

Zdzisław PAWLAK¹

IDENTYFIKACJA CECH SPRĘŻYSTYCH WĘZŁA KONSTRUKCYJNEGO NA PODSTAWIE WYNIKÓW TESTU DYNAMICZNEGO

W prac analizowano cechy sprężyste węzłów konstrukcji prętowych. Połączenie węzłowe uważa się za podatne, gdy relacja pomiędzy momentem zginającym a kątem obrotu przekroju nie pozwala na traktowanie połączenie jako sztywne, ani jako nominalnie przegubowe. Głównym celem pracy była próba określenia współczynnika sprężystości obrotowej na podstawie cech dynamicznych wyznaczonych eksperymentalnie. W analizie wykorzystano relację pomiędzy parametrami sprężystości wyznaczonymi odpowiednio dla konstrukcji podatnej i konstrukcji sztywnej oraz częstotliwościami drgań własnych tych układów. Częstotliwości drgań własnych węzła konstrukcyjnego zostały wyznaczone analitycznie z wykorzystaniem modelu sztywnego węzła. W teście dynamicznym zmierzono odpowiedź konstrukcji wzbudzonej impulsem, a po wykonaniu szybkiej transformacji Fouriera wyznaczono częstotliwości drgań własnych układu traktowanego jako podatny. Porównanie odpowiednich częstotliwości drgań własnych umożliwiło określenie wartości współczynnika sprężystości obrotowej, który można wykorzystać do opisu modelu węzła podatnego. Wyniki przykładu numerycznego dla wybranego węzła potwierdziły poprawność zaproponowanej metody określenia współczynnika sprężystości obrotowej na podstawie charakterystyk dynamicznych wyznaczonych w teście dynamicznym.

Słowa kluczowe: podatność węzła, charakterystyki dynamiczne, badania eksperymentalne, konstrukcje prętowe

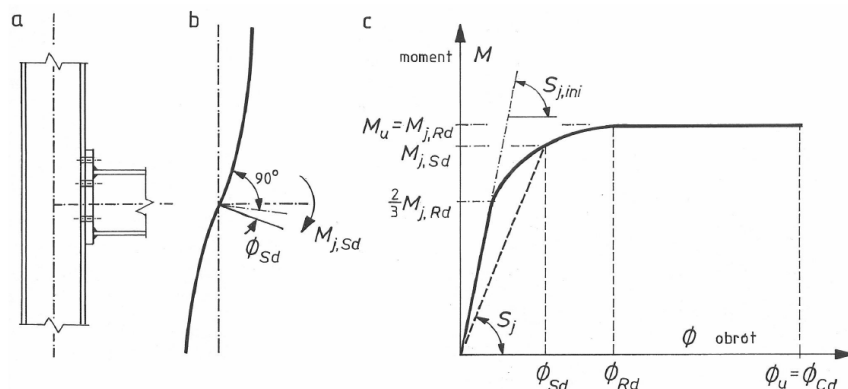
1. Wprowadzenie

Problem oceny sztywności węzłów w konstrukcjach jest szeroko badany i omawiany w literaturze [1, 2, 3]. W obowiązującej normie do projektowania konstrukcji stalowych [4, 5] klasyfikuje się węzły z uwagi na ich sztywność oraz z uwagi na ich nośność. Ze względu na sztywność obrotową węzły dzielone są na: sztywne, nominalnie przegubowe i podatne. Zakładając w obliczeniach, że połączenia elementów są modelowane jako węzły sztywne, rozpatrywany układ traktuje się jako ciągły. Natomiast przyjęcie modelu węzła podatnego oznacza,

¹ Autor do korespondencji / corresponding author: Zdzisław Pawlak, Politechnika Poznańska, Instytut Konstrukcji Budowlanych, ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań; zdzislaw.pawlak@put.poznan.pl

że układ jest niepełno-ciągły oraz że w analizie należy uwzględnić zarówno właściwości sprężyste elementów jak i cechy sprężyste węzłów (podatności o skończonej wartości).

Zachowanie węzłów wpływa na rozkład sił wewnętrznych [6] i deformację konstrukcji, a także na wrażliwość na efekty II rzędu, na wielkość obciążenia krytycznego i granicznego oraz na charakterystyki dynamiczne konstrukcji [7]. W przypadku ustrojów z węzłami podatnymi wpływ ten może być znaczący. Najczęściej w analizie układów ramowych do opisu wpływu podatności węzłów na pracę konstrukcji wykorzystywana jest charakterystyka opisująca zależność pomiędzy momentem zginającym a kątem obrotu ($M-\Phi$). Do jej wyznaczenia potrzebna jest znajomość, między innymi nośności przy zginaniu węzła $M_{j,R}$ [5], początkowej sztywności obrotowej $S_{j,ini}$ oraz zdolności do obrotu Φ_C (Rys. 1).



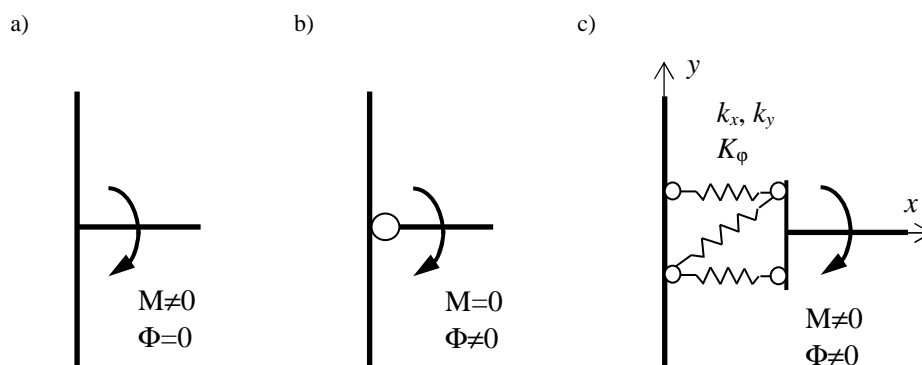
Rys. 1. Obliczeniowa charakterystyka moment-obrót węzła (a) widok węzła (b) model (c) wykres zależności moment-obrót, na podstawie [5]

Fig. 1. Design moment-rotation characteristic for joint (a) joint view (b) model (c) diagram of moment-rotation function, based on [5]

2. Model mechaniczny węzła

W zależności od kształtu węzła, jego wymiarów oraz liczby łączników węzeł ma określoną zdolność do przenoszenia sił wewnętrznych i w modelu obliczeniowym konstrukcji może być traktowany jako sztywny (Rys. 2 a), nominalnie przegubowy (Rys. 2 b) lub podatny o skończonej sztywności (Rys. 2 c). Jednym z najpopularniejszych połączeń stosowanych w konstrukcjach stalowych jest złącze dwóch profili dwuteowych na śruby. Uwzględnienie wszystkich części składowych takiego złącza wymaga rozbudowanego modelu mechanicznego. Do budowy modelu obliczeniowego węzła, który uwzględnia właściwości strukturalne elementów składowych można zastosować tzw. metodę składnikową, której główne zasady zawarte są w normie [5]. W metodzie tej uwzględnia się

efekty działania siły poprzecznej oraz siły osiowej w pasach i środnikach, efekt zginania blachy czołowej oraz właściwości sprężyste łączników. Podejście w którym uwzględnia się pracę przynajmniej części elementów składowych węzła jest konieczne, gdy w obliczeniach stosowany jest model węzła podatnego o określonej sprężystości.



Rys. 2. Model mechaniczny węzła (a) sztywny (b) nominalnie przegubowy (c) podatny o skończonej sztywności

Fig. 2. Mechanical model of a joint (a) rigid (b) nominally pinned (c) semirigid with finite stiffness

W modelu węzła podatnego niezbędne jest określenie właściwości sprężystych złącza po kierunku przemieszczeń translacyjnych (k_x, k_y) oraz sztywności rotacyjnej opisywanej współczynnikiem sprężystości obrotowej K_ϕ .

W pracy [1] Faella podał sposób określenia wpływu podatności węzła na odpowiedź dynamiczną wielopiętrowej i wielonawowej rami portalowej. Z regularnej konstrukcji wydzielona została część składająca się z jednego słupa o wysokości jednej kondygnacji h oraz z dochodzących do niego rygli. W analizowanej podkonstrukcji u podstawy słupa i w głowicy dołączone były rygle o długości równej połowie rozpiętości przęsła L . Sztywności giętkie elementów zdefiniowane zostały na podstawie modułu Younga E oraz momentów bezwładności przekrojów słupa i rygla, odpowiednio I_c i I_b . Węzły, które łączyły rygle ze słupem miały zadaną sztywność rotacyjną opisaną współczynnikiem sprężystości obrotowej K_ϕ wyrażonym w kNm/rad.

Na podstawie relacji pomiędzy parametrem sztywności wyznaczonym dla konstrukcji podatnej oraz konstrukcji sztywnej w pracy [1] podano wzór na stosunek odpowiednich okresów drgań własnych tych układów:

$$\Psi = \frac{T_k}{T_\infty} = \left(\frac{K_{1\infty}}{K_{1k}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

gdzie: T_k – okres drgań własnych modelu podatnego [s],

T_∞ – okres drgań własnych modelu sztywnego [s],

K_{1k} – współczynnik sztywności dla modelu podatnego [kNm/rad],

$K_{1\infty}$ – współczynnik sztywności dla modelu sztywnego [kNm/rad].

Dla analizowanego wycinka ramy, czyli układu czterech rygli połączonych ze słupem odpowiednie współczynniki sztywności zostały zdefiniowane jako:

$$K_{1k} = \frac{12EI_c}{h^3} \frac{\bar{K}\zeta}{\bar{K} + 6 + \bar{K}\zeta}, \quad K_{1\infty} = \frac{12EI_c}{h^3} \frac{\zeta}{1 + \zeta} \quad (2)$$

gdzie współczynnik \bar{K} nazwano bezwymiarową sztywnością obrotową, a ζ współczynnikiem sztywności połączenia belki ze słupem:

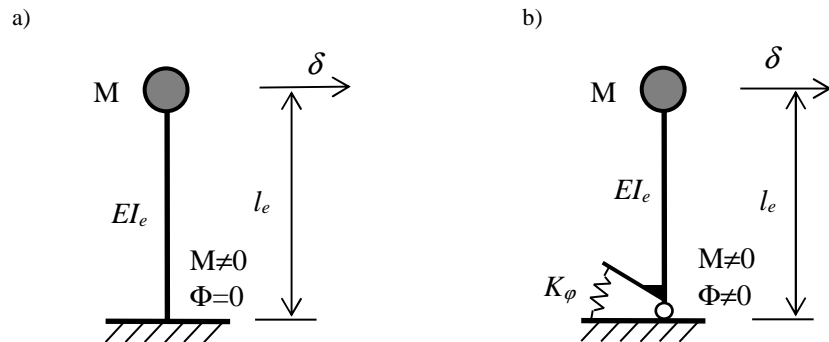
$$\zeta = \frac{EI_b}{EI_c} \frac{h}{L}, \quad \bar{K} = \frac{K_\phi L}{EI_b} \quad (3)$$

Z powyższych zależności wynika, że okres drgań własnych układu zmniejsza się wraz ze wzrostem jego współczynnika sztywności oraz że częstość drgań własnych układu maleje wraz ze spadkiem wartości współczynnika sztywności węzła.

Korzystając ze wzoru (1) określono związek pomiędzy współczynnikiem sprężystości obrotowej K_ϕ a stosunkiem odpowiednich okresów drgań własnych Ψ wyznaczonym dla modelu węzła, w którym pojedynczy pręt jest połączony śrubami z podstawą (Rys. 3, 4 i 5).

Przyjęto, że w układzie modelowanym jako sztywnym kątem obrotu przekroju przy blasze czołowej jest równy zero ($\Phi=0$), natomiast w układzie podatnym kąt ten jest różny od zera i zależy od wartości współczynnika sprężystości obrotowej K_ϕ . Na podstawie relacji pomiędzy okresem drgań własnych wyznaczonym dla konstrukcji podatnej oraz konstrukcji sztywnej, którą oznaczono jako Ψ , wyliczono wartość współczynnika sprężystości obrotowej K_ϕ w węźle podatnym (Rys. 3 b):

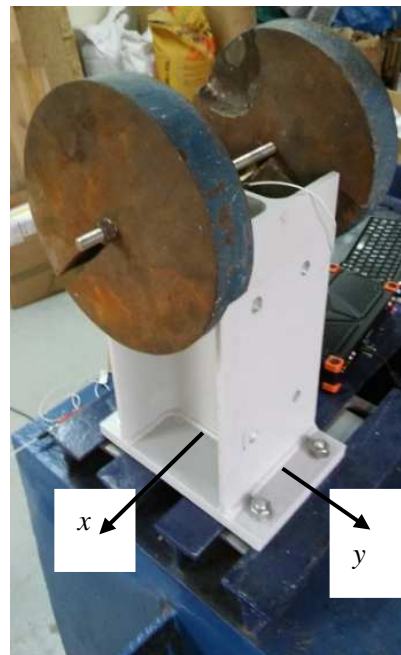
$$K_\phi = \frac{3EI_e}{l_e} \frac{1}{(\Psi^2 - 1)} \quad (4)$$



Rys. 3. Płaski model pojedynczego węzła (a) sztywny (b) podatny zadaną sprężystością obrotową
 Fig. 3. The flat model of a single joint (a) rigid (b) semirigid with a given rotational stiffness



Rys. 4. Węzeł podatny pojedynczy
 Fig. 4. The semirigid single joint



Rys. 5. Węzeł z dołączoną masą
 Fig. 5. The joint with an additional mass

Po odpowiednich przekształceniach wartość okresu drgań własnych konstrukcji podatnej można ustalić na podstawie odpowiednich parametrów sprężystych rozpatrywanego węzła oraz na podstawie okresu drgań własnych T_{∞} wyznaczonego dla konstrukcji sztywnej:

$$T_k = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{K} + 3} \right)^{\frac{1}{2}} T_\infty \quad (5)$$

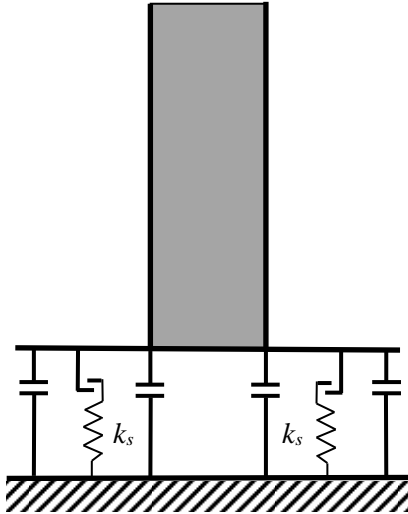
Bezwymiarową sztywnością obrotową \bar{K} należy wyznaczyć według wzoru (3) przyjmując długość elementu $L = l_e$ (Rys. 3).

3. Przykład obliczeniowy

Analizie poddano węzeł zbudowany ze stalowego profilu dwuteowego HEA 200 z przyspawaną blachą czołową grubości 20 mm mocowanego do podłoża śrubami M 16 (Rys. 4).

W uproszczonym modelu węzła podatnego (Rys. 3 b) jedynym parametrem opisującym sztywność połączenia jest współczynnik sprężystości obrotowej K_φ .

W modelu bardziej złożonym (Rys. 6), zbliżonym do rzeczywistego elementu można uwzględnić sztywności i rozstawy śrub oraz wymiary poprzeczne samego elementu. Ponadto w takim modelu można dopuścić odrywanie blachy czołowej od podłoża oraz założyć, że śruby mają zadaną sprężystość k_s i przenoszą tylko siłę rozciągającą.



Rys. 6. Złożony model węzła podatnego

Fig. 6. The complex model of the semirigid joint

Korzystając z zaawansowanych programów bazujących na metodzie elementów skończonych węzeł konstrukcyjny można analizować przestrzennie, gdzie oprócz rozwiązań uzyskanych jak w modelu prostym można wyznaczyć

postaci i częstości drgań własnych związane z ruchem skrętnym części składowych węzła.

3.1. Badania doświadczalne

W badaniach doświadczalnych testowano zachowanie dynamiczne węzła konstrukcyjnego. Podczas badań wykorzystany został sprzęt:

- do wzbudzania drgań: młotek modalny 50mV/lbf, symbol 2302-50,
- do pomiaru odpowiedzi dynamicznej konstrukcji: jednoosiowy akcelerometr Endevco 100 mV/g, symbol 42A16-1032,
- do akwizycji danych, analizator SIRIUS 8xACC, symbol DEW_SIRIUS 8xACC.

Do przetwarzania i analizy wyników z pomiaru wykorzystano oprogramowanie Dewesoft X2, wersja: SP6 (Copyright © 2000 - 2017 Dewesoft). Analizator SIRIUS posiada osiem wejść analogowych +/- 10V, zdolność próbkowania do 200 kHz/kanał, konwersję analogowo cyfrową 2x24 bit oraz interfejs komunikacyjny USB.

W kolejnych próbach zmieniano kierunek działania impulsu dynamicznego oraz zmieniano kierunek pomiaru przyspieszeń konstrukcji wzbudzanej. W teście dynamicznym element o długości 40 cm obciążano impulsem dynamicznym wywołanym młotkiem modalnym (model 2302-50). Podczas prób mierzono odpowiedź dynamiczną konstrukcji odczytując zmianę przyspieszenia w czasie przy użyciu akcelerometru (model 42A16). Dane wszystkich pomiarów zostały zebrane w analizatorze Sirius (typ 8xACC). W trakcie badań, w celu określenia częstości drgań własnych konstrukcji, w czasie rzeczywistym wykonano szybką transformację Fouriera (FFT).

Kolejne badania węzła zostały wykonane dla układu z masą dołączoną. W tym przypadku na końcu elementu umieszczono dwa krążki metalowe o masie 16,6 kg każdy (Rys. 5). W wyniku tych badań otrzymano niższe wartości częstości drgań własnych. Charakterystyki dynamiczne dla analizowanych konstrukcji wyznaczono także analitycznie przyjmując odpowiednie modele obliczeniowe.

3.2. Wyniki badań

Częstości drgań własnych węzła konstrukcyjnego zostały wyznaczone analitycznie z wykorzystaniem prostych modeli oraz w testach dynamicznych. Dla modelu sztywnego (Rys. 3 a) wyznaczono podstawowe częstości drgań własnych w dwóch prostopadłych płaszczyznach, związane z sztywnościami giętnymi EI_x i EI_y przyjętymi dla profilu HEA 200. Analizę wykonano w dwóch wariantach, bez masy (Rys. 4) oraz z dodatkową masą skupioną $m = 33.2$ kg przymocowaną w górnej części (Rys. 5). Otrzymano częstości kołowe drgań własnych układu sztywnego $\omega_{\infty,x}$ i $\omega_{\infty,y}$. W tabeli 1 podano wyznaczone na

podstawie częstości kołowych ω odpowiednie częstości f wyrażone w hercach [Hz]. W teście dynamicznym wyznaczono odpowiedź konstrukcji wzbudzonej impulsem, a po przeprowadzeniu szybkiej transformacji Fouriera wyznaczono częstości drgań własnych dla układu podatnego. Uzyskane na ich podstawie okresy drgań T_i umożliwiły wyznaczenie współczynników sprężystości obrotowej K_ϕ dla układu podatnego (Rys. 3b), odpowiednio w dwóch prostopadłych płaszczyznach (Tab. 1).

Tabela 1. Parametry dynamiczne wężła prostego

Table 1. The dynamic parameters of a single joint

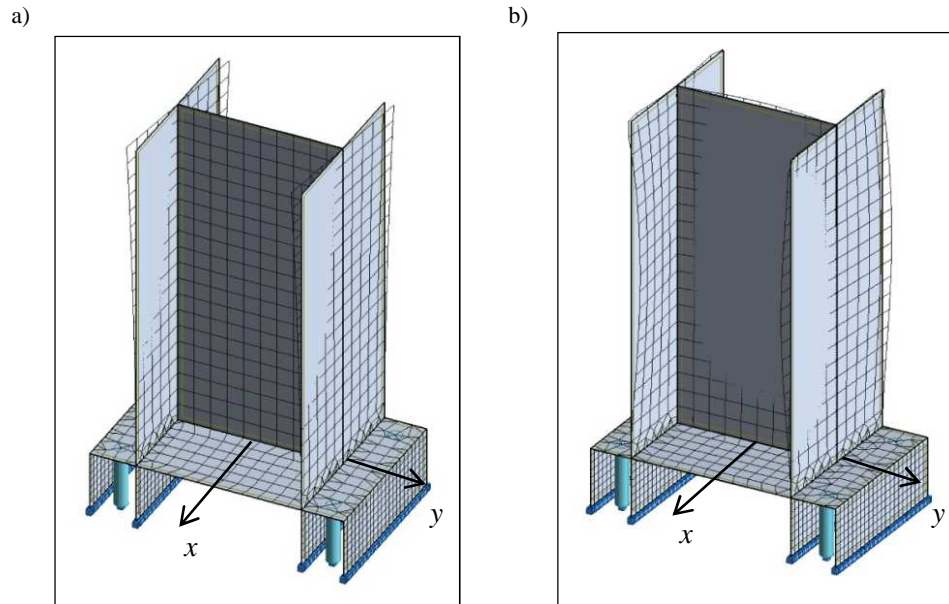
Płaszczyzna drgań	Wariant	Częstotliwość drgań własnych f [Hz]		Współczynnik sprężystości obrotowej K_ϕ [kNm/rad]
		Model sztywny (rozwiązanie analityczne)	Model podatny (eksperyment)	
Kierunek X	bez masy	1237,4	242,9	2167
	z masą	429,4	84,8	2192
Kierunek Y	bez masy	786,5	191,7	1241
	z masą	258,8	65,3	1334

Dodatkowo rozpatrywany węzeł poddano analizie przestrzennej przyjmując sposób podparcia zgodny z modelem przedstawionym na rysunku 6. Założono, że blacha czołowa jest podparta na czterech równoległych krawędziach i styk ten nie przenosi rozciągania. Ponadto przyjęto, że śruby przenoszą tylko rozciąganie i przestają działać, gdy pojawia się siła ściskająca. Obliczenia wykonano w programie Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2011. Przy tych założeniach otrzymano początkowe częstości drgań własnych podobne jak w eksperymencie, odpowiednio: $f_x = 84,63$ Hz i $f_y = 62,81$ Hz. Związane z nimi postaci drgań (Rys. 7) mają złożoną formę, typową dla układu przestrzennego.

4. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych analiz można stwierdzić, że istnieje możliwość określenia współczynnika sprężystości obrotowej dla wężła podatnego na podstawie parametrów wyznaczonych w teście dynamicznym. Należy podkreślić, że wyznaczony parametr sztywności obowiązuje w zakresie sprężystym pracy wężła i można go interpretować jako tangens kąta oznaczonego jako początkowa sztywność obrotowa $S_{j,ini}$ (Rys. 1 c).

W przypadku węzłów rozbudowanych lub złożonych z kilku profili dwuteowych do wyznaczenia współczynników sprężystości obrotowej dla każdego złącza śrubowego oddzielnie niezbędne jest przeprowadzenie analizy modalnej.



Rys. 7. Postaci drgań węzła (a) dla częstotliwości $f = 62,81$ Hz (b) dla częstotliwości $f = 84,63$ Hz

Fig. 7. The modes of vibrations (a) for frequency $f = 62,81$ Hz (b) for frequency $f = 84,63$ Hz

Analiza wyników modalnych pozwala określić postaci i częstość drgań własnych związane z odpowiednią formą odkształcenia elementu. W omawianej metodzie niezbędne jest wybranie właściwej częstości zmierzonej podczas eksperymentu i powiązanie jej z odpowiednią częstością wyznaczoną w sposób analityczny lub metodą elementów skończonych dla modelu sztywnego.

Podziękowania.

Badania zostały wykonane i sfinansowane w ramach działalności statutowej nr 01/11/DSPB-0807 realizowanej w Instytucie Konstrukcji Budowlanych Politechniki Poznańskiej.

Literatura

- [1] Faella C., Piluso V., Rizzano G.: Structural steel semirigid connections. Theory, Design and Software. CRC Press, 2000.
- [2] Ślęcka L: Kształtowanie i analiza wybranych węzłów ram stalowych poddanych oddziaływaniom zmiennym. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2013.
- [3] Giżejowski M., Standardowe modele połączeń podatnych w szkieletowych konstrukcjach stalowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 10, 1997.

- [4] PN-EN 1993-1-1 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1.1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa 2006.
- [5] PN-EN 1993-1-8 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN, Warszawa 2006.
- [6] Malesza J.: Wpływ zmian sztywności i odkształcalności węzłów na redystrybucję sił wewnętrznych w wielokondygnacyjnej konstrukcji ramowej. Budownictwo i Inżynieria Środowiska. Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2, 2011.
- [7] Bródka J., Kozłowski A.: Projektowanie i obliczanie połączeń i węzłów konstrukcji stalowych, tom 2, PWT, Rzeszów 2009.

IDENTIFICATION OF THE STIFFNESS PARAMETERS OF THE STRUCTURAL JOINT BASED ON THE RESULTS OF THE DYNAMIC TEST

S u m m a r y

In the work the stiffness parameters of structural nodes were analyzed. The main purpose of the study was to determine the rotational stiffness of a joint. The joint is considered as a semirigid when the relationship between the bending moment and the angle of the cross-section rotation excludes the treatment of the joint as a rigid one or as a nominally pinned.

The relationship between the ratio of stiffness coefficients and the ratio of the natural frequencies derived for a flexible and a rigid structure was used. The natural frequencies for considered joint were determined analytically using the rigid model. In the dynamic test the response of the system induced by an impulse load was measured. The natural frequencies for a system regarded as a flexible one were derived using the Fast Fourier Transform. After determination of the rotational stiffness the natural frequencies were derived for the joint applying the semirigid model.

For considered joint the 3D analysis was also carried out using an advanced program based on the finite element method. The numerical example confirmed the possibility of determining of the rotational stiffness by the dynamic characteristics obtained in a dynamic test.

Keywords: semirigid node, dynamic characteristics, experimental investigation, bar structures

Przesłano do redakcji: 15.02.2017 r.

Przyjęto do druku: 28.04.2017 r.