

PIĄTKOWSKI Tomasz, OSOWSKI Przemysław

DYNAMICZNY PROFIL ŁADUNKU JEDNOSTKOWEGO

Streszczenie

W artykule przedstawiono propozycję zastosowania powierzchni B-spline trzeciego stopnia w aproksymacji wyników badań doświadczalnych udaru ładunków jednostkowych. Przyspieszenia powstające podczas prób swobodnego spadku ładunku z wysokości na nieodkształcalne podłoże rejestrowano trójosiowym czujnikiem przyspieszeń zamontowanym we wnętrzu badanych obiektów. Aproksymację zrealizowano za pomocą optymalizacji numerycznej wykorzystując metodę gradientową SQP. Zmiennymi decyzyjnymi w zadaniu optymalizacji są punkty kontrolne siatki, które na etapie początkowym obliczeń rozpinają powierzchnię kuli. Przestrzenna wizualizacja danych za pomocą powierzchni B-spline usprawnia interpretację oraz analizę wyników rejestrowanych podczas badań doświadczalnych. Pozwala ona na precyzyjne określenie miejsc w ładunku, które wymagają wprowadzenia zmian konstrukcyjnych poprawiających właściwości ochronne opakowań.

WSTĘP

Wszelkie produkty codziennego użytku nim trafią do rąk konsumenta muszą pokonać dystans pomiędzy nim a wytwórcą. Produkty te celem poprawy ich podatności transportowej (usprawnienia procesu spedycji) zamykane są w opakowania ochronne stanowiące jednostki transportowe – ładunki jednostkowe. Ładunki te podczas transportu i magazynowania poddawane są czynnościom manipulacyjnym (np. załadunek, rozładunek, pobranie, odstawienie, pozycjonowanie, sortowanie), które stwarzają zagrożenie mechanicznego uszkodzenia opakowań ładunków i ich zawartości. Do najgroźniejszych przyczyn naruszenia bezpieczeństwa ładunków jest narażenie mechaniczne o charakterze udaru spowodowane np. upadkiem ładunku na podłoże, na inne ładunki lub wywołane oddziaływaniem powstałym podczas wchodzenia ładunku w kontakt z manipulatorami – urządzeniami realizującymi np. proces sortowania lub pozycjonowania strumieni ładunków jednostkowych transportowanych na przenośnikach zastawami aktywnymi [11, 12].

Zapewnienie bezpieczeństwa ładunku przed uszkodzeniem mechanicznym spoczywa na zastosowaniu opakowania ochronnego łagodzącego oddziaływanie dynamiczne spowodowane udarem do poziomu poniżej granicy uszkodzeń [7] wyrobu (zawartości ładunku).

Jedną z głównych metod badań zdolności ochronnych opakowań są próby swobodnego spadku z wysokości. Program prowadzenia tych badań określany jest na podstawie wytycznych ujętych w normach, np. [5, 6]. Badania te polegają na upadku ładunku z założonej wysokości, odpowiednio zorientowanego ścianami, krawędziami, narożami na gładkie i nieodkształcalne podłoże. Oględziny zewnętrzne opakowania i zawartości ładunku, dokonywane po wykonaniu serii prób, stanowią podstawę oceny skuteczności właściwości ochronnych opakowań.

Proces projektowo-konstrukcyjny realizowany jest iteracyjnie, metodą prób i błędów (naprzemiennie z badaniami doświadczalnymi uzyskanego rozwiązania), aż do uzyskania akceptowalnych efektów ochronnych opakowań. Proces ten jest znacznie bardziej przewidywalny i precyzyjny (mniej przypadkowy), jeśli przebieg badań doświadczalnych udaru rejestrowany jest trójosiowym rejestratorem przyspieszeń montowanym we wnętrzu badanych ładunków [3]. Wskazania tego rejestratora pozwalają określić miejsca, gdzie należy wprowadzić dodatkowe elementy podatne, tłumiące, usztywniające lub dokonać ich redukcji - optymalizując masę i koszt wytworzenia opakowaniu. Badania właściwości opakowań z udziałem rejestratora przyspieszeń umożliwiają zastąpienie zawartości ładunku materiałem zastępczym, o równoważnej masie geometrii i konsystencji. Podejście to ma istotne znaczenie ekonomiczne, w przypadku projektowania opakowań dla wyrobów zbyt kosztowych, by ryzykować ich uszkodzenie.

Analiza nieprzetworzonych składowych przyspieszeń zapisanych przez rejestrator w trakcie serii badań, jest uciążliwa i mało efektywna. Rozwiązaniem tego problemu jest przestrzenna wizualizacja danych – zaproponowana w prezentowanej pracy. Dane te poddane są aproksymacji powierzchnią B-spline trzeciego stopnia ($m=n=3$) wykorzystując do tego celu optymalizację numeryczną.

1. OPIS MATEMATYCZNY POWIERZCHNI B-SPLINE

W grafice inżynierskiej powierzchnie B-spline są jednymi z częściej stosowanych reprezentacji powierzchni. Są one w stanie odwzorować skomplikowane zarysy przedmiotów przy zastosowaniu niewielkiej liczby zmiennych. Powierzchnie B-spline stopnia (n, m) są wyznaczone przez siatkę punktów kontrolnych $P_{i,j}$ (rys. 1) wg funkcji [1, 2]:

$$p(s,t) = \sum_{i=0}^{M_n-n-1} \sum_{j=0}^{M_m-m-1} P_{ij} N_i^n(s) N_j^m(t) \quad \text{dla } s \in [0, 1] \text{ i } t \in [0, 1] \quad (1)$$

gdzie:

s, t – parametry funkcji,

$z_n = M_n - n - 1, z_m = M_m - m - 1$ – liczba punktów kontrolnych P rozmieszczonych wzdłuż wierszy i kolumn siatki (rys. 1),

$M_n + 1, M_m + 1$ – liczba węzłów u krzywej B-spline określonej parametrem s i t ,

m, n – stopień powierzchni B-spline,

$P_{i,j}$ – punkty kontrolne,

i, j – indeksy wierszy i kolumn siatki punktów kontrolnych (rys. 1),

$N_i^n(s), N_j^m(t)$ – unormowane funkcje B-sklejane stopnia n i m .

Funkcję $N_i^n(s)$ (oraz $N_j^m(t)$) efektywnie można wyznaczyć na podstawie algorytmu de Boora wykorzystując rekurencyjny wzór Mansfielda-de Boora-Coxa [4]:

$$N_i^n(t) = \frac{t - u_i}{u_{i+1} - u_i} N_i^{n-1}(t) + \frac{u_{i+n+1} - t}{u_{i+n+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{n-1}(t) \quad \text{dla } n > 0 \quad (2)$$

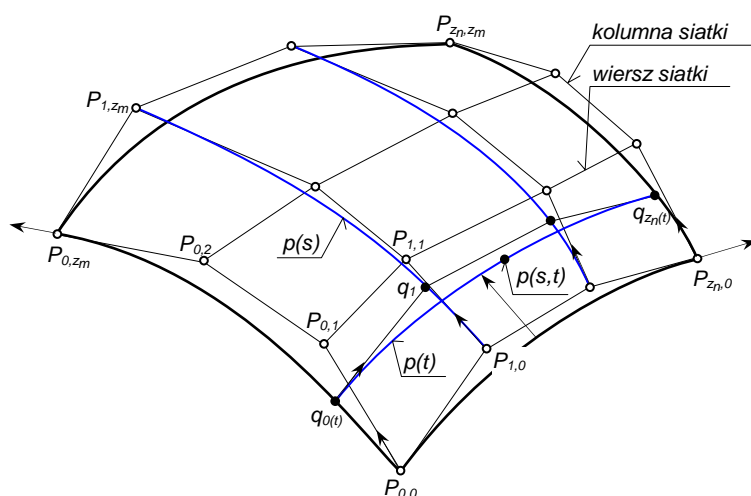
$$N_i^0(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \in [u_i, u_{i+1}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

u_i – węzeł krzywej B-sklejanej.

Schemat postępowania przy wyznaczaniu funkcji $N_i^m(t)$ jest analogiczny.

Wyznaczenie punktu leżącego na płacie powierzchni B-spline $p(s,t)$ dla ustalonych liczb s i t sprowadza się do wyznaczenia punktów na krzywych B-spline.



Rys. 1. Wyznaczanie punktu płata $p(s,t)$ przez wyznaczenie punktów na krzywych [1]

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE PROCESU UDARU

Do zapisu przebiegu procesu uderzenia podczas prób swobodnego spadku ładunku na nieodkształcalne podłoże zastosowano trójosiowy rejestrator przyspieszeń SAVER 3L30 firmy Lansmont umieszczony we wnętrzu ładunku. Rejestrator posiada wbudowaną pamięć operacyjną zasilaną baterią litową. Urządzenie umożliwia zapisanie 100 maksymalnych przebiegów przyspieszeń nieprzekraczających wartości $\pm 100G$ (1G – krotność przyspieszenia ziemskiego).

Do badań przygotowano prostopadłościenny ładunek jednostkowy o wymiarach $0,136 \times 0,136 \times 0,1$ m. Ładunek ten składa się z opakowania wykonanego z trójwarstwowej tektury falistej [8], wypełnionego styropianem EPS 100 (całkowita masa 0,5 kg) [9]. Materiał opakowaniowy (cushion material) pełniący funkcje przeciwwstrząsowe we wszystkich ładunkach posiada grubość 0,03 m.

Ładunek z wmontowanym czujnikiem poddawano serii prób swobodnego spadku na nieodkształcalną posadzkę z wysokości $h=0,30$ m. Ładunek podczas badań manipulowano ręcznie. Upadek aranżowano tak, by obiekt czterokrotnie uderzył o podłoże każdym narożem, krawędzią i ścianą. Przyjęta wysokość h , wg pracy [10], traktowana jest jako równoważne oddziaływanie dynamiczne jakiemu poddawane ok. 20% ładunków w procesie transportowym.

3. PROPOZYCJA APROKSYMACJI WYNIKÓW BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH UDARU

Dane zapisywane w rejestratorze przyspieszeń reprezentowane są w prostokątnym układzie współrzędnych (rys. 2). Ze względu na planowaną aproksymację doświadczalnych, efektywniejszą reprezentacją tych danych jest sferyczny układ współrzędnych (rys. 2a).

Wyniki z badań doświadczalnych uderzenia ładunków jednostkowych (dane x_i, y_i, z_i , na rys. 2b wyróżnione odnośnikiem 1) poddane są aproksymacji powierzchnią B-spline trzeciego stopnia zdefiniowaną wg zależności (1÷3). Aproksymację tę przeprowadzono wykorzystując optymalizację numeryczną, w której funkcją celu jest minimalizacja sumy kwadratów względnych różnic pomiędzy przyspieszeniami rzeczywistymi (zarejestrowanymi podczas badań) i aproksymowanymi:

$$\min Q(X) = \sum_{i=1}^w \left(\frac{\hat{r}_i - r_i}{\hat{r}_i} \right)^2 \quad (1)$$

gdzie:

$X = [r_{P1}, r_{P2}, \dots, r_{Pv}]$ – wektor zmiennych decyzyjnych (promienie wodzące niezależnych punktów kontrolnych powierzchni B-spline),

$v = (v_b - 1)(v_a - 2) + 2$ – liczba niezależnych punktów kontrolnych ($v=146$, gdy $\Delta\alpha=\pi/9$ oraz $\Delta\beta=\pi/9$)

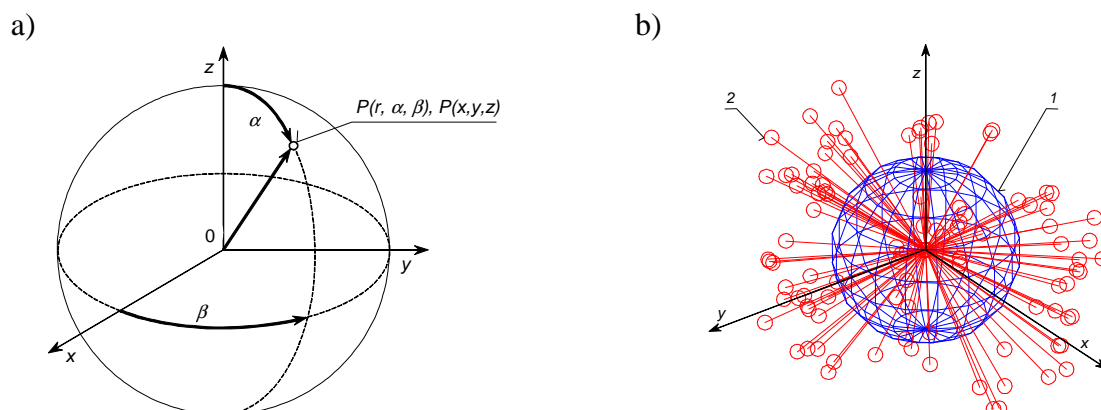
$v_a = \pi/\Delta\alpha + 1$ – liczba punktów kontrolnych na południku,

$v_b = 2\pi/\Delta\beta + 1$ – liczba punktów kontrolnych na równiku,

w – liczba zarejestrowanych prób udaru,

r_i, \hat{r}_i – i -te wypadkowe przyspieszenie obiektu wyznaczone odpowiednio podczas badań doświadczalnych oraz podczas rzutowania tego przyspieszenia wzdłuż promienia r_i na powierzchnię B-spline.

Podczas optymalizacji zastosowano metodę gradientową SQP, dostępną w pakiecie Matlaba.



Rys. 2. Reprezentacja danych zapisanych w rejestratorze: a) sferyczny i prostokątny układ współrzędnych, b) seria 100 prób udaru; 1 – początkowa siatka punktów kontrolnych powierzchni B-sklejanej, 2 – przyspieszenie zarejestrowane podczas badań doświadczalnych, 3 – rzut punktu (2) wzdłuż promienia r na powierzchnię B-sklejanej

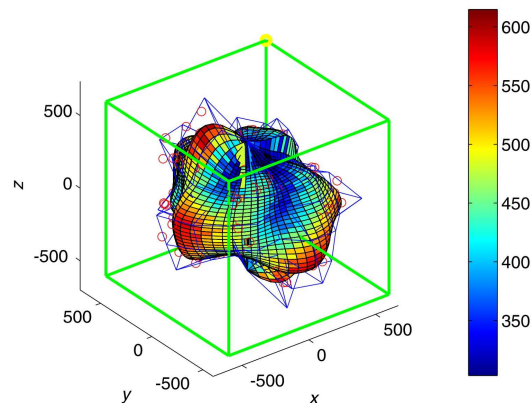
Wartości początkowe elementów wektora zmiennych X decyzyjnych określają siatkę punktów kontrolnych wyznaczającą powierzchnię kuli (rys. 2b). Podczas optymalizacji przyjęto, że położenie punktów kontrolnych powierzchni B-spline może zmieniać się tylko poprzez zmianę długości ich promieni wodzących r_{Pi} . Kąty α i β położenia tych promieni są stałe – przyjęte podczas określania początkowych wartości składowych wektora zmiennych decyzyjnych.

4. WYNIKI BADAŃ

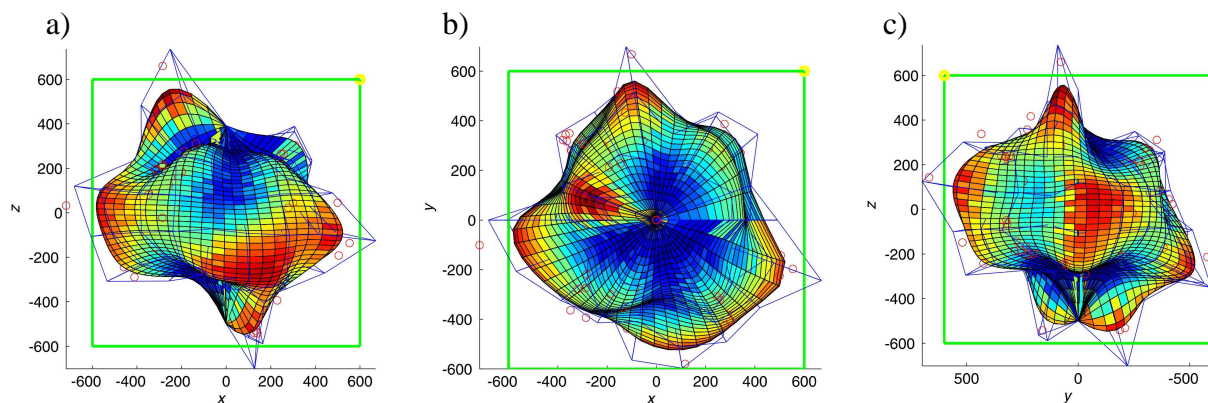
Na rys. 3 przedstawione są wyniki badań swobodnego spadku ładunku jednostkowego z wysokości $h=0,3$ m. Dane zarejestrowane podczas badań doświadczalnych przedstawione są za pomocą znaczników w kształcie okręgów. Aproksymacja tych danych reprezentowana jest przez powierzchnię B-spline. Na rysunkach przedstawione są także siatki punktów kontrolnych. Cieniowanie barwne powierzchni związane jest z wartością przyspieszeń. Im intensywniejsza czerwień powierzchni, tym większe przyspieszenie osiągnęło przez ładunek. W celu powiązania położenia powierzchni B-spline względem ścian badanego ładunku, na wykresie umieszczono jego krawędzie oraz wyróżniono jedno z naroży (punkt w kolorze

żółtym). Rys. 3 reprezentuje rzut ukośny krawędzi obiektu i powierzchni, a rys. 4 – ich rzuty prostokątne (z przodu, z góry i z boku). Wartości liczbowe umieszczone na wykresach dotyczą wartości przyspieszeń, podane w m/s^2 .

Z analizy prezentowanych danych wynika, że w przypadku upadku na naroża opakowania, skuteczność łagodzenia przeciążeń wywieranych na zawartość ładunku jest większa niż w przypadku, gdy opakowanie upada na ściany. Opakowanie wykazuje większą sztywność ścian niż naroża - ujawniając naturalną właściwość ładunków jednostkowych. W przypadku, gdy przyspieszenie wywierane na produkt (zawartość ładunku) przekracza wartość dopuszczalną, należy wprowadzić jedno z dwóch rozwiązań: zastosować zmiany konstrukcyjne opakowania - celem zwiększenia jego zdolności ochronnych przed udarem lub przeprojektować produkt - podnosząc jego odporność na wstrząs. Niekiedy spotykane jest jednocześnie (łącznie) stosowanie tych podejść.



Rys. 3. Wynik aproksymacji przyspieszeń ładunku zarejestrowanych podczas upadku z wysokości $H=0,3$ m



Rys. 4. Rzuty prostokątne wykresu z rys. 3: a) na płaszczyznę xz (z przodu), a) na płaszczyznę xy (z góry), a) na płaszczyznę yz (z boku)

PODSUMOWANIE

W wyniku prowadzonych prac i analiz sformułowano następujące uwagi końcowe:

- zastosowanie powierzchni B-spline pozwala odtworzyć bryły o skomplikowanej geometrii przy niewielkiej liczbie zmiennych decyzyjnych,
- aproksymacja wyników badań doświadczalnych udaru ładunków jednostkowych powierzchnią B-spline usprawnia identyfikację (w przestrzeni trójwymiarowej) miejsc opakowań, które są krytyczne ze względu na bezpieczeństwo zawartości ładunków i wymagają przeprowadzenia zmian projektowo-konstrukcyjnych,
- proponowana w pracy aproksymacja danych dyskretnych zarejestrowanych przez trójosiowy czujnik przyspieszeń pozwala wyznaczyć zamkniętą powierzchnię ciągłą;

umożliwia ona wyznaczenie reakcji dynamicznych wywieranych na obiekt podczas uderu z przeszkodą pod dowolnym kątem w przestrzeni trójwymiarowej; cecha ta jest szczególnie użyteczna w przypadku modelowania i symulacji numerycznej procesu zmechanizowanego i automatycznego manipulowania ładunków jednostkowych, np. podczas pozycjonowania lub sortowania ładunków jednostkowych.

BIBLIOGRAFIA

1. Kiciak, P., *Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej*, WNT, Warszawa, 2005.
2. Foley, J.D., *Wprowadzenie do grafiki komputerowej*, WNT, Warszawa, 2001.
3. Piątkowski, T., Sempruch, J., *Model of inelastic impact of unit loads*, Packaging Technology and Science, John Wiley & Sons, 22/1, 2009, 39-51.
4. Shene, C. K., *De Boor's algorithm*, <http://www.cs.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES/spline/de-Boor.html> (data pobrania: 2013-04-14).
5. PN-EN 22248:2001, *Packaging – Complete, filled transport packages – Vertical impact test by dropping*, Polish Standards.
6. PN-EN ISO 4180:2010, *Packaging – Complete, filled transport packages – General rules for the compilation of performance test schedules*, Polish Standards.
7. Khangaldy, P., Schueneman, H., *Design parameters for deformable cushion systems*, Westpak, Inc., 2000, 1-17.
8. PN-90/P-50527, *Corrugated board*, Polish Standards.
9. PN-EN 13163:2009, *Thermal insulation products for buildings – Factory made products of expanded polystyrene (EPS) – Specification*, Polish Standards.
10. Herbert, H., Schueneman, H., *Packaging engineering, design and testing. A step-by-step approach for protection of fragile products*, Westpak Inc., San Jose (USA), www.westpak.com (data pobrania: 2013-04-14).
11. Piątkowski, T., *Active fence with flexible link*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 1, 48, 2010, 87-109.
12. Piątkowski, T., Sempruch, J., *Model of the process of load unit stream sorting by means of flexible active fence*, Mechanism and Machine Theory, Elsevier, 43/5, 2008, 549-564.

DYNAMIC PROFILE OF UNIT LOAD

Abstract

In the paper the proposition of application of B-spline surfaces of third degree in approximation of experimental results of unit load drop tests is presented. Accelerations occurring during research of free fall of unit load from a height on a undeformable ground have been recorded by triaxial acceleration sensor mounted inside the tested objects. An approximation was carried out using numerical optimization using SQP gradient method. As a decision variables of optimization task were assumed the control points of grid, which at the beginning of calculation take a form of the sphere surface. Spatial visualization of the data using B-spline surface improves the interpretation and analysis of the results recorded during experimental testing. It allows for precise places determination in the loads that require constructional changes to improve the protective properties of packaging.

Autorzy:

dr hab. inż. **Tomasz Piątkowski** – Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy
mgr. inż. **Przemysław Osowski** – Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy