

Karol WRÓBEL\*  
Piotr SERKIES\*

## **OGRANICZENIE ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ PREDYKCYJNEGO REGULATORA POŁOŻENIA WAŁU W NAPĘDZIE Z SILNIKIEM INDUKCYJNYM**

W pracy przedstawiono analizę możliwości wykorzystania różnych metod redukcji złożoności obliczeniowej regulatorów predykcyjnych na przykładzie regulatora pozycji wału napędu z silnikiem indukcyjnym. We wstępie omówiono problem pozycjonowania elementów wykonawczych. Przedstawiono podstawową kaskadową strukturę sterowania. Porównano ją z algorytmami predykcyjnymi. W drugim rozdziale opisano algorytmy sterowania predykcyjnego. W kolejnej części pracy skupiono się na zagadnieniu ograniczenia złożoności obliczeniowej algorytmów predykcyjnych. W kolejnej części zaprezentowano strukturę sterowania oraz model matematyczny silnika wykorzystywany przez regulator. Następnie zbadano możliwość redukcji złożoności obliczeniowej zaprojektowanego predykcyjnego regulatora położenia wału silnika indukcyjnego poprzez zmniejszenie liczby regionów. W badaniach symulacyjnych sprawdzono wpływ proponowanej metody na złożoność obliczeniową.

SŁOWA KLUCZOWE: regulator predykcyjny, silnik indukcyjny, regulator położenia, złożoność obliczeniowa

### **1. WPROWADZENIE**

Powszechność aplikacji napędowych stosowanych zarówno w przemyśle, jak i w gospodarstwie domowym wpływa na dynamiczny rozwój układów automatyki napędu elektrycznego. Jednym z głównych zadań stawianych współczesnym układom napędowym jest pozycjonowanie elementów wykonawczych. W zautomatyzowanych procesach produkcyjnych coraz częściej zwiększa się wymagania dotyczące dokładności i czasu pozycjonowania. W przypadku napędów pozycjonujących niedopuszczalne jest występowanie przeregulowań i uchybów ustalonych. Dostępność zaawansowanych układów mikroprocesorowych i energoelektronicznych umożliwia zastępowanie klasycznych układów, wydajniejszymi i nowocześniejszymi, ale także bardziej skomplikowanymi algorytmami sterowania. Podstawową i najczęściej stosowaną w napędzie

---

\* Politechnika Wroclawska.

elektrycznym jest struktura kaskadowa. Składa się szeregowo połączonych regulatorów: nadrzędnego pozycji, podporządkowanego prędkości i podrzędnego momentu (prądu). Strukturę tę używa się niezależnie od typu zastosowanego silnika napędowego. Układ taki obok niewątpliwych zalet takich jak: prostota budowy i doboru nastaw regulatorów, szybkości eliminowania zakłóceń, łatwości przeprowadzenia dowodu stabilności, nie daje możliwości uwzględnienia ograniczeń wartości regulowanych na etapie projektowania. Znane kryteria doboru nastaw regulatorów, takie jak kryterium modułu i symetrii, kryterium Zieglera-Nicholsa, nie uwzględniają ograniczeń nakładanych na poszczególne sygnały sterujące. W przypadku algorytmów predykcyjnych ograniczenia sygnałów sterujących i wewnętrznych zmiennych stanu można uwzględnić na etapie projektowania regulatora. Umożliwia to uzyskanie, zgodnie z założonym kryterium, optymalnych przebiegów zmiennych stanu. Kolejną zaletą regulatorów predykcyjnych jest duża dowolność kształtowania właściwości dynamicznych i statycznych. Dynamika zależy od wartości współczynników przyjętych w funkcji celu. Możliwe jest zatem zapewnienie lepszych właściwości dynamicznych i statycznych niż w klasycznym regulatorze PI.

W układach regulacji położenia stosowane są także metody bazujące na bieżącej identyfikacji parametrów napędu, przy wykorzystaniu rozszerzonego filtra Kalmana i zastosowaniu przestrajalnych regulatorów typu PI [1], regulatorów ślizgowych [2] oraz szereg rozwiązań opartych na systemach inteligentnych, sieciach neuronowych i logice rozmytej [3].

## 2. ALGORYTMY PREDYKCYJNE

Prace dotyczące sterowania predykcyjnego można podzielić na dwie grupy. Do pierwszej grupy zaliczyć można algorytmy z horyzontem predykcji równym jednemu okresowi próbkowania. Stosowane są głównie w sterowaniu przekształtników energoelektronicznych, a ich główną zaletą jest stosunkowo niska złożoność obliczeniowa. Drugą grupę stanowią algorytmy, w których horyzont predykcji zawiera kilka lub kilkanaście okresów próbkowania. Wydłużenie długości okresu przewidywania umożliwia uzyskanie lepszych właściwości dynamicznych układu [4], jednakże w znacznym stopniu zwiększa wymagany nakład obliczeniowy. W przypadku zastosowania optymalizacji *on-line* (w którym problem rozwiązywany jest w każdym kroku obliczeń dla aktualnego stanu obiektu) skutkuje to ograniczeniem możliwości zastosowania tego typu algorytmów do układów z relatywnie dużymi stałymi czasowymi. W przypadku zastosowania optymalizacji *off-line* przestrzeń stanu dzielona jest na regiony ( $P_r$ ), które opisane są nierównościami określającymi ich granice (1b). Do każdego regionu przypisane jest prawo sterowania, które jest liniową funkcją zmiennych stanu (1a).

$$u(x) = F_r x(k) + g_r \quad \forall x \in P_r, r = 1, \dots, N_r \quad (1a)$$

$$P_r = \{x \in \mathbf{R}^n \mid H_r x \leq K_r\} \quad (1b)$$

Optymalny sygnał sterujący wyznaczany jest poprzez minimalizację wartości funkcji celu, określonej zależnością (2) przy uwzględnieniu założonych ograniczeń sygnałów sterujących i poszczególnych zmiennych stanu.

$$J_N^* = \min_{U = [u_0^T, \dots, u_{N_u-1}^T]^T} [\sum_{k=0}^{N_p} y_k^T Q y_k + \sum_{k=0}^{N_u-1} u_k^T R u_k] \quad (2)$$

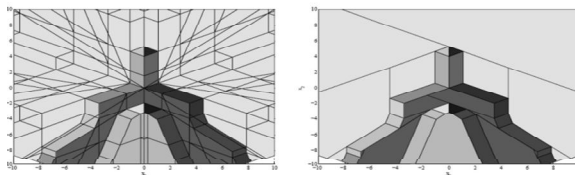
### 3. REDUKCJA ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ ALGORYTMÓW PREDYKCYJNYCH

Dzięki podziałowi przestrzeni stanu na regiony i wyznaczeniu prawa sterowania obowiązującego w poszczególnych regionach, problem wyznaczenia sterowania sprowadza się do znalezienia aktywnego regionu i zastosowaniu przypisanego do tego regionu prawa sterowania. Zastąpienie optymalizacji *on-line*, metodą *off-line* umożliwia zastosowanie sterowania predykcyjnego do układów o małych stałych czasowych, takich jak napędy elektryczne. Najprostszy algorytm wyszukiwania aktywnego regionu zakłada przeszukiwanie po kolei wszystkich regionów, aż do znalezienia tego właściwego. Algorytm ten jest prosty do zaimplementowania, ale nie jest optymalny pod względem złożoności obliczeniowej. W najgorszym przypadku wymaga wykonania  $nN_c$  operacji mnożenia,  $(n-1)N_c$  operacji sumowania oraz  $N_c$  operacji porównań, gdzie  $N_c = \sum_{i=1}^{N_r} N_c^i$  jest liczbą wszystkich nierówności opisujących poszczególne obszary,  $n$  to wymiar wektora stanu. W przypadku wygenerowania dużej liczby regionów, przeszukiwanie obszarów przez ten algorytm może okazać się zbyt kosztowne obliczeniowo. Redukcję złożoności obliczeniowej algorytmów uzyskanych metodą *off-line*, można uzyskać poprzez:

- zmniejszenie horyzontów predykcji wyjść i sterowań,
- zmniejszenie liczby regionów,
- alternatywne metody wyznaczania sterowania.

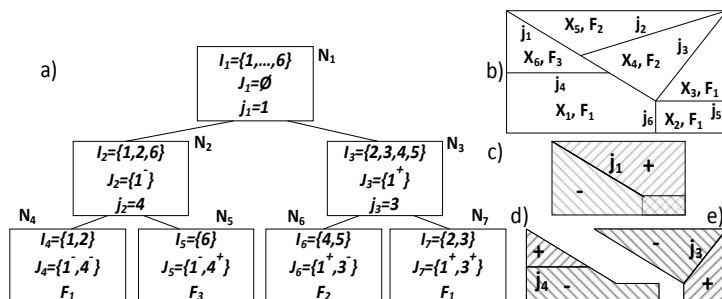
Jak już wcześniej wspomniano wydłużenie horyzontów predykcji umożliwia uzyskanie lepszych właściwości dynamicznych układu. Skrócenie okresu przewidywań powoduje zatem pogorszenie właściwości układu regulacji. Wybór długości horyzontu musi stanowić kompromis pomiędzy jakością sterowania a realizowalnością algorytmu. Dodatkowo ogranicza się często horyzont predykcji sterowań, zakładając zerową wartość przyrostu sygnału sterującego dla całego horyzontu predykcji wyjść, co w znacznym stopniu redukuje złożoność obliczeniową algorytmu.

Zmniejszenie liczby regionów uzyskuje się poprzez łączenie obszarów z tym samym prawem sterowania, przy założeniu, że wynikowy region będzie regionem wypukłym. Obszar jest wypukły, jeśli dowolne dwa punkty leżące w jego środku, można połączyć odcinkiem, w całości zawierającym się w danym obszarze. W wyniku zastosowania tej metody nie zmniejsza się liczby praw sterowania, jak w przypadku ograniczenia horyzontów, uzyskuje się natomiast lepszy sposób podziału przestrzeni. Przykład zastosowania tej metody przedstawiono w pracy [5] oraz na rysunku 1. W wyniku łączenia regionów otrzymuje się nowe obszary o maksymalnej powierzchni, tych samych prawach sterowania, przy zachowaniu właściwości wypukłości. Maksymalna powierzchnia gwarantuje maksymalną redukcję ilości regionów. W innych pracach (np. [6]) autorzy proponują usuwanie małych lub „skrajnych” regionów (takich regionów, których zastosowanie jest mało prawdopodobne, mają małe powierzchnie, trajektorie przebywają w nich minimalną ilość czasu i mogą być wybrane w wyniku występowania np. szumów pomiarowych).



Rys. 1. Ograniczenie złożoności obliczeniowej przy zastosowaniu metody łączenia regionów [5]

Wśród alternatywnych metod wyznaczania sterowania ograniczające złożoność obliczeniową, służących do bardziej efektywnego przeszukiwania zbioru rozwiązań, wyróżnić można między innymi metody wykorzystujące drzewa binarne. Metody te nie ograniczają ilości regionów ani praw sterowania. Wyznaczenie sterowania związanego z aktualnym stanem polega, podobnie jak w klasycznym algorytmie, na znalezieniu aktywnego regionu, a następnie na zastosowaniu prawa sterowania powiązanego z tym regionem. Zasadniczym problemem jest zminimalizowanie czasu oraz liczby operacji matematycznych niezbędnych do wyznaczenia aktywnego regionu. W tym celu *off-line* tworzy się binarne drzewo poszukiwań, które następnie wykorzystywane jest *on-line*. Drzewo zbudowane jest z korzenia (węzła startowego), węzłów pośrednich oraz liści (węzłów końcowych). W każdym węźle szacowana jest wartość jednej funkcji  $d_j(x) = H_j x - K_j$  ( $H_j x = K_j$  dla  $j = 1, 2, \dots, N_{cr}$  oznacza wszystkie hiperpłaszczyzny opisujące wielościany w partycji) oraz sprawdzany jest jej znak. W oparciu o znak funkcji  $d_j(x)$  w danym węźle wybierane jest lewe lub prawe poddrzewo. Przykładowe drzewo poszukiwań pokazane jest na rysunku 2a. Zbiór regionów oraz ich podział odpowiadający kolejnym poziomom drzewa przedstawiono na rysunku 2b–e. Algorytm budowy binarnego drzewa poszukiwań (w tym np. kryterium sortowania zbioru indeksów) podany jest m.in. w [7].



Rys. 2. Przykładowe drzewo binarne, zbiór regionów oraz powiązanych z nimi praw sterowania [7]

#### 4. STRUKTURA STEROWANIA, MODEL MATEMATYCZNY

Część elektromagnetyczną opisano za pomocą modelu silnika indukcyjnego, zapisanego w układzie  $x$ - $y$  w jednostkach względnych, przy orientacji wektorów przestrzennych na strumień wirnika i uwzględnieniu powszechnie stosowanych założeń upraszczających [8]. Układ napędowy, sterowany ma być z falownika napięcia, należy zatem uwzględnić obwód stojana. W równaniu tego obwodu występują sprzężenia skrośne, które należy odprzęgać przy sterowaniu [8].

Struktura sterowania, budową zbliżona jest do układu połowo zorientowanego. Występuje w niej jednak jeden regulator predykcyjny, wykorzystujący model obiektu w przestrzeni stanu. Zbudowany jest przy założeniu, że napęd pracuje w obszarze stałego momentu, a strumień stabilizowany jest na wartości znamionowej. Pominięto również człony odprzęgające, które uwzględniono w strukturze sterowania. Wektor zmiennych stanu został rozszerzony o dwie zmienne referencyjne. W strukturze sterowania minimalizowane są uchyby strumienia wirnika i położenia wału. Model obiektu przedstawia układ równań (3).

$$\frac{d}{dt}x = Ax + Bu, \quad y = Cx \tag{3}$$

gdzie:

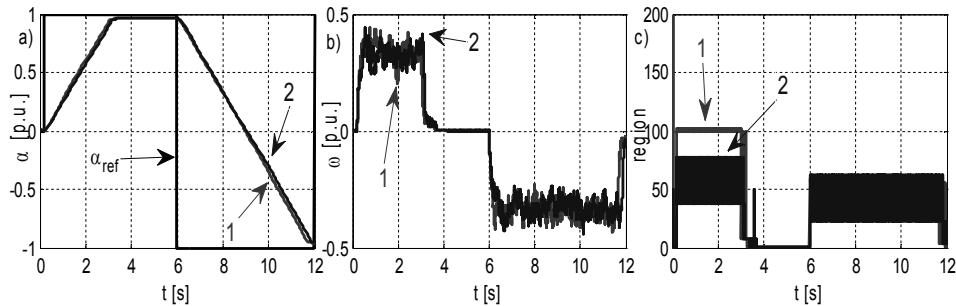
$$x = \begin{bmatrix} i_{sx} \\ \psi_r \\ i_{sy} \\ \omega \\ \alpha \\ m_L \\ \psi_r^{ref} \\ \alpha^{ref} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} \psi_r(k) - \psi_r^{ref}(k) \\ \alpha(k) - \alpha^{ref}(k) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma T_N x_s & -r_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_M r_r & x_r T_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma T_N x_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\psi_r^{nom} x_M}{x_r T_M} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma T_N x_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma T_N x_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^T$$

$u_{sx}$ ,  $u_{sy}$ ,  $i_{sx}$ ,  $i_{sy}$  – napięcia i prądy stojana w osiach  $x$  i  $y$ ,  $\psi_r = \psi_{rx}$ ,  $\psi_r^{ref}$  – strumień wirnika w osi  $x$  i referencyjny,  $T_N$  – stała czasowa odniesienia,  $r_s$ ,  $r_r$  – rezystancje: stojana, wirnika,  $x_s$ ,  $x_r$ ,  $x_M$  – reaktancje: stojana, wirnika, magnesująca,  $\sigma$  – całkowity współczynnik rozproszenia silnika,  $T_M$  – mechaniczna stała czasowa silnika,  $m_L$  – moment obciążenia,  $\omega$  – prędkość napędu,  $\alpha$ ,  $\alpha^{ref}$  – położenie wału i wartość referencyjna,  $T_\alpha$  – stała pozycjonowania, przy czym:

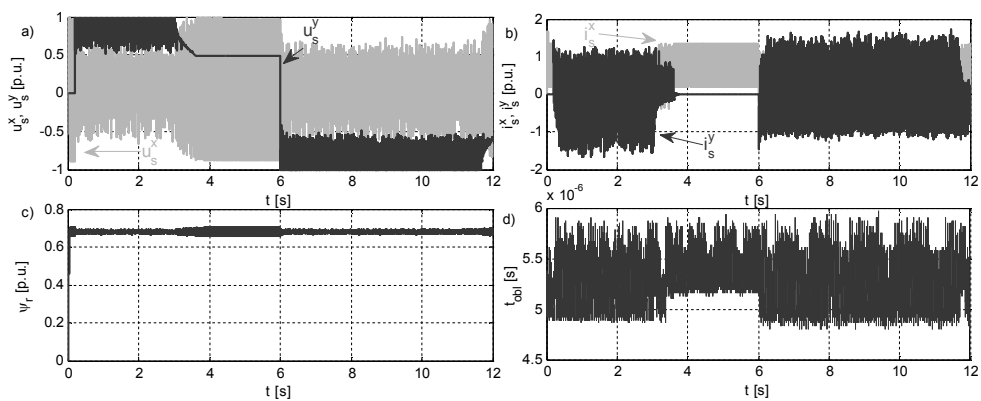
$$|u_{sx}| \leq u_{sx}^{max}; |u_{sy}| \leq u_{sy}^{max}; |i_{sx}| \leq i_{sx}^{max}; |i_{sy}| \leq i_{sy}^{max}; |\omega| \leq \omega^{max}$$

## 5. WYNIKI BADAŃ

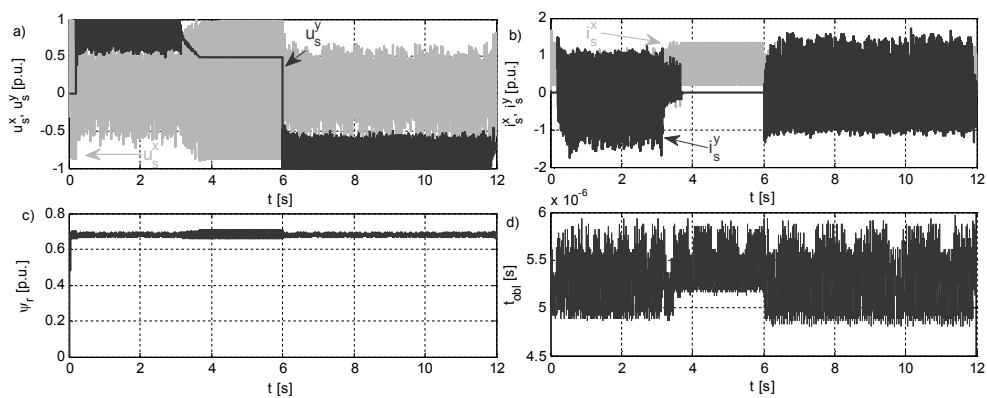
Schemat eksperymentu przewidywał skok sygnału strumienia zadanego w chwili 0 s do wartości znamionowej. W chwili 0,2 s następowała skokowa zmiana położenia zadanego do wartości 1. Następnie w chwili 6 s następowała skokowa zmiana położenia do wartości -1. Na rysunku 3 zaprezentowano porównanie przebiegów położenia wału, prędkości wału oraz zastosowanego regionu dla klasycznego regulatora predykcyjnego i dla regulatora z redukcją liczby regionów. Na rysunkach 4 i 5 zaprezentowano porównanie przebiegów napięć i prądów w osiach  $x$  i  $y$ , strumienia wirnika oraz czasu obliczenia sterowania dla obu badanych regulatorów. Natomiast na rysunkach 6 i 7 przedstawiono powierzchnie sterowania strumieniem oraz położeniem dla obu regulatorów w określonym punkcie pracy.



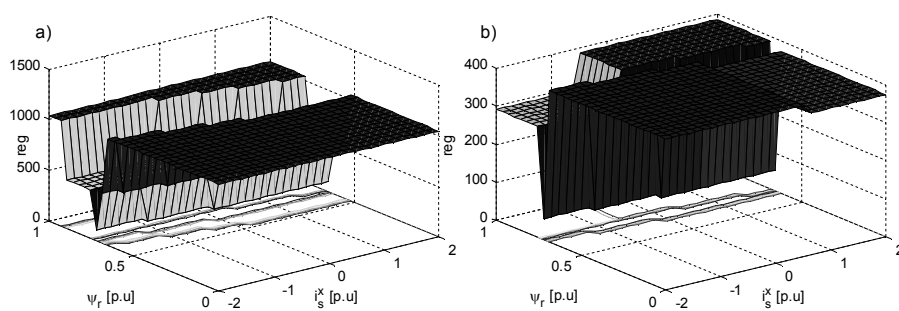
Rys. 3. Przebiegi zmiennych stanu dla klasycznego regulatora predykcyjnego (1) i układu z redukcją liczby obszarów (2): a) położenie wału, b) prędkość wału, c) wybrany region



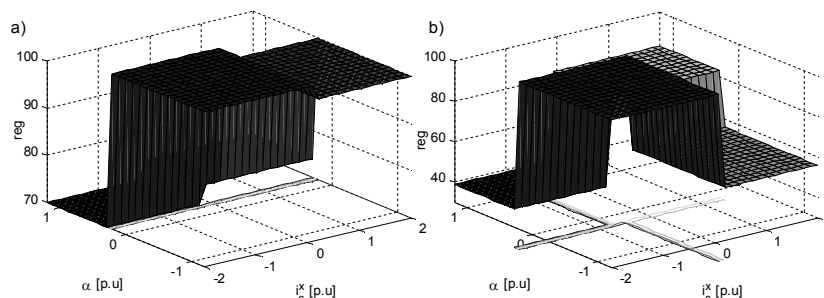
Rys. 4. Przebiegi: a) napięć stojana w osiach  $x$  i  $y$ , b) prądów w osiach  $x$  i  $y$ , c) strumienia wirnika, d) czasu obliczenia sterowania dla klasycznego regulatora predykcyjnego



Rys. 5. Przebiegi: a) napięć stojana w osiach  $x$  i  $y$ , b) prądów w osiach  $x$  i  $y$ , c) strumienia wirnika, d) czasu obliczenia sterowania dla regulatora predykcyjnego z redukcją liczby regionów



Rys. 6. Powierzchnie sterowania strumieniem: a) tradycyjny algorytm predykcyjny, b) algorytm z redukcją liczby regionów



Rys. 7. Powierzchnie sterowania położeniem: a) tradycyjny algorytm predykcyjny, b) algorytm z redukcją liczby regionów

## 5. PODSUMOWANIE

Dzięki zastosowaniu metody redukcji regionów uzyskano zmniejszenie liczby regionów z 1323 do 735. Nie wpłynęło to jednak znacząco na czas obliczenia sterowania. Średni i maksymalny czas obliczenia sterowania w przypadku obu regulatorów jest w zasadzie porównywalny. Udało się jednak uzyskać zmniejszenie pamięci niezbędnej do przechowywania zbioru rozwiązań. Nie odbyło się to kosztem pogorszenia właściwości dynamicznych. Jak pokazano na rysunkach 1a), 4c) i 5c) dynamika regulacji w obu przypadkach jest porównywalna. Regulatory szybko i bez przeregulowań stabilizują zarówno strumień jak i położenie na wartościach zadanych. Podczas pracy oba układy utrzymują założone poziomy ograniczeń napięć i prądów (rys. 4a-b i 5a-b) oraz prędkości (rys. 3b).

## LITERATURA

- [1] Schutte E., Beineke S., Rolfsmeier A., Grotstollen H., Online Identification of Mechanical Parameters Using Extended Kalman Filters, Ind. Appl. Conf. IAS'97, New Orleans 1997.
- [2] Barambones O., Alkorta P., Position Control of the Induction Motor Using an Adaptive Sliding-Mode Controller and Observers, IEEE Trans. On Industrial Electronics, Vol. 61, No. 12, 6556–6565, ISSN 0378-0046, 2014.
- [3] Barbosa de Souza Jr. A., Castro Diniz E., Araujo Honorio D., Silva Colado Barreto L.H., Nogueira dos Reis L.L., Hybrid Control Robust Using Logic Fuzzy Applied to the Position Loop for Vector Control to Induction Motors, Electric Power Components and Systems, Vol. 42, Issue 6, 533–543, 2014.
- [4] Morari M., Lee J.H., Model predictive control: Past, present and future, Computers & Chemical Engineering, no. 4–5, 667–682, 1999.
- [5] Grieder P., Morari M., Complexity Reduction of Receding Horizon Control, 42<sup>nd</sup> IEEE Conf. on Decision and Control Maui, Hawaii, Vol. 3, 3179–3190, ISSN 0191-2216, 2003.



- 
- [6] Christophersen F.J., Zeilinger M.N., Jones C.N., Morari M., Controller Complexity Reduction for Piecewise Affine Systems Through Safe Region Elimination, 46<sup>th</sup> IEEE Conf. on Decision and Control New Orleans, LA, USA, 4773–4778, ISSN 0191-2216, 2007.
  - [7] Tondel P. Johansen T.A., Bemporad A., Evaluation of piecewise affine control via binary search tree, *Automatica*, Vol. 39, Issue 5, 945–950, 2003.
  - [8] Orłowska-Kowalska T., *Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi*, Oficyna Wydaw. PWr, Wrocław, 2003.

#### **REDUCTION OF COMPUTATIONAL COMPLEXITY PREDICTIVE POSITION CONTROL OF SHAFT OF INDUCTION DRIVE**

The paper presents an analysis of the possibilities of using a variety of methods to minimize the computational complexity of predictive controllers on the example of the drive shaft position control of induction motor. The preface discusses the problem of positioning actuators and presents the basic cascade control structure. In the second chapter describes predictive control algorithms. In the next part of the paper focuses on the issue of reducing the computational complexity of prediction algorithms. The next section presents the structure of the control and motor's mathematical model used by the controller. Then examined the possibility of reducing the computational complexity of designed predictive controller of induction motor shaft position by reducing the number of regions. In a simulation study examined the impact of the proposed method to the computational complexity.