

## IDENTYFIKACJA LOSOWYCH ROZKŁADÓW PARAMETRÓW CIEPLNYCH ZŁOŻA, BĘDĄCYCH KONSEKWENCJĄ PROBABILISTYCZNEGO CHARAKTERU PROCESU ŁADOWANIA KAMIENNEGO AKUMULATORA CIEPŁA

### Streszczenie

Akumulatory energii cieplnej stanowią ważny element w procesie dopasowywania charakterystyki źródła z zmiennym zapotrzebowaniem na energię. Problem ten jest szczególnie istotny w przypadku źródeł niekonwencjonalnych. Dodatkowym czynnikiem wpływającym na kształtowanie się tego zjawiska jest probabilistyczny charakter źródła energii jej pozyskiwania i przechowywania. W fazie ładowania kamiennego akumulatora energii cieplnej losowy charakter ma średnica równoważna elementów złoża i temperatura otoczenia i powietrza zasilającego, uzyskiwanego z kolektora słonecznego. Zostało to uwzględnione w modelu matematycznym, który stanowił podstawę do budowy systemu informatycznego. Wykorzystano go następnie do przeprowadzania symulacji komputerowej w celu identyfikacji rozkładów losowych temperatury powietrza, kamieni w poszczególnych przekrojach złoża, jak również ilości energii cieplnej w nim skumulowanej.

**Słowa kluczowe:** akumulator energii cieplnej, złożo kamienne, model probabilistyczny

### Oznaczenia

$A$  - powierzchnia międzyfazowa przypadająca na jednostkę długości akumulatora,  $m^2/m$

$A_{ww}$  - zewnętrzna powierzchnia graniczna akumulatora przypadająca na jednostkę długości akumulatora,  $m^2/m$

$c_f$  - ciepło właściwe płynu,  $J/kgK$

$c_m$  - ciepło właściwe kamienia,  $J/kgK$

$h$  - współczynnik wnikania ciepła na granicy dwóch ośrodków,  $W/m^2K$

$\dot{m}$  - masowe natężenie przepływu płynu,  $kg/s$

$t$  - czas,  $s$

$T_f$  - temperatura płynu,  $^{\circ}C$

$T_{fo}$  - temperatura płynu wchodzącego do złoża,  $^{\circ}C$

$T_{fe}$  - temperatura otoczenia,  $^{\circ}C$

$T_m$  - temperatura kamienia, °C

$T_{mp}$  - temperatura początkowa magazynu, °C

$U$  - współczynnik wymiany ciepła pomiędzy ścianą akumulatora a otoczeniem, W/m<sup>2</sup>K

$x$  - krok przestrzenny

$\underline{\varepsilon}$  - porowatość ośrodka

$\rho_m$  - gęstość kamienia, kg/m<sup>3</sup>

$T_{fo}$  - temperatura płynu wchodzącego do złoża, °C

$T_{fe}$  - temperatura otoczenia, °C

$NM$  - liczba sekcji (kroków przestrzennych), na które został podzielony akumulator

$NL$  - liczba kroków czasowych

$j = 1 \dots NM$  - j-ty krok przestrzenny

$l = 1 \dots NL$  - l-ty krok czasowy

$T_{fe}(t)$  - zmienna deterministyczna będąca funkcją czasu

$\Delta T_{fe}$  - zmienna losowa o rozkładzie normalnym i wartości oczekiwanej równej zero

$A_{xy}$  - przekrój poprzeczny złoża, m<sup>2</sup>

### Probabilistyczny model przepływu ciepła w kamiennym akumulatorze podczas fazy ładowania

Akumulatory kamienne współpracują na ogół z powietrznymi kolektorami słonecznymi. Oznacza to, iż losowy charakter ma nie tylko średnica równoważna kamieni złoża, ale również temperatura powietrza otoczenia, jak i powietrza zasilającego akumulator w fazie jego ładowania.

Nowy jednowymiarowy model opisujący proces wymiany ciepła w złożu kamiennym w trakcie jego ładowania [Mueller i in. 2003], uwzględniający losowość sygnalizowanych wielkości fizycznych – podobnie jak poprzedni [Mueller 1989] – składa się z dwóch równań różniczkowych, które utworzono posługując się bilansem energetycznym dla elementarnej objętości kamieni i powietrza:

$$m c_f \frac{\partial T_f}{\partial x} = hA(T_f - T_m) \quad (1)$$

$$B(1 - \underline{\varepsilon}) \rho_m c_m \frac{\partial T_m}{\partial t} = hA(T_f - T_m) - UA_{ww}(T_m - T_{fe}) \quad (2)$$

Oba te wyrażenia uzupełnione są o następujące warunki początkowo-brzegowe:

$$\text{dla } x = 0 \quad T_f = \underline{T}_{fo} \quad (3)$$

$$\text{oraz dla } t = 0 \quad T_m = T_{mp} \quad (4)$$

Wielkości podkreślone pojedynczą kreską są funkcjami średnicy równoważnej kamienia jako zmiennej losowej. Z kolei parametry wyróżnione przez podwójne podkreślenie są procesami stochastycznymi.

Opisywane zagadnienie zostało rozwiązane dzięki zastosowaniu metody różnic skończonych. W efekcie dyskretyzacji równań różniczkowych (1) (2) uzyskano równania algebraiczne (5) i (6), które uzupełnione o warunki początkowo-brzegowe stanowią rozwiązanie problemu. Mają one następującą postać:

$$T_{f_{j+1}}^l = (T_{f_j}^l - T_{m_j}^{l-1}) \exp\left(-\frac{hAL}{m c_f NM}\right) + T_{m_j}^{l-1} \quad (5)$$

$$T_{m_j}^{l+1} = \frac{\Delta t NM \left\{ m c_f (T_{f_j}^l - T_{f_{j+1}}^l) - UA_{ww} (T_{m_j}^l - \underline{T}_{fe}^l) \right\}}{\rho_m B c_m (1 - \varepsilon) L} + T_{m_j}^l \quad (6)$$

Na podstawie powyższego modelu zaprojektowano i wytworzono system informatyczny procesu wymiany ciepła w kamiennym akumulatorze. Etap pierwszy zrealizowano wykorzystując metodyki strukturalne i obiektowe. Opracowane diagramy obiektowe przypadków użycia i klas zbudowano opierając się na notacji UML. Następnie przystąpiono do realizacji aplikacji przy użyciu środowiska wizualnego, jakim jest C++Builder.

### Symulacja komputerowa

W przeprowadzonym eksperymencie, bazującym na modelu abstrakcyjnym (5) i (6), uwzględniono tylko zależność temperatury otoczenia od czasu, pomijając jej zależność od rejonu świata i okresu w roku. Przesądziła o tym szczupłość posiadanych danych, która zadecydowała również o fakcie, iż temperaturę otoczenia potraktowano nie jako proces stochastyczny, ale jako funkcję losową o postaci [Benjamin, Cornell 1977]:

$$\underline{T}_{fe} = T_{fe}(t) + \Delta \underline{T}_{fe} \quad (7)$$

Człon deterministyczny powyższego równania aproksymowano trzema funkcjami kwadratowymi odpowiednio dla trzech miesięcy: czerwca, lipca i sierpnia. Posiadane dane stanowiły również podstawę do określenia odchylenia standardowego opisującego człon losowy. Aproksymowane

funkcje wraz z zidentyfikowanymi odchyleniami standardowymi zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1. Zestawienie równań i odchyłeń standardowych uwzględnianych podczas wyznaczania temperatury otoczenia

Table 1. List of the equations and standard deviations taken into account at determination of the ambient temperature

Miejsce/okres	Postać funkcji °C	Poziom istotności równania	Odchylenie standardowe °C
Siedlce / czerwiec	$T_{fe}(t) = -0,0614t^2 + 1,6760t + 10,0375$	0,9638	2,9990
Siedlce / lipiec	$T_{fe}(t) = -0,0660t^2 + 1,8131t + 7,1464$	0,9498	2,5488
Siedlce / sierpień	$T_{fe}(t) = -0,04390t^2 + 1,1976t + 7,2607$	0,9037	2,7131

W podobny sposób opisano temperaturę powietrza na wejściu do złoża z uwagi na niekompletność posiadanych danych. Te upraszczające założenia były konieczne do przeprowadzenia symulacji komputerowej, aczkolwiek mają one charakter tymczasowy.

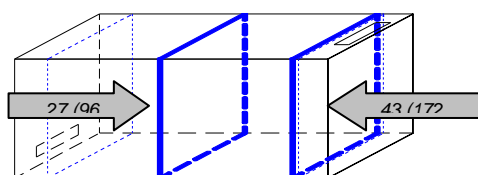
Obliczenia przeprowadzono dla następujących danych wejściowych:

- materiał złoża: tłuć granitowy,
- długość akumulatora: 1,72 m,
- liczba sekcji: 43,
- długość kroku czasowego: 300 s,
- liczba kroków czasowych: 36,
- pole powierzchni zewnętrznej sekcji magazynu: 0,2368 m<sup>2</sup>,
- pole przekroju akumulatora prostopadłe do kierunku przepływu: 1,44 m<sup>2</sup>,
- temperatura początkowa magazynu: 16,5 °C,
- masowe natężenie przepływu powietrza: 0,187 kg/s,
- liczba warstw izolacji: 1, współczynnik przewodzenia ciepła warstwy: 0,025 W/mK, grubość warstwy: 0,06 m,
- średnica równoważna kamienia: wartość oczekiwana: 0,0388 m, odchylenie standardowe: 0,0083 m,
- wielkości niezbędne do identyfikacji rozkładu temperatury dla modelu otoczenia i powietrza wchodzącego do akumulatora:
  - okres ładowania – czerwiec , godzina rozpoczęcia ładowania: 10.00,
  - odchylenie standardowe temperatury otoczenia : 2,99 °C,
  - wartość temperatury powietrza wchodzącego do złoża; 40 °C,
  - odchylenie standardowe temperatury powietrza wchodzącego do akumulatora: 2,99 °C.

## Wyniki badań

Prezentowany model wymiany ciepła, stanowiący podstawę systemu informatycznego, uwzględnia zarówno losowy charakter średnicy równoważnej kamieni tworzących złożę, jak i stochastyczny charakter temperatury powietrza otoczenia i zasilającego akumulator. Średnica równoważna kamieni to zmienna losowa o rozkładzie logarytmiczno-normalnym [Benjamin, Cornell 1977], natomiast dla temperatur powietrza przyjęto rozkład normalny. Parametry tych rozkładów wyznaczono na bazie posiadanych danych empirycznych.

Do przeprowadzenia identyfikacji rozkładów zmiennych losowych wielkości fizycznych, takich jak temperatura powietrza i złoża poszczególnych sekcji oraz ilości energii cieplnej całego akumulatora wykonano kilkadziesiąt powtórzeń. Analizę statystyczną przeprowadzono dla wielkości opisujących sekcję 27 i 43, których lokalizację prezentuje rysunek 1.



Rys. 1. Lokalizacja sekcji, dla których przeprowadzano analizę statystyczną temperatury powietrza i złoża

Fig. 1. Localization of the section for which the air and bed temperatures were statistically analyzed

W procesie analizy statystycznej postawiono dwie hipotezy, iż temperatura powietrza i złoża są zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym oraz lognormalnym. Ocena poprawności tak postawionych hipotez uzyskano stosując test chi-kwadrat. Efekty analizy statystycznej wraz z wartościami przeprowadzonych testów prezentuje tabela 2. Graficzną ilustracją stopnia rozrzutu i dopasowania wyników temperatury powietrza i złoża dla wybranej sekcji do rozkładu normalnego prezentują rysunki 2 i 3. Identyczną procedurę postępowania przeprowadzono w odniesieniu do wielkości energii cieplnej zgromadzonej w złożu w trakcie procesu ładowania obliczanej na podstawie równania (8):

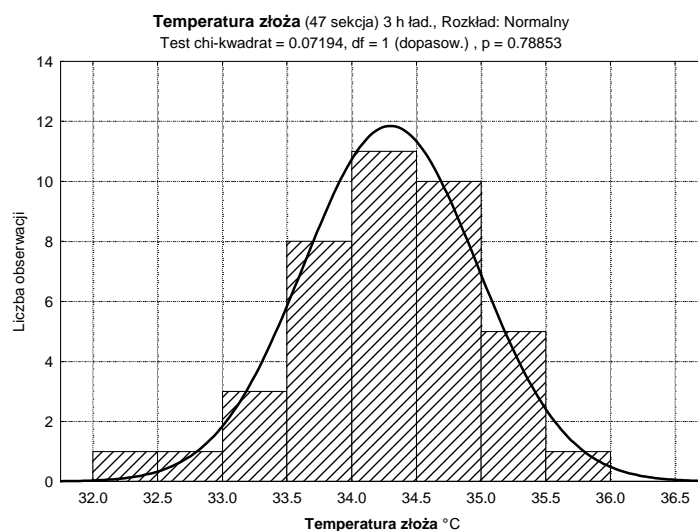
$$Q_l = \sum_{j=1}^{j=NM} A_{xy} x c_m \rho_m (1 - \varepsilon) (T_{mj}^l - T_{fe}) \quad (8)$$

Wyniki analizy statystycznej wraz z oceną stopnia dopasowania rozkładów normalnego i lognormalnego zamieszczono w tabeli 3.

Tabela 2. Statystyka podstawowa temperatury złoża i powietrza wraz z dopasowanymi rozkładami

Table 2. Basic statistics of bed and air temperatures together with matched distributions

Wielkość fizyczna	Czas ładowania	Numer sekcji	Wartość średnia	Wariancja	Rozkład normalny		Rozkład lognormalny	
					$\xi^2$	$\alpha$	$\xi^2$	$\alpha$
T – złoża	1,5 h	27	24.726	0.81814	4.93	0.177	5.37	0.147
T- złoża	3 h	27	43.071	0.42668	1.23	0.746	1.23	0.745
T – złoża	1.5 h	43	16.392	0.00878	4.03	0.258	4.02	0.259
T – złoża	3 h	43	34.299	0.45326	0.07	0.789	0.1	0.752
T – pow.	1.5 h	27	26.029	0.37435	4.68	0.196	4.92	0.177
T – pow.	3 h	27	43.233	0.36041	1.33	0.514	1.34	0.511
T – pow.	1.5 h	43	16.472	0.01152	0.87	0.350	0.86	0.353
T – pow.	3 h	43	35.179	0.32277	1.81	0.612	1.83	0.608



Rys. 2. Histogram temperatury złoża ostatniej sekcji akumulatora wraz z dopasowanym rozkładem normalnym ( 3 h procesu ładowania)

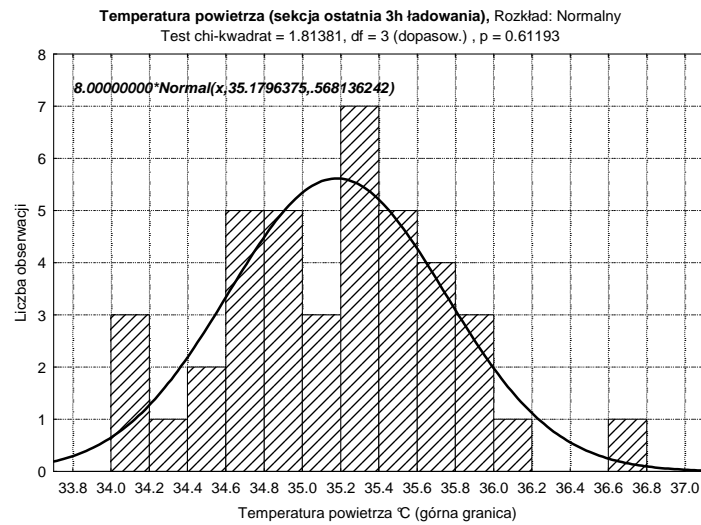
Fig. 2. Histogram of the bed temperature for last rock-bed storage section together with matched normal distribution (3 hrs of charging process)

Tabela 3. Statystyka podstawowa energii cieplnej złoża wraz z dopasowanymi rozkładami

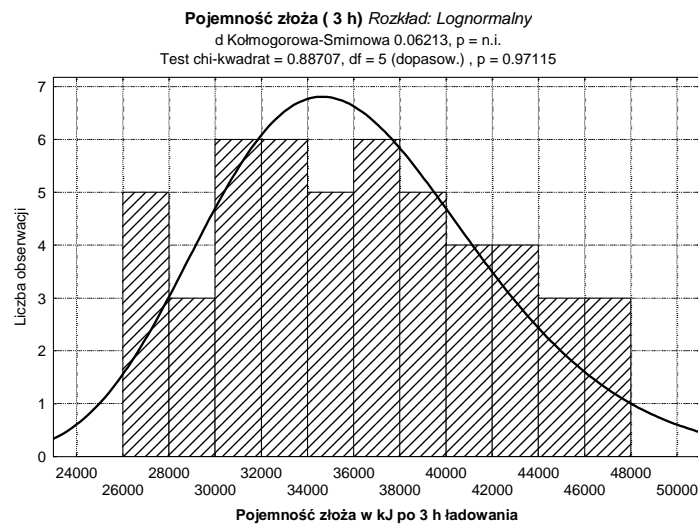
Table 3. Basic statistics of the bed heat energy together with matched distributions

Wielkość fizyczna	Czas ładowania	Wartość średnia kJ	Odchylenie standardowe	Rozkład normalny		Rozkład lognormalny	
				$\xi^2$	$\alpha$	$\xi^2$	$\alpha$
Q – złoża	2 h	27707.5	5451.6	5.822	0.212	4.05	0.405
Q – złoża	3 h	36971.1	5929.6	0.948	0.814	0.887	0.971

Uzyskany histogram wielkości energii cieplnej złoża z dopasowanym rozkładem lognormalnym prezentuje rys 4.



Rys. 3. Histogram temperatury powietrza wchodzącego do ostatniej sekcji akumulatora wraz z dopasowanym rozkładem normalnym ( 3 h procesu ładowania)  
 Fig. 3. Histogram of the temperature of air flowing into last section of rock-bed storage, together with matched normal distribution (3 hrs of charging process)



Rys. 4. Histogram energii cieplnej złoża i dopasowany do niego rozkład lognormalny  
 Fig. 4. Histogram of the bed heat energy and matched to it log-normal distribution

## Podsumowanie

1. Testowanie hipotez o prognozowanym rozkładzie normalnym lub lognormalnym temperatury powietrza, złoża i pojemności, przy użyciu testu chi-kwadrat, nie daje podstaw (na poziomie istotności 0.05) do odrzucenia żadnej z nich.
2. Wartości sprawdzianu hipotezy  $H_0$ , w przypadku testu chi-kwadrat, dla pojemności cieplnych złoża sugerują wybór rozkładu lognormalnego w porównaniu z normalnym.
3. Przeprowadzenie dalszych kompleksowych analiz statystycznych będzie możliwe po rozbudowie programu AkTerm2003, o moduł generujący pakiety danych dla programu Statistica.

## Bibliografia

*Benjamin J. R., Cornell C. A. 1977. Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów. WN-T, Warszawa*

*Mueller W. 1989. Proces wymiany ciepła w kamiennym złożu o zróżnicowanej wielkości elementów wypełnienia. Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Mechanika 44, Komitet Techniki Rolniczej PAN*

*Mueller W., Kujawa S., Weres J. 2003 Losowość temperatury w procesie ładowania kamiennego akumulatora energii cieplnej. Inżynieria Rolnicza, 12 (54)*

## IDENTIFICATION OF ROCK-BED THERMAL PARAMETERS RANDOM DISTRIBUTION AS A RESULT OF PROBABILISTIC CHARACTER OF THE HEAT STORAGE CHARGING PROCESS

### Summary

Thermal energy systems constitute an important element in the process of matching an energy source with receiver of variable energy demand. This is particularly important in cases of unconventional energy sources. Probabilistic character of the energy source as well as the process of gathering and storing the energy, influence the form of the phenomenon. In the phase of charging a rock-bed storage, both equivalent diameter of bed parts, ambient temperature and the temperature of outlet air from solar energy collector are of random character. This was considered in the mathematical model – a base to create computer programme to simulate the process of energy storage. The aim was to identify random distribution of ambient temperature, rock temperature at various bed levels and the amount of energy stored.

**Key words:** thermal energy storage, rock-bed, probabilistic model

*Recenzent – Jerzy Dąbkowski*