

WPLYW LOKALNEGO OSŁABIENIA OPORÓW PODSYPKI NA STATECZNOŚĆ TORU KOLEJOWEGO¹

Włodzimierz CZYCZUŁA, Dorota BŁASZKIEWICZ, Paulina SZABŁOWSKA
Politechnika Krakowska Wydział Inżynierii Lądowej

W referacie omówiono zagadnienie stateczności toru bezстыkowego oraz przedstawiono analizę stateczności w przypadku toru położonego na odcinku prostym oraz w łuku kołowym o małym promieniu. W szczególności zajęto się problematyką zmiennego oporu poprzecznego podsypki (jej lokalnego osłabienia), oraz wpływu tego zjawiska na ścieżkę równowagi toru bezстыkowego. Przeanalizowano wpływ różnych wartości oporów poprzecznych podsypki, przy ustalonych pozostałych parametrach nawierzchni. Określono wpływ względnej długości odcinka z osłabionym oporem na temperaturę ekwiwalentną.

Słowa kluczowe: tor kolejowy, osłabienie podsypki, analiza modelu stateczności toru, łuk kołowy o małym promieniu.

1. WPPROWADZENIE

Zagadnieniu stateczności toru bezстыkowego poświęcono wiele prac teoretycznych i doświadczalnych. Z analizy modeli obliczeniowych i prac doświadczalnych wynika, że w stateczności toru podstawowe znaczenie mają następujące czynniki: siły wzdłużne w szynach (pochodzenia termicznego i wynikające ze zmian temperatury neutralnej, spowodowanej przemieszczeniami szyn – [1, 2, 3, 7, 8]), konstrukcja nawierzchni, a zwłaszcza typ podkładów, przytwierdzeń i parametry przyzmy podsypki [3, 4, 6, 7], parametry geometryczne toru, a zwłaszcza makrokrzywizny poziome [3, 7], stan utrzymania nawierzchni, a zwłaszcza nierówności poziome, stan przytwierdzeń i podsypki [1, 3, 7], oddziaływania pojazdów szynowych [1, 3, 7]. W kategoriach parametrów geometrycznych i fizyko-mechanicznych, jakie występują w modelach analizy stateczności toru w płaszczyźnie poziomej, otrzymujemy – zazwyczaj – następujący zbiór:

- przyrost temperatury ekwiwalentnej szyn ΔT_{ekw} [°C] względem temperatury neutralnej, określanej jako temperatura przytwierdzenia szyn do podkładów, skorygowana o tzw. pełzania szyn, czyli trwałe przemieszczenia wzdłużne szyn,
- tzw. sztywność ramowa toru B [Nm²], wynikająca zarówno ze sztywności zginania szyn, jak i sztywności zginania podkładów i sztywności przytwierdzeń,

¹ DOI 10.21008/j.1897-4007.2017.25.09

w tym oporu na skręcanie szyny w przytwierdzeniu i oporów wzdłużnych przytwierdzenia,

- parametrów krzywizny oporów podsypki w kierunku poprzecznym i wzdłużnym, zwłaszcza oporu granicznego w kierunku poprzecznym r [N/m] oraz sztywności wzdłużnej k [N/m²],
- krzywizny poziomej, zwłaszcza w łukach poziomych $1/R$ [m⁻¹],
- parametry nierówności poziomych, zwłaszcza aproksymowanych sinusoidą oraz osłabienia oporów podsypki i sztywności przytwierdzeń, ewentualnie degradacji podkładów,
- parametrów obciążenia – siły pionowe i poziome oraz rozkład osi pojazdów.

Oprócz wyżej wymienionych parametrów należy dołączyć rozkład temperatury ekwiwalentnej wzdłuż toru oraz zmienność parametrów nawierzchni wzdłuż toru, w tym zwłaszcza oporów podsypki, zmienność krzywizny poziomej itd. Tym niemniej zazwyczaj przyjmuje się, że parametry modelu są stałe wzdłuż toru. Przykładem analizy wpływu imperfekcji nawierzchni na stan sił i przemieszczeń, ale bez analizy stateczności, jest praca [8].

Również, choć rzadziej, analizowana jest stateczność toru w płaszczyźnie pionowej (poz. np. [2]).

Celem pracy jest przedstawienie i analiza modelu obliczeniowego stateczności toru w płaszczyźnie poziomej. Będziemy analizować wyłącznie obciążenia statyczne, wynikające ze zmian temperatury ekwiwalentnej względem neutralnej. W procedurze obliczeniowej będziemy wykorzystywać model opisany w pracy [3], który stanowi rozwinięcie modelu analizowanego w pracach [2, 5], ale w odniesieniu do płaszczyzny pionowej. Zaprezentowane zostaną przykładowe wyniki analizy lokalnego osłabienia oporu podsypki na parametry odpowiedzi w zakresie pozakrytycznym, z uwzględnieniem łuków kołowych.

2. MODEL ANALITYCZNY BEZSTYKOWEGO TORU KOLEJOWEGO W PŁASZCZYŹNIE POZIOMEJ

2.1. Przedwyboczeniowa ścieżka równowagi

Przy założeniu sprężystego oporu poprzecznego podsypki, przedwyboczeniowa ścieżka równowagi dla toru bezstykowego ma postać:

$$y = f_0 \cdot \left(\frac{N}{N_E - N} \right) \cdot \sin \frac{\pi x}{L_0} \quad (1)$$

gdzie:

- f_0 – amplituda początkowej nierówności,
- y – sprężyste przemieszczenie poprzeczne toru przy wzdłużnej sile N ,
- N – siła podłużna w obu szynach,
- N_E – siła Eulera dla belki w ośrodku sprężystym,

L_0 – długość fali początkowej nierówności oraz sprężystego przemieszczenia poprzecznego toru.

Dla równania (1) siła Eulera N_E jest równa:

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot B}{L_0^2} + \frac{k_{bv} \cdot L_0^2}{\pi^2} \quad (2)$$

gdzie:

B – sztywność ramowa toru w płaszczyźnie poziomej [Nm^2],

k_{bv} – sztywność poprzeczna podsypki [kN/m^2].

Wiedząc, że nierówność początkowa:

$$y = f_0 \cdot \sin \frac{\pi x}{L_0} \quad (3)$$

ma kształt półfali sinusoidy, uwzględniając warunek zgodności pochodnej na końcach fali przyległych odcinków, wyprowadzamy postać nierówności początkowej równą:

$$y = \frac{f_0}{2} \cdot \left(1 + \cos \frac{\pi x}{L_0} \right) \quad (4)$$

Przy opisanych wyżej założeniach przed-wyboczeniowa ścieżka równowagi dla toru bezstykowego przyjmuje następującą postać:

$$y = \frac{f_0}{2} \cdot \left(\frac{N}{N_E - N} \right) \cdot \left(1 + \cos \frac{\pi x}{L_0} \right) \quad (5)$$

2.2. Niestateczna i wyboczeniowa ścieżka równowagi

W modelu obliczeniowym przyjęto układ współrzędnych (x, y) , który jest symetryczny względem osi y (rys. 1). Długość fali zniekształcenia wynosi $2L$ (wartość różna od wartości L_0 , opisującej długość początkowej imperfekcji toru), a maksymalne przemieszczenie δ będzie w środkowej części układu. Wprowadzony zmienny opór boczny podsypki oznacza, że opór w kierunku poprzecznym na długości 2λ ma stałą wartość oznaczoną r_1 [N/m], natomiast na długości $L - \lambda$ (na zewnętrznych odcinkach strefy zniekształcenia) opór ma wartość r_2 . Z uwagi na to, że $r_1 \neq r_2$, można rozpatrywać przypadek wzmocnienia oporu bocznego w części środkowej dla $r_1 > r_2$ lub osłabienia oporu bocznego podsypki na długości 2λ względem odcinków zewnętrznych strefy wyboczeniowej dla $r_1 < r_2$.

H – reakcja pozioma na końcach strefy wybozeniowej ($H \neq N$).

Dla środkowej części odcinka, dla x należącego do przedziału $(-\lambda, +\lambda)$ funkcja $\Psi(x)$ przedstawia się następująco:

$$\Psi(x) = \frac{-r_2 \cdot x^2}{2B} + \frac{1}{2B} \cdot [r_2 \cdot (L - \lambda)^2 - r_1 \cdot \lambda^2] \quad (8)$$

Natomiast na odcinkach zewnętrznych, przyległych do części środkowej, dla x należącego do przedziału $(-L, -\lambda) \cup (\lambda, L)$ funkcja $\Psi(x)$ ma zapis:

$$\Psi(x) = \frac{-r_2 \cdot x^2}{2B} + \frac{\lambda \cdot (r_2 - r_1) \cdot x}{B} + \frac{r_2 \cdot L^2}{2B} - \frac{L \cdot \lambda \cdot (r_2 - r_1)}{B} \quad (9)$$

Całka ogólna równania niejednorodnego, w części środkowej, ma postać:

$$y = C_1 \cdot \cos \omega x + C_2 \cdot \sin \omega x - \frac{r_1 \cdot x^2}{2H} + \frac{r_2}{2H} \cdot (L - \lambda)^2 + \frac{r_1}{H} \cdot \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{\lambda^2}{2} \right) \quad (10)$$

Na odcinkach zewnętrznych, przyległych do części środkowej, gdzie $x \in (-L, -\lambda) \cup (\lambda, L)$ rozwiązanie ogólne równania niejednorodnego wygląda następująco:

$$y = D_1 \cdot \cos \omega x + D_2 \cdot \sin \omega x - \frac{r_2 \cdot x^2}{2H} + \frac{\lambda \cdot (r_2 - r_1) \cdot x}{H} + \frac{r_2}{H} \cdot \left(\frac{L^2}{2} + \frac{1}{\omega^2} \right) - \frac{L \cdot \lambda \cdot (r_2 - r_1)}{H} \quad (11)$$

Dla uzyskania symetrycznego układu oraz zerowania się funkcji zniekształcenia na końcu odcinka, przyjmujemy następujące warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx}(x=0) &= 0 \\ y(x=L) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Po odpowiednim przekształceniu i uwzględnieniu warunków zgodności przemieszczeń i ich pochodnych w punkcie $x = \lambda$ wartości stałych C_1 , C_2 , D_1 oraz D_2 występujących w równaniu (11) oraz (12) wynoszą odpowiednio:

$$C_2 = 0; C_1 = C \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{-r_2}{H \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega L} + \tan \omega L \cdot \sin \omega \lambda \cdot \left(\frac{r_2 - r_1}{H \cdot \omega^2} + \frac{L \cdot \lambda \cdot r_1}{H} \right) \\
&\quad + \cos \omega \lambda \cdot \left(\frac{r_2 - r_1}{H \cdot \omega^2} + \frac{L \cdot \lambda \cdot r_1}{H} \right) \\
D_2 &= -\sin \omega \lambda \cdot \left(\frac{r_2 - r_1}{H \cdot \omega^2} + \frac{L \cdot \lambda \cdot r_1}{H} \right) \\
D_1 &= \frac{-r_2}{H \cdot \omega \cdot \cos \omega L} - D_2 \cdot \operatorname{tg} \omega L
\end{aligned}$$

W równaniu na przemieszczenia w części środkowej (10) oraz na przemieszczenia w pozostałej części zniekształconego odcinka (11) występują dwa parametry których wielkości nie znamy, tj. siła na końcu zniekształconego odcinka H oraz długość zniekształconego odcinka L . Musimy zatem przyjąć dodatkowe warunki. Pierwszym warunkiem jest zerowanie się pochodnej na końcu wyobczonego odcinka, tzn.:

$$\frac{dy}{dx}(x=L) = 0 \quad \frac{dy}{dx}(x=L) = 0 \quad (14)$$

Z warunku tego otrzymujemy następujące równanie:

$$\sin \omega L - \omega L \cdot \cos \omega L = \left(1 - \frac{r_1}{r_2} \right) \cdot \sin \omega \lambda \quad (15a)$$

Łatwo zauważyć, że w przypadku stałego oporu warunek ten sprowadza się do równania przestępnego, analizowanego w pracach [2, 3, 5].

Kolejnym warunkiem jest zgodność przemieszczeń wzdłużnych. Oryginalna koncepcja została opisana w [3] jako rozwinięcie prac polskich badaczy, głównie M. T. Hubera. Zgodnie z tą koncepcją spadek siły wzdłużnej N na odcinkach przyległych do strefy wyobczeniowej, powoduje wzajemne zbliżenie przekrojów ograniczających falę deformacji $2u_0$. Oznacza to spadek siły wzdłużnej z wartości równej sile N do wartości równej sile H na końcach zniekształconego odcinka. Zatem do wyznaczenia długości wyobczeniowej L wykorzystano równanie:

$$u_0 = u_1 - u_2 \quad (15b)$$

gdzie:

- u_1 – przemieszczenie powstałe w wyniku zakrzywienia części toru (bez zmian w długości),
- u_2 – przemieszczenie powstałe w wyniku zmniejszenia sił ściskających na zakrzywionym odcinku toru.

Wartość przemieszczenia u_0 można wyznaczyć z równania na przemieszczenia wzdłużne toru, które ma postać:

$$u_0 = \frac{N - H}{\sqrt{k \cdot EA}} \quad (16)$$

Natomiast wartość przemieszczenia u_1 można wyznaczyć z przybliżenia pomiędzy długością łuku krzywej, a jego cięciwą, które ma postać:

$$u_1 = \frac{1}{2} \int_0^\lambda \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_\lambda^L \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (17)$$

Przemieszczenie powstałe w wyniku zmniejszenia sił ściskających na zakrzywionym odcinku toru, wyraża się wzorem:

$$u_2 = \frac{N \cdot L}{EA} - \frac{H \cdot L}{EA} \quad (18)$$

Podstawiając wyrażenia (16), (17) oraz (18) do równania zgodności przemieszczeń wzdłużnych (bilans energii) (15), wiedząc, że:

$$N = \alpha \cdot EA \cdot \Delta T,$$

oraz:

$$\beta = \sqrt{\frac{k}{EA}},$$

otrzymamy równanie:

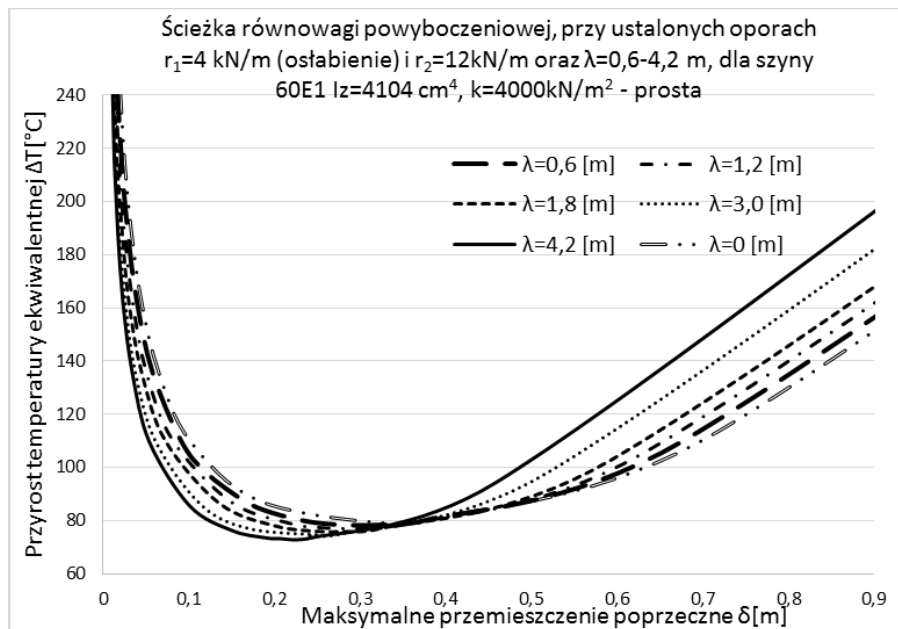
$$\alpha \cdot \Delta T = \frac{1}{\left(\frac{1}{\beta} + L \right)} \cdot \left[u_1 + H \cdot \left(\frac{L}{EA} + \frac{1}{\sqrt{k \cdot EA}} \right) \right] \quad (19)$$

3. PRZYKŁADY OBLICZEŃ

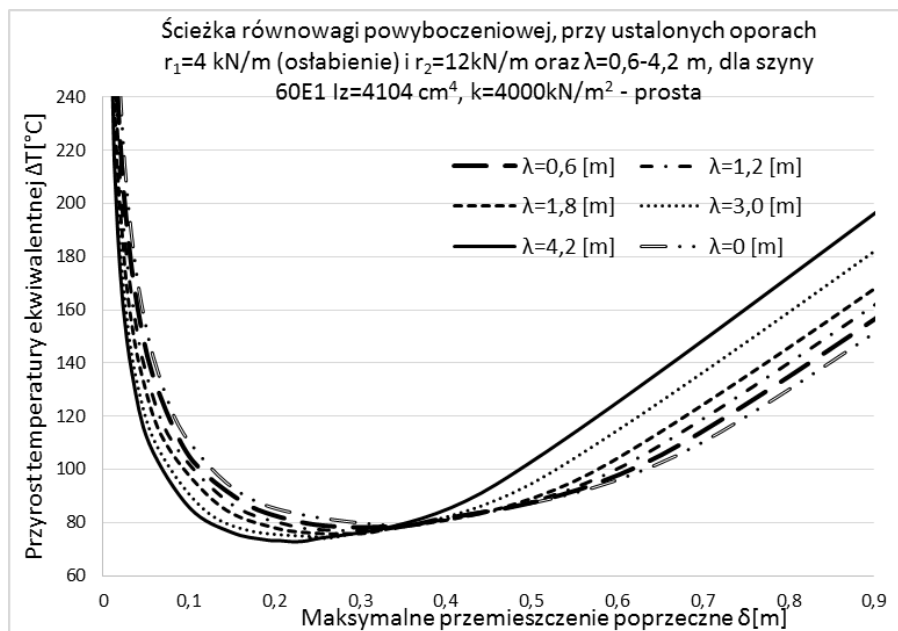
W analizach wykorzystano model analityczny opracowany w Katedrze Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego, Wydziału Inżynierii Lądowej i Kolejowej, Politechniki Krakowskiej. Analizy przeprowadzono w programie obliczeniowym Mathcad oraz – wspomagająco – w programie Excel.

Analizy wykonano dla następujących parametrów:

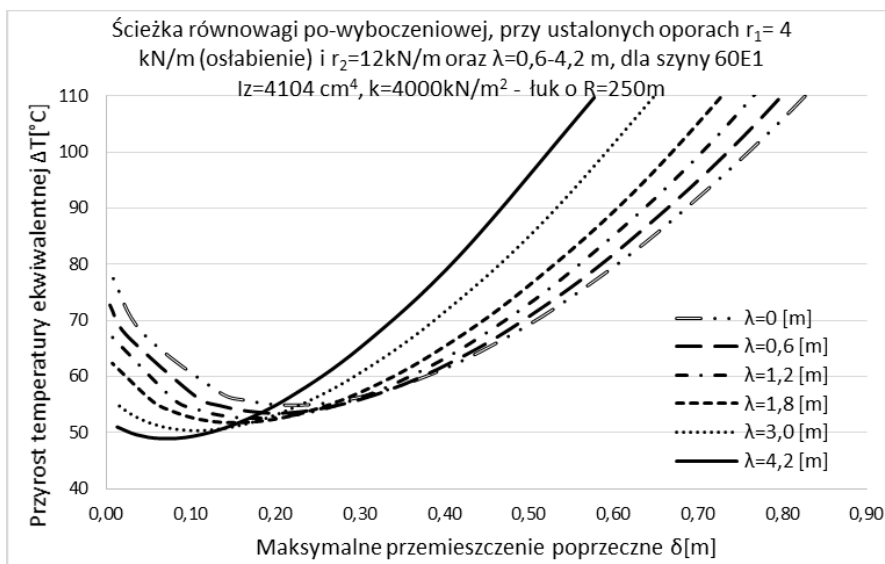
- szyna 60E1, zastępczy moment bezwładności $I_z = 4104 \text{ cm}^4$ (por. [3]),
- sztywność toru w kierunku wzdłużnym przyjmuje się $k_0 = 4000 \text{ kN/m}^2$,
- oporów podsypki w płaszczyźnie poziomej $r_1 = 4$ lub 6 [kN/m] oraz $r_2 = 12 \text{ [kN/m]}$,
- połowy długości odcinka z osłabieniem (λ), które wynosiły odpowiednio: $[0; 0,6; 1,2; 1,8; 3,0; 4,2] \text{ [m]}$.



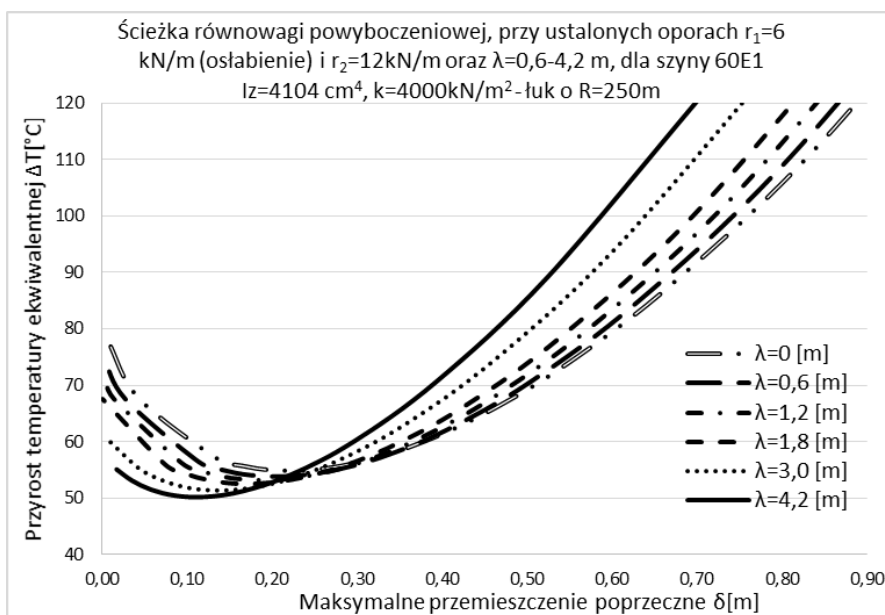
Rys. 2. Ścieżka równowagi po wybozczeniowej – odcinek prosty toru kolejowego, $r_1 = 4$ kN/m, $r_2 = 12$ kN/m



Rys. 3. Ścieżka równowagi po wybozczeniowej – odcinek prosty toru kolejowego, $r_1 = 6$ kN/m, $r_2 = 12$ kN/m



Rys. 4. Ścieżka równowagi po wybozczeniowej łuk o $R = 250$ m, $r_1 = 4$ kN/m, $r_2 = 12$ kN/m



Rys. 5. Ścieżka równowagi po wybozczeniowej łuk o $R = 250$ m, $r_1 = 6$ kN/m, $r_2 = 12$ kN/m

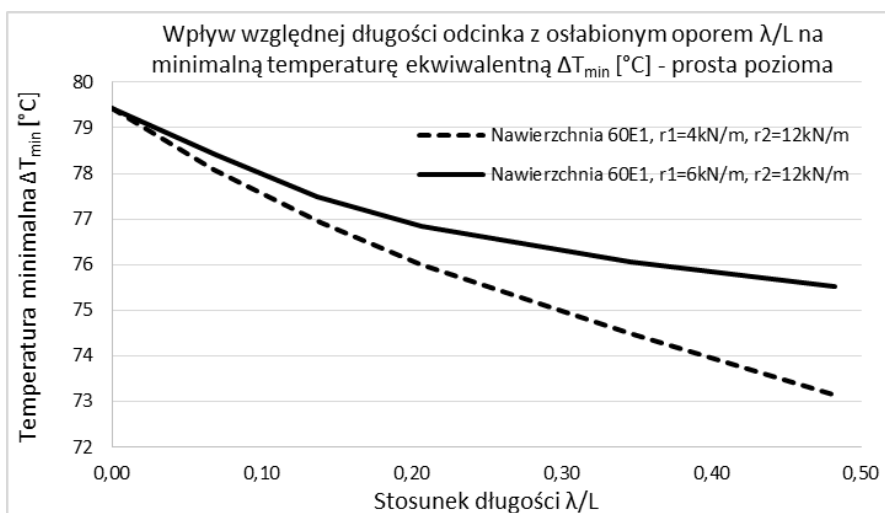
Obliczenia wykonano dla odcinka prostego ($R \rightarrow \infty$) oraz łuku poziomego o $R = 250$ [m].

Na rysunkach 2, 3 przedstawiono ścieżkę równowagi po wyboczeniowej, przy ustalonych oporach granicznych podsypki w płaszczyźnie poziomej r_1 i r_2 jak opisano wyżej dla odcinka prostego toru kolejowego.

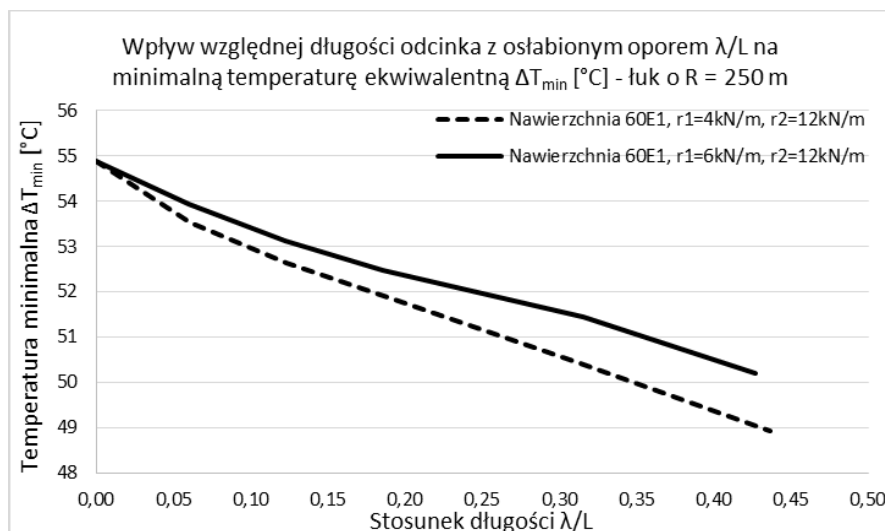
Na rysunkach 4, 5 przedstawiono ścieżkę równowagi po-wyboczeniowej, przy ustalonych oporach granicznych podsypki w płaszczyźnie poziomej r_1 i r_2 jak opisano wyżej dla odcinka w łuku o $R = 250$ m.

Z zaprezentowanych przykładów obliczeń wynika, że zarówno długość odcinka osłabienia oporu podsypki, jak również usytuowanie geometryczne (łuk, prosta), ma istotny wpływ na ścieżki równowagi – im dłuższa strefa osłabienia tym niższe wartości temperatury ekwiwalentnej. W przypadku łuku kołowego o promieniu $R = 250$ m zauważa się obniżenie temperatury ekwiwalentnej w stosunku do odcinka prostego.

Dodatkowo dla każdego z wyżej omówionych przypadków (łuk, prosta) pokazano wartość przyrostu minimalnej temperatury ekwiwalentnej ΔT_{min} [°C] w zależności od stosunku długości odcinka z osłabieniem (2λ) do całości analizowanego odcinka ($2L$). Na rysunku 6 przedstawiono przyrost minimalnej temperatury ekwiwalentnej dla odcinka prostego, na rysunku 7 dla odcinka w łuku o $R = 250$ m.



Rys. 6. Zależność minimalnej temperatury ekwiwalentnej od względnej długości odcinka z osłabieniem – prosta



Rys. 7. Zależność minimalnej temperatury ekwiwalentnej od względnej długości odcinka z osłabieniem – łuk o $R = 250$ m

4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono wybrane rozwiązania zagadnienia stateczności toru bezстыkowego w płaszczyźnie poziomej, będące rozwinięciem prac, opisanych w [2, 3, 5]. Uzyskano rozwiązanie analityczne, ale występowanie równania przestępnego (13a) lub wielomianów wyższego rzędu (por. [2, 3]) wymagało zastosowania metod przybliżonych, do czego wykorzystano środowisko Mathcad. Omówiono przypadek nierównomiernego oporu podsypki na po krytyczną ścieżkę równowagi. Przedstawiono przykłady obliczeniowe dla różnych długości zmiennego oporu (osłabienia podsypki). Rozważono przypadek prostej poziomej oraz łuku kołowego. Zaprezentowane przykłady pokazują istotny wpływ krzywizny toru oraz osłabienia podsypki na wartość minimalnej temperatury ekwiwalentnej oraz przebieg ścieżki równowagi.

Dalsze prace autorów będą koncentrować się na ocenie różnych sposobów wzmocnienia konstrukcji nawierzchni w celu rozszerzenia zakresu stosowania toru bezстыkowego w nawierzchni podsypkowej, przy promieniach mniejszych od 250 m (por. [9]).

LITERATURA

- [1] Bałuch H.: Skalowanie zagrożeń wyboczeń toru kolejowego. Technika Transportu Szynowego, 2-3, 2013, s. 71-76.
- [2] Bednarek W.: Wpływ pionowych odkształceń nawierzchni i podtorza na pracę toru bezстыkowego. Rozprawy Politechniki Poznańskiej, nr 506, Poznań 2013.
- [3] Czyczula W.: Tor bezстыkowy. Książka akademicka, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2002.

- [4] Czyczuła W., Bogacz R.: Mechanics of track structure with Y-shaped steel sleepers in sharp curves. *Applied Mechanics and Materials*, 9, 2008, pp. 71-88.
- [5] Huber M.T.: *Pisma*, t. III, PWN, Warszawa 1957.
- [6] Kerr A.D.: An analysis of thermal track buckling. *Acta Mechanica*, 30, 1978, pp. 17-50.
- [7] Samavedam G.: Theory of CWR track stability. European Rail Research Institute, D-202 Committee, Report 3, Utrecht, February 1995.
- [8] Sołkowski J.: Analiza wpływu imperfekcji nawierzchni na zmienność rozkładu sił i przemieszczeń w torze bezстыkowym. Praca doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 1995.
- [9] Instrukcja Id-1 Warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych, PKP PLK S. A., Warszawa 2005.

EFFECT OF THE LOCAL DECREASE OF BALLAST RESISTANCE ON THE STABILITY OF THE RAILWAY TRACK

Summary

The paper discusses the issue of stability of the continuous welded rail (CWR) and presents the analysis of stability in the case of a track located in a straight and track in a sharp curve. In particular, the problem of variable lateral ballast resistance (its local decrease) has been addressed, and the effect of this phenomenon on the path of equilibrium of the CWR track. The impact of different values of lateral ballast resistance has been analyzed, while other parameters of the track have been fixed.

Keywords: railway track, ballast weakness, analysis of the track stability model, sharp curve.

Dane autorów:

Prof. dr hab. inż. Włodzimierz Czyczuła
Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej
Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej
Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego
e-mail: czyczula@pk.edu.pl
telefon: +48 12 628 2358

Mgr. inż. Dorota Błaszkwicz
Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej
Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej
Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego
e-mail: dorotablaszkiewicz@gmail.com
telefon: +48 12 628 2157

Mgr. inż. Paulina Szablowska
Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej
Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej
Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego
e-mail: paulinaszablowskaa@gmail.com
telefon: +48 793 656 838