego z falownikowym napędem pompy. Do identyfikacji parametrycznej modelu matematycznego silnika AC, układu silnik AC-pompa oraz układu silnik AC-pompa-silnik hydrauliczny zastosowano numeryczną metodę optymalizacji statycznej Box'a (metoda complex). W badaniach identyfikacyjnych zastosowano pobudzenie silnika pulsującą synchroniczną napięcia stojana. Wykazano, że zmiany wartości identyfikowanych parametrów są więc spowodowane nie tylko zmianami wartości rzeczywistych parametrów silnika, ale także błędami identyfikacji.

## BIBLIOGRAFIA

1. Boldea I., Nasar S.A., *Electric drives*. CRC Press LLC, 1999.
2. Holtz J., Thimm T., *Identification of the machine parameters in a vector-controlled induction motor drive*. IEEE Transactions on Industry Appl., Vol. 27, No. 6, 1991, str. 1111-1118.
3. Kojoooyan-Jafari H., Monjo L., Corcoles F., Pedra J., *Parameter Estimation of Wound-Rotor Induction Motors from Transient Measurements*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Volume 29, Issue 2, 2014, str. 300-308.
4. Stefański T., Zawarczyński Ł.: *Model matematyczny objętościowego układu sterowania przepływem*, *Hydraulika i Pneumatyka*, nr 4/2012, str. 18-23.
5. Stefański T., Zawarczyński Ł.: *Sterowanie przepływem i prędkością silnika hydraulicznego w układzie z falownikowym napędem pompy*, *Napędy i Sterowanie*, nr 2/2012, str. 72-77.
6. Stefański T., Zawarczyński Ł., *Identyfikacja parametryczna modeli matematycznych silników ze wzbudzeniem od magnesów trwałych*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 4b/2012, str. 224-229.
7. Tofighi E. M., Mahdizadeh A., Feyzi M. R., *Online estimation of induction motor parameters using a modified particle swarm optimization technique*. 39th Annual Conference of the IEEE

Industrial Electronics Society (IECON 2013), 2013, str. 3645-3650.

8. Woś P., Dindorf R., *Adaptive control of the electrohydraulic servo-system with external disturbances*. Asian Journal of control, 2013, Vol. 15, Issue 4, 1065-1080.

## PARAMETER IDENTIFICATION OF THE MATHEMATICAL MODEL HYDRAULIC SYSTEM WITH INVERTER DRIVE PUMP

### Abstract

*The problem of mathematical modelling and parameter identification of hydraulic drive system with ac motor was analysed. The numerical Box's method of static optimisation has been applied in parametric identification of the system parameters. In identification studies excitation signal in form of synchronous frequency was used. The influence of the excitation signal on identified parameter values was proved in laboratory tests. The experimental verification was carried out for the laboratory model of the inverter-fed ac motor drive (2,6 kW).*

Autorzy:

dr hab. inż. **Tadeusz Stefański** – Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, 25-314 Kielce, ul. Tysiąclecia P. P. 7, tel: +48 41 34 24 213,

t.stefanski@tu.kielce.pl

mgr inż. **Łukasz Zawarczyński** – Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, 25-314 Kielce, ul. Tysiąclecia P. P. 7, tel: +48 41 34 24 204,

l.zawarczyński@tu.kielce.pl