

**Dr inż. Katarzyna BIAŁAS\***,  
**Prof. dr hab. inż. Andrzej BUCHACZ\*\***

*\*,\*\* Instytut Automatykacji Procesów Technologicznych  
i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania*

*Politechnika Śląska w Gliwicach*

*ul. Konarskiego 18A, 44-100 Gliwice,*

*\*e-mail: katarzyna.bialas@polsl.pl*

*\*\*e-mail: andrzej.buchacz@polsl.pl*

## **AKTYWNA REDUKCJA DRGAŃ UKŁADÓW MECHATRONICZNYCH**

### **ACTIVE REDUCTION OF VIBRATION OF MECHATRONIC SYSTEMS**

*rol.nowak@pwr.wroc.pl*

**Słowa kluczowe:** *analiza, synteza, redukcja drgań.*

**Keywords:** *analysis, synthesis, reduction of vibration*

#### **Streszczenie**

*W pracy zaprezentowano metody redukcji drgań układów mechanicznych przy użyciu elementów aktywnych, jak również przykłady realizacji aktywnej redukcji drgań. Przedstawiono również syntezę strukturalno-parametryczną, która rozumiana jest jako projektowanie aktywnych układów mechanicznych o żądanych wymaganiach. Wymagania te dotyczą wartości częstości drgań tych układów. Przedstawione w pracy rozważania dotyczą zilustrowania możliwych realizacji fizycznych elementów aktywnych przy użyciu elementów elektrycznych. W podukładach aktywnych można stosować również elementy z innych środowisk. Aby zbadać ich skuteczność należy dokonać analizy otrzymanych układów oraz sprawdzić jakie są wzajemne oddziaływania podukładów na układ podstawowy.*

#### **Abstract**

*In the work presented methods of reduction of vibration of mechanical systems using active elements, as well as examples of the implementation of the active reduction of vibration. Also presents a structural-parametric synthesis, which is defined as the design of active mechanical systems with specific requirements. These requirements apply to the value of the frequency of vibration of these systems. Presented at work considerations relate to illustrate the possible implementation of the physical elements of active using electrical components. In the active subsystems can also be used elements in other environments. To examine their effectiveness should be obtained analysis and check what are the interactions subsystems on the primary system.*

## 1. Wprowadzenie

Drgania można zaliczyć do jednych z najczęściej występujących zjawisk w naszym codziennym życiu. Zjawisko drgań rozumiane jest jako ruch okresowy cząstki lub układu. Ruch taki jest ruchem wywołanym czynnikami zewnętrznymi. Drgania występują wtedy, gdy układ lub jakaś jego część ulega przemieszczeniu z pozycji równowagi. Układ wyprowadzony z pozycji równowagi ma tendencje do powrotu do swojego pierwotnego stanu. Jednym z podziałów drgań jest podział ze względu na sposób ich powstawania (swobodne, wymuszone i samowzbudne).

Większość drgań występujących w maszynach i urządzeniach jest drganiami szkodliwymi, mającymi negatywny wpływ na ich stan. Szkodliwe działanie drgań spowodowane jest występowaniem zwiększonych naprężeń oraz stratą energii co ma wpływ na szybsze zużycie maszyn. Drgania mają również negatywne oddziaływanie na organizm ludzki w szczególności w przypadku drgań o charakterze niskoczęstotliwościowym. Dlatego wielu naukowców w różnych ośrodkach badawczych i naukowych prowadzi badania nad zmniejszeniem lub całkowitą eliminacją drgań [5,8,10,14,15,18].

Celem pracy jest opracowanie metody poszukiwania struktury i parametrów, czyli syntezy strukturalnej i parametrycznej modelu układu mechanicznego z aktywną redukcją drgań. Celem takiego zadania jest dokonanie syntezy rozumianej jako modyfikowanie - już na etapie projektowania - podzespołów maszyn ze względu na żądane widmo częstości drgań układu. W pracy zastosowano metodę nieklasyczną, czyli grafów biegunowych oraz liczb strukturalnych. Zastosowanie tej metody umożliwia przeprowadzenie analizy bez ograniczeń ze względu na rodzaj i liczbę elementów układu mechanicznego.

## 2. Metody redukcji drgań układów mechanicznych

Znanych jest wiele metod redukcji drgań, można je podzielić na: metody pasywne, metody semi-aktywne oraz metody aktywne.

Pasywna redukcja drgań polega na wprowadzeniu dodatkowych elementów w postaci tłumików drgań. Tłumiki drgań rozpraszają lub magazynują energię. Parametry tłumików pasywnych nie ulegają zmianie w czasie. W pasywnej redukcji drgań występuje silny związek pomiędzy efektywnością a częstością drgań jak również wrażliwość na zmianę parametrów.

Metody semi-aktywne polegają na zastosowaniu semi-aktywnych eliminatorów drgań. Łączą one ze sobą niektóre cechy występujące w elementach pasywnych i aktywnych. Budowa podukładu semi-aktywnego jest podobna jak w przypadku podukładu aktywnego. Różnica pomiędzy podukładami aktywnymi a semi-aktywnymi polega na tym, że podukłady semi-aktywne mają małe zapotrzebowanie na energię. Od podukładów pasywnych różnią się natomiast tym iż ich parametry mogą ulegać zmianie w czasie. Zmiany te są uzależnione od aktualnego stanu układu podstawowego.

Charakterystyczną cechą aktywnej redukcji drgań jest konieczność występowania dodatkowych zewnętrznych źródeł energii. Energia dostarczana z zewnątrz przeciwdziała niepożądanym drganiom. Podukłady aktywne mogą redukować drgania wybranych części maszyn czy urządzeń. Wartość ich parametrów jest zmienna w czasie i uzależniona od bieżącego stanu układu. Podukłady aktywne mogą być zbudowane z różnego typu elementów: mechanicznych, elektrycznych, pneumatycznych,

hydraulicznych. Stosowanie metod aktywnych i semi-aktywnych umożliwia wyeliminowanie ograniczeń występujących w metodach pasywnych [1-5,11,14,15,18].

### 3. Synteza aktywnych układów mechanicznych

Przedstawiona w pracy synteza jest nieklasyczną metodą projektowania dyskretnych drgających układów mechanicznych. W wyniku syntezy otrzymuje się strukturę oraz parametry układu o żądanych własnościach [5,6,8]. Synteza może być również zastosowana do modyfikowania układów już istniejących aby osiągnąć zamierzony rezultat. Synteza składa się z dwóch podstawowych etapów. W pierwszym, gdy mamy do czynienia z projektowaniem nowego układu, określamy wymagania dotyczące częstości drgań własnych układu i otrzymujemy strukturę i parametry układu zbudowanego jedynie z elementów pasywnych w postaci elementów inercyjnych i sprężystych. W drugim etapie dobieramy redukcję drgań pasywną lub aktywną do otrzymanego układu lub do istniejącego już układu (rys. 1). Przedstawiony sposób projektowania aktywnych układów mechanicznych z redukcją drgań, za pomocą grafów biegunowych i liczb strukturalnych, umożliwia pełną automatyzację oraz algorytmizację obliczeń, podczas wyznaczania charakterystyk dynamicznych układu, jak również - bezpośrednie śledzenie wprowadzonych zmian strukturalnych bez względu na złożoność danego układu.

Aby otrzymać strukturę i parametry elementów inercyjnych i sprężystych układu dynamicznego stosuje się dwie podstawowe metody [8]:

- rozkład funkcji charakterystycznej na ułamek łańcuchowy (3),
- rozkład funkcji charakterystycznej na ułamki proste (4).

Funkcjami charakterystycznymi mogą być funkcje w postaci ruchliwości (1) lub powolności (2):

$$V(s) = H \frac{c_k s^k + c_{k-1} s^{k-2} + \dots + c_1 s}{d_l s^l + d_{l-1} s^{l-2} + \dots + d_0} \quad (1)$$

$$U(s) = H \frac{d_l s^l + d_{l-1} s^{l-2} + \dots + d_0}{c_k s^k + c_{k-1} s^{k-2} + \dots + c_1 s} \quad (2)$$

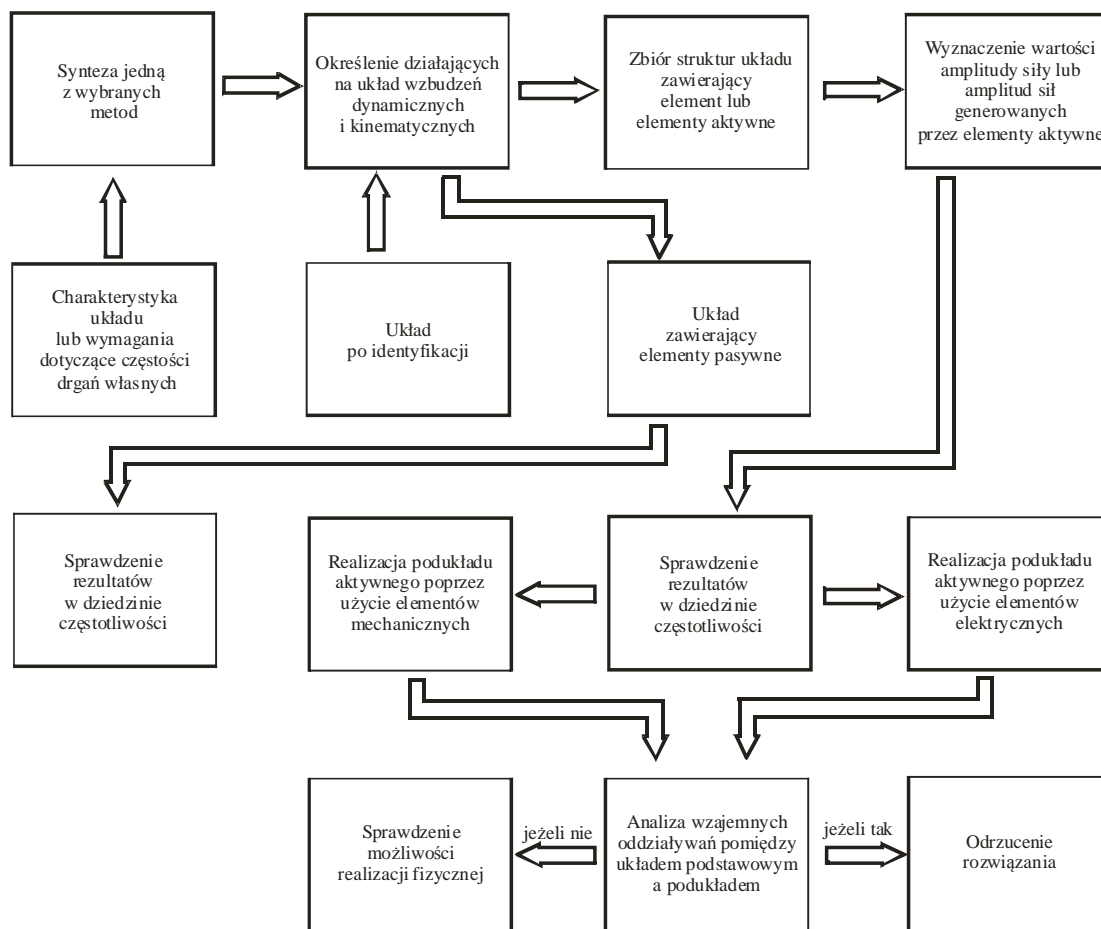
gdzie:

$k, l$  – liczby naturalne,

$c, d$  – liczby rzeczywiste,

$H$  – dowolna dodatnia liczba rzeczywista.

$$V(s) = \frac{c_1}{s} + m_1 s + \frac{1}{\frac{s}{c_2} + \frac{1}{m_2 s + \dots + \frac{1}{\frac{s}{c_n} + \frac{1}{m_n s}}}} \quad (3)$$



Rys. 1. Idea syntezy aktywnych układów mechanicznych z tłumieniem

$$U(s) = \frac{c_1}{s} + m_1 s + \frac{1}{\frac{s}{c_2} + \frac{1}{m_2 s}} + \dots + \frac{1}{\frac{s}{c_n} + \frac{1}{m_n s}} \quad (4)$$

gdzie:

$c$  – elementy sprężyste,

$m$  – elementy inercyjne.

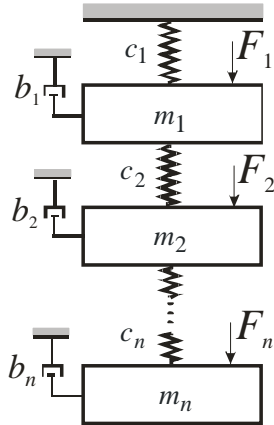
W celu zaprojektowania układu z pasywną redukcją drgań należy postępować zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 1. Po przeprowadzeniu syntezy w postaci rozkładu na ułamek łańcuchowy lub ułamki proste należy określić rodzaj oraz wartość wzbudzeń zewnętrznych działających na układ.

Konstruktor wybierając pasywną redukcję drgań określa czy elementy pasywne, w postaci tłumików wiskotycznych, będą proporcjonalne do elementów inercyjnych (przykład takiego układu ilustruje rys. 2) czy do elementów sprężystych (rys. 3). Należy również sprawdzić efektywność zastosowania elementów pasywnych poprzez przeprowadzenie analizy otrzymanego układu [5,13]

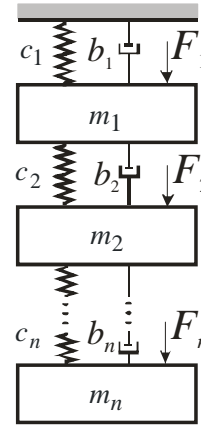
Inną możliwością jest zastosowanie elementów aktywnych do redukcji drgań. Synteza układów z aktywną redukcją drgań jest przedstawiona na rysunku 1. Pierwszy

etap jest analogiczny jak w przypadku zastosowania elementów pasywnych. W drugim etapie dobiera się strukturę z elementami aktywnymi oraz ich parametry.

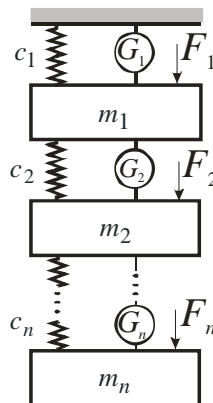
Układ z elementami aktywnymi przedstawiono na rysunku 4. Podukłady aktywne zlokalizowane są pomiędzy elementami inercyjnymi co umożliwia redukcję z góry określonych przez konstruktora części układu.



Rys.2. Model dyskretnego układu mechanicznego z elementami pasywnymi proporcjonalnymi do elementów inercyjnych



Rys.3. Model dyskretnego układu mechanicznego z elementami pasywnymi proporcjonalnymi do elementów sprężystych



Rys.4. Model dyskretnego układu mechanicznego z elementami aktywnymi

#### 4. Badany układ

W niniejszej pracy ograniczono się do omówienia aktywnej redukcji drgań na przykładzie układu o trzech stopniach swobody o strukturze kaskadowej. Aby otrzymać układ spełniające wymogi dotyczące częstości drgań należy wartości określić tych częstości (5) a następnie utworzyć funkcję charakterystyczną (6) i dokonać rozkładu tej funkcji na ułamek łańcuchowy (7).

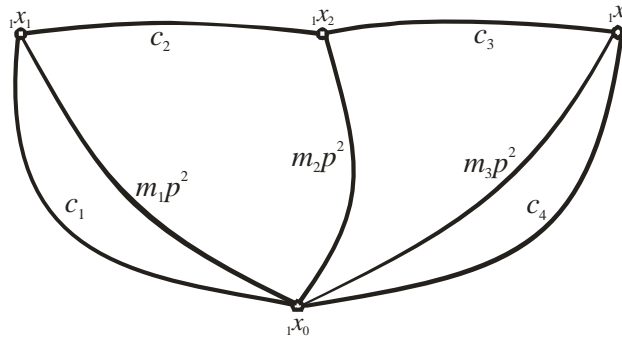
$$\begin{cases} \omega_1 = 10 \frac{rad}{s}, & \omega_3 = 30 \frac{rad}{s}, & \omega_5 = 50 \frac{rad}{s} - \text{częstości rezonansowe,} \\ \omega_0 = 0 \frac{rad}{s}, & \omega_2 = 20 \frac{rad}{s}, & \omega_4 = 40 \frac{rad}{s} - \text{częstości antyrezonansowe.} \end{cases} \quad (5)$$

$$U(s) = \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2)(s^2 + \omega_5^2)}{s(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2)} \quad (6)$$

W wyniku rozkładu funkcji w postaci powolności na ułamek łańcuchowy otrzymuje się strukturę oraz wartości układu z elementami inercyjnymi i sprężystymi.

$$U(s) = \frac{c_1}{s} + m_1 s + \frac{1}{\frac{s}{c_2} + \frac{1}{m_2 s + \frac{1}{\frac{s}{c_3} + \frac{1}{m_3 s + \frac{1}{\frac{s}{c_4}}}}}} = \frac{175}{s} + 1s + \frac{1}{1325 + \frac{1}{1,7s + \frac{1}{848,6 + \frac{1}{1,6s + \frac{1}{268,05}}}}} \quad (7)$$

Na podstawie rozkładu funkcji możliwe jest otrzymanie grafu biegunowego oraz układu mechanicznego. (rys.5,6).



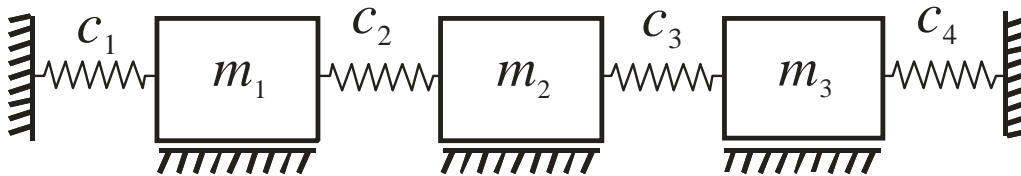
Rys. 5. Graf biegunowy

Symbole na rysunku 5 oznaczają:  
elementy inercyjne

$$m_1 p^2 \rightarrow m_1 = 1 \text{ [kg]}, \quad m_2 p^2 \rightarrow m_2 = 1,67 \text{ [kg]}, \quad m_3 p^2 \rightarrow m_3 = 1,59 \text{ [kg]}$$

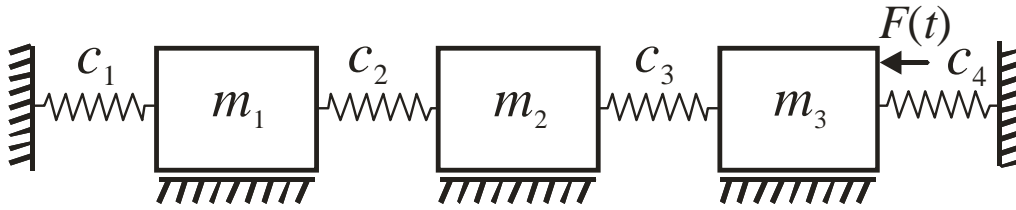
element sprężyste

$$c_1 \rightarrow c_1 = 175 \left[ \frac{N}{m} \right], \quad c_2 \rightarrow c_2 = 1325 \left[ \frac{N}{m} \right], \quad c_3 \rightarrow c_3 = 848,63 \left[ \frac{N}{m} \right], \quad c_4 \rightarrow c_4 = 268,05 \left[ \frac{N}{m} \right].$$

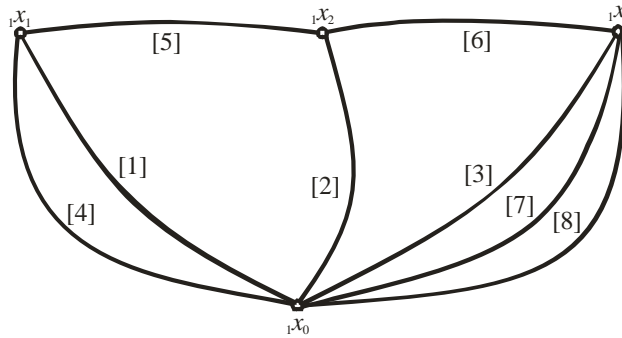


Rys. 6. Model układu otrzymanego w wyniku syntezy

Postępując zgodnie z diagramem przedstawionym na rys.1 należy określić wzbudzenia działające na układ. W rozpatrywanym przypadku na układ działa siła  $F(t)$  przyłożona do element inercyjnego 3 (rys.7). Graf biegunowy układu przedstawiono na rys.8.



Rys. 7. Model układu (rys. 6) z wzbudzeniem dynamicznym



Rys. 8. Graf biegunowy układu z rys. 7

Krawędzi grafu biegunowego (rys. 8) zostały ponumerowane w następujący sposób:

$$\left. \begin{array}{l} [1] - m_1 p^2, \\ [2] - m_2 p^2, \\ [3] - m_3 p^2, \end{array} \right\} \text{elementy inercyjne} \quad \left. \begin{array}{l} [4] - c_1, \\ [5] - c_2, \\ [6] - c_3, \\ [7] - c_4, \end{array} \right\} \text{elementy sprężyste}$$

[8] -  $F(t) \rightarrow F(t) = 10 \sin \omega t$  [N] wzbudzenie dynamiczne

W celu określenia amplitudy drgań układu (rys.7), można zastosować algebrę liczb strukturalnych i jej związek z grafami biegunowymi [2,4]. W rozpatrywanym przypadku amplitudy przybierają następujące formy (8-10):

$$A_1 = \left| \frac{\text{Sim}_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial [1]}, \frac{\partial D(\omega)}{\partial [3]} \right) [8]}{D(\omega)} \right| = \frac{c_2 c_3 F}{-m_1 m_2 m_3 \omega^6 + \omega^4 (m_1 m_2 c_3 + m_1 m_2 c_4 + m_1 m_3 c_2 + m_1 m_3 c_3 + m_2 m_3 c_1 + m_2 m_3 c_2) + \omega^2 (m_1 c_2 c_3 + m_1 c_2 c_4 + m_1 c_3 c_4 + m_2 c_1 c_3 + m_2 c_1 c_4 + m_2 c_2 c_3 + m_2 c_2 c_4 + m_3 c_1 c_2 + m_3 c_1 c_3 + m_3 c_2 c_3) + c_1 c_2 c_3 + c_1 c_2 c_4 + c_1 c_3 c_4 + c_2 c_3 c_4} \quad (8)$$

$$A_2 = \left| \frac{\text{Sim}_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial [2]}, \frac{\partial D(\omega)}{\partial [3]} \right) [8]}{D(\omega)} \right| =$$

$$= \left| \frac{(-m_1 c_3 \omega^2 + c_1 c_3 + c_2 c_3) F}{-m_1 m_2 m_3 \omega^6 + \omega^4 (m_1 m_2 c_3 + m_1 m_2 c_4 + m_1 m_3 c_2 + m_1 m_3 c_3 + m_2 m_3 c_1 + m_2 m_3 c_2) + \omega^2 (m_1 c_2 c_3 + m_1 c_2 c_4 + m_1 c_3 c_4 + m_2 c_1 c_3 + m_2 c_1 c_4 + m_2 c_2 c_3 + m_2 c_2 c_4 + m_3 c_1 c_2 + m_3 c_1 c_3 + m_3 c_2 c_3) + c_1 c_2 c_3 + c_1 c_2 c_4 + c_1 c_3 c_4 + c_2 c_3 c_4} \right| \quad (9)$$

$$A_3 = \left| \frac{\frac{\partial D(\omega)}{\partial [3]} [8]}{D(\omega)} \right| =$$

$$= \left| \frac{(m_1 m_2 \omega^4 - \omega^2 (m_1 c_2 + m_1 c_3 + m_2 c_1 + m_2 c_2) + c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3) F}{-m_1 m_2 m_3 \omega^6 + \omega^4 (m_1 m_2 c_3 + m_1 m_2 c_4 + m_1 m_3 c_2 + m_1 m_3 c_3 + m_2 m_3 c_1 + m_2 m_3 c_2) + \omega^2 (m_1 c_2 c_3 + m_1 c_2 c_4 + m_1 c_3 c_4 + m_2 c_1 c_3 + m_2 c_1 c_4 + m_2 c_2 c_3 + m_2 c_2 c_4 + m_3 c_1 c_2 + m_3 c_1 c_3 + m_3 c_2 c_3) + c_1 c_2 c_3 + c_1 c_2 c_4 + c_1 c_3 c_4 + c_2 c_3 c_4} \right| \quad (10)$$

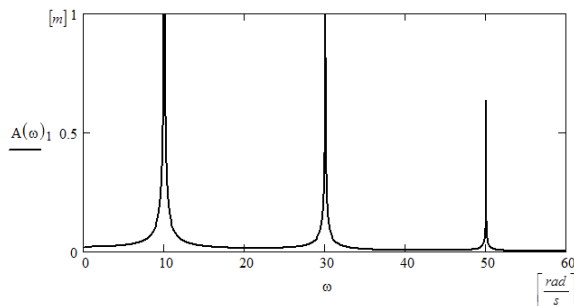
Symbole występujące w równaniach 8-10 oznaczają:

$D(\omega)$  – równanie charakterystyczne,

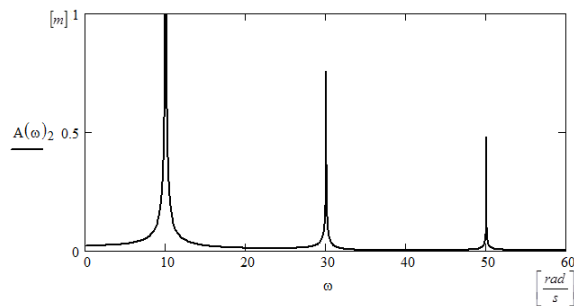
$\frac{\partial D(\omega)}{\partial [a]}$  - pochodna liczby strukturalnej względem krawędzi a,

$\text{Sim}_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial [a]}, \frac{\partial D(\omega)}{\partial [b]} \right)$  - funkcja jednoczesności krawędzi a i b.

Postać graficzną amplitud analizowanego układu (rys.7) przedstawiono na rys.9-11

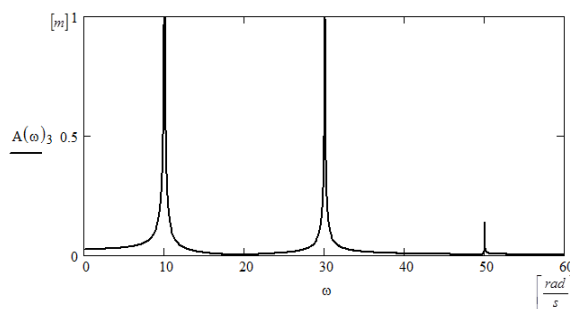


Rys. 9. Wykres amplitudy  $A_1$  układu z wzbudzeniem dynamicznym (rys. 7)



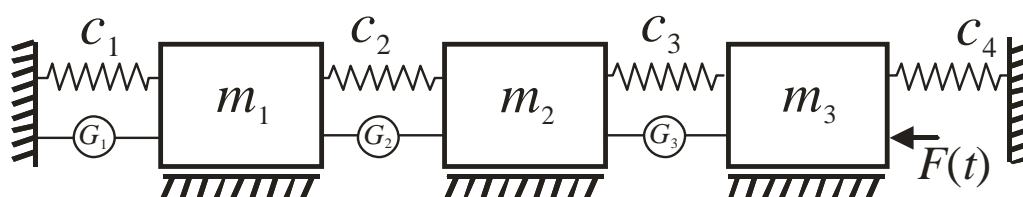
Rys. 10. Wykres amplitudy  $A_2$  układu z wzbudzeniem dynamicznym (rys. 7)



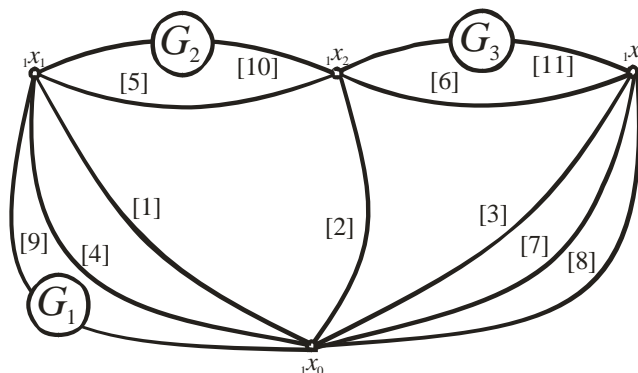


Rys. 11. Wykres amplitudy  $A_3$  układu z wzbudzeniem dynamicznym (rys. 7)

W celu zmniejszenia drgań układu można zastosować elementy aktywne. Układ z aktywną redukcją drgań przedstawiony jest na rys. 12, a jego graf biegunowy na rys.13.



Rys. 12. Układ o trzech stopniach swobody z trzema elementami aktywnymi



Rys. 13. Graf biegunowy układu z rys. 12

Krawędzie grafu na rys.13 są równoważne z rys.8 poza krawędziami 9-11, które oznaczają:

- [9]–  $G_1 \Rightarrow$  element aktywny 1,
- [10]–  $G_2 \Rightarrow$  element aktywny 2,
- [11]–  $G_3 \Rightarrow$  element aktywny 3.

Aby wyznaczyć wartości sił generowanych przez elementy aktywne  $G_1$ ,  $G_2$  i  $G_3$ , należy rozwiązać układ równań (11), który przyjmuje następującą postać:

$$\begin{bmatrix}
 \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([2][3])} \right) & -Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([2][3])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][3])} \right) & -Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([2][1])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([3][2])} \right) \\
 -Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([2][3])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][3])} \right) & \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][3])} \right) & -Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][3])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][2])} \right) \\
 -Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([2][1])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([3][2])} \right) & -Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][3])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][2])} \right) & \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][2])} \right)
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_1 \\ -G_2 \\ -G_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial D(\omega)}{\partial([2][3])} &= -m_1 \omega^2 + c_1 + c_2, & \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][3])} &= -m_2 \omega^2 + c_2 + c_3, & \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][2])} &= -m_3 \omega^2 + c_3 + c_4, \\
 -Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([2][3])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][3])} \right) &= -c_2, & -Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][3])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([1][2])} \right) &= -c_3, \\
 Sim_z \left( \frac{\partial D(\omega)}{\partial([2][1])}; \frac{\partial D(\omega)}{\partial([3][2])} \right) &= 0.
 \end{aligned}$$

Po rozwiązaniu układu równań (11) otrzymuje się wartości  $G_1, G_2$  i  $G_3$ .

Przy  $\omega = \omega_1 = 10 \left[ \frac{rad}{s} \right]$ , wartości  $G_1, G_2$  i  $G_3$  są następujące:

$$G_1 = 0,225 \sin \omega t \text{ [N]}, \quad G_2 = -0,501 \sin \omega t \text{ [N]}, \quad G_3 = -9,673 \sin \omega t \text{ [N]}$$

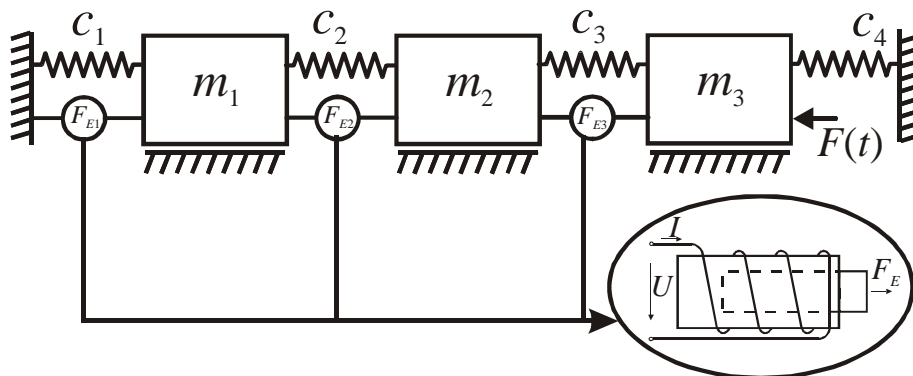
Przy  $\omega = \omega_3 = 30 \left[ \frac{rad}{s} \right]$ , wartości  $G_1, G_2$  i  $G_3$  są następujące:

$$G_1 = -2,175 \sin \omega t \text{ [N]}, \quad G_2 = -4,51 \sin \omega t \text{ [N]}, \quad G_3 = -13,489 \sin \omega t \text{ [N]}$$

Przy  $\omega = \omega_5 = 50 \left[ \frac{rad}{s} \right]$ , wartości  $G_1, G_2$  i  $G_3$  są następujące:

$$G_1 = -6,975 \sin \omega t \text{ [N]}, \quad G_2 = -12,525 \sin \omega t \text{ [N]}, \quad G_3 = -21,12 \sin \omega t \text{ [N]}$$

Po przeprowadzeniu syntezy i określeniu wartości sił generowanych przez podukłady aktywne wybrano jako realizację fizyczną tych podukładów elementy elektryczne w postaci cewki z ruchomym rdzeniem (rys.14).



Rys.14. Model układu z elementami elektrycznymi

W celu określenia wartości siły elektrodynamicznej, należy skorzystać z zależności przedstawionej poniżej [12,16-18]:

$$F_E = BIL_C \quad (12)$$

gdzie:

$F_E$  – siła elektrodynamiczna,

$B$  – indukcja magnetyczna,

$I$  – natężenie prądu,

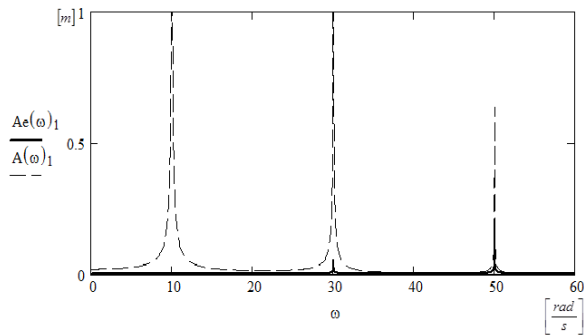
$L_C$  – długość przewodnika z prądem.

Wartość siły elektrodynamicznej jest wprost proporcjonalna do natężenia prądu płynącego w przewodniku oraz do długości odcinka przewodnika znajdującego się w danym polu magnetycznym. Wartości sił „ $F_E$ ” są równoważne z wcześniej określonymi wartościami sił „ $G$ ”. W przedstawionej zależności występuje element, który można zmieniać w czasie, czyli prąd przepływający przez przewodnik „ $I$ ”. Przykładowe wartości tych elementów są przedstawione w tablicy 1.

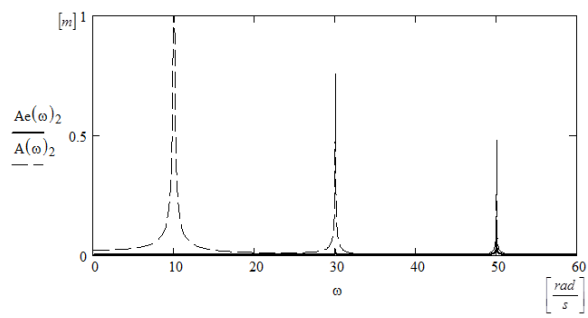
Tablica 1  
Wartości elementów elektrycznych

wartość częstości	indukcja magnetyczna	natężenie prądu	długość przewodnika z prądem
$\omega = \omega_1 = 10 \left[ \frac{rad}{s} \right]$	$B_1 = 5,825$	$I_1 = 0,386$	$L_{C1} = 0,1$
	$B_2 = 4,346$	$I_2 = 0,576$	$L_{C2} = 0,2$
	$B_3 = 12,731$	$I_3 = 2,533$	$L_{C3} = 0,3$
$\omega = \omega_3 = 30 \left[ \frac{rad}{s} \right]$	$B_1 = 18,11$	$I_1 = 1,201$	$L_{C1} = 0,1$
	$B_2 = 13,04$	$I_2 = 1,729$	$L_{C2} = 0,2$
	$B_3 = 15,03$	$I_3 = 2,991$	$L_{C3} = 0,3$
$\omega = \omega_5 = 50 \left[ \frac{rad}{s} \right]$	$B_1 = 32,43$	$I_1 = 2,151$	$L_{C1} = 0,1$
	$B_2 = 21,73$	$I_2 = 2,88$	$L_{C2} = 0,2$
	$B_3 = 18,81$	$I_3 = 3,742$	$L_{C3} = 0,3$

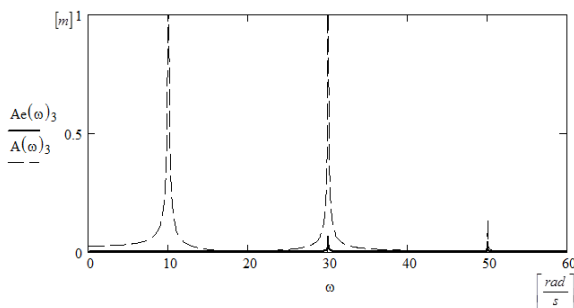
W następnym kroku przeprowadzono analizę wpływu podukładu na układ podstawowy. Analiza przedstawiona jest w postaci wykresów na których porównano amplitudy i wychylenia układu bez redukcji oraz z elementami elektrycznymi zmniejszającymi drgania (rys.15-23).



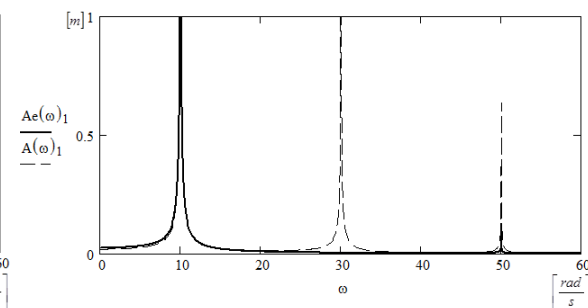
Rys.15. Wykres amplitudy  $A_1$  oraz wychylenia  $Ae_1$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys. 14) przy  $\omega = \omega_1 = 10$  rad/s



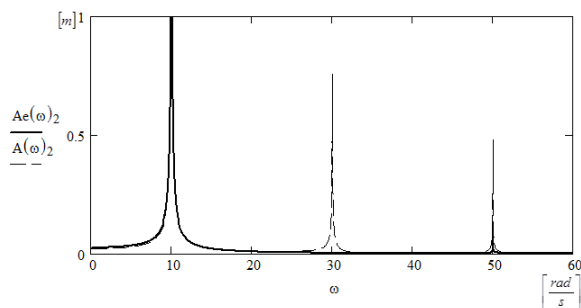
Rys.16. Wykres amplitudy  $A_2$  oraz wychylenia  $Ae_2$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys. 14) przy  $\omega = \omega_1 = 10$  rad/s



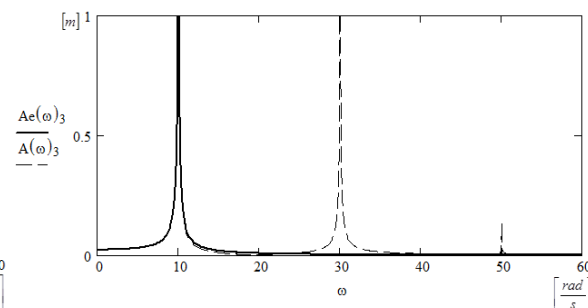
Rys.17. Wykres amplitudy  $A_3$  oraz wychylenia  $Ae_3$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys. 14) przy  $\omega = \omega_1 = 10$  rad/s



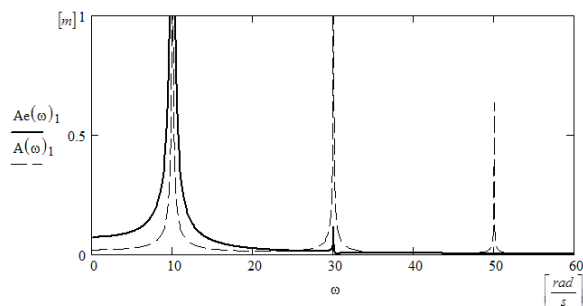
Rys.18. Wykres amplitudy  $A_1$  oraz wychylenia  $Ae_1$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys.14) przy  $\omega = \omega_3 = 30$  rad/s



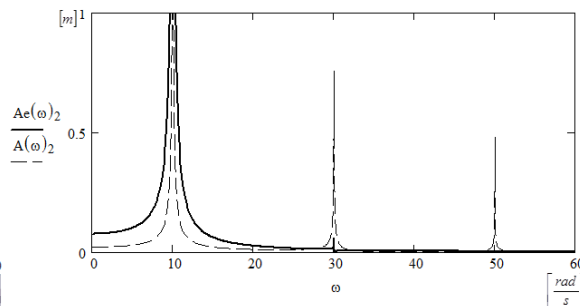
Rys.19. Wykres amplitudy  $A_2$  oraz wychylenia  $Ae_2$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys.14) przy  $\omega = \omega_3 = 30$  rad/s



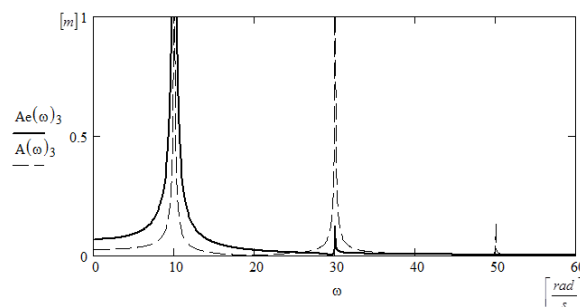
Rys.20. Wykres amplitudy  $A_3$  oraz wychylenia  $Ae_3$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys.14) przy  $\omega = \omega_3 = 30$  rad/s



Rys.21. Wykres amplitudy  $A_1$  oraz wychylenia  $Ae_1$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys.14) przy  $\omega = \omega_5 = 50 \text{ rad/s}$



Rys.22. Wykres amplitudy  $A_2$  oraz wychylenia  $Ae_2$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys.14) przy  $\omega = \omega_5 = 50 \text{ rad/s}$



Rys.23. Wykres amplitudy  $A_3$  oraz wychylenia  $Ae_3$  układu o trzech stopniach swobody z elementami elektrycznymi (rys.14) przy  $\omega = \omega_5 = 50 \text{ rad/s}$

W wyniku przeprowadzonej analizy otrzymano wykresy, na których widać że podsystem aktywny nie wpływa na zmianę układu podstawowego. Zmianie nie ulegają wartości częstości drgań własnych układu, które były wymaganiami jakie ma spełniać układ.

Inną z możliwości, przedstawionych w pracy, stosowania elementów elektrycznych jest użycie elementów piezoelektrycznych [7,9,14].

## Podsumowanie

W pracy przedstawiono nieklasyczną metodę projektowania dyskretnych drgających układów mechanicznych i mechatronicznych. Projektowanie to polega na przeprowadzeniu syntezy strukturalno-parametrycznej. W wyniku syntezy otrzymuje się układ o żądanych, określonych na wstępie, własnościach dotyczących wartości częstości drgań własnych układu. Takie podejście umożliwia już na etapie projektowania modyfikowanie układów bez względu na liczbę stopni swobody rozpatrywanych układów.

Ważną kwestią rozważaną w pracy było przedstawienie możliwości fizycznej realizacji podukładów aktywnych oraz analiza wzajemnych relacji pomiędzy układem podstawowym a podukładem redukującym drgania.

## LITERATURA

1. Bialas K. Electrical Elements in Reduction of Mechanical Vibrations. Applied Mechanics and Materials 2013; 371: 657-661.

2. Bialas K. Mechanical and electrical elements in reduction of vibrations. *Journal of Vibroengineering* 2012; 14 (1): 123-128.
3. Bialas K. Mechanical Subsystem as Implementation of Active Reduction of Vibration. *Solid State Phenomena* 2013; 198: 657-662.
4. Bialas K. Passive and Active Elements in Reduction of Vibrations of Torsional Systems. *Solid State Phenomena* 2010; 164: 260-264.
5. Białas K., Buchacz A., Dzitkowski T. Synthesis of vibrating active mechanical systems with dumping in view of polar graphs and structural numbers. *Gliwice Monograph 230, Silesian University of Technology Press, 2009 (in Polish).*
6. Buchacz A. Introduction to synthesis of the torsional vibrating discrete-continuous mechatronic systems by means of the hypergraphs and structural numbers method. *Journal of Vibroengineering* 2012; 14 (2): 514-519.
7. Buchacz A., Płaczek M.: Damping of Mechanical Vibrations Using Piezoelements, Including Influence of Connection Layer's Properties on the Dynamic Characteristic. *Solid State Phenomena* 2009; 147-149: 869-875.
8. Buchacz A., Świder J. (red) Computer support CAD CAM, Support for construction of systems reducing vibration and machine noise, Warsaw WNT, 2001 (in Polish).
9. Buchacz A., Wróbel A. Computer-Aided Analysis of Piezoelectric Plates. *Solid State Phenomena* 2010; 164: 239-242.
10. Czmochoński J., Moczko P., Odyjas P., Pietrusiak D. Tests of rotary machines vibrations in steady and unsteady states on the basis of large diameter centrifugal fans. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2014; 16 (2): 211–216.
11. Engel Z., Kowal J., *Vibro-acoustic processes control*, Kraków AGH Press, 1995 (in Polish).
12. Groszkowski J., *Manufacturing of electric vibrations*, Warsaw PWT, 1958 (in Polish).
13. Jamroziak K., Kosobudzki M. Determining the torsional natural frequency of underframe of off-road vehicle with use of the procedure of operational modal analysis. *Journal of Vibroengineering* 2012; 14 (2): 472-476.
14. Latański J. Modelling of macro fiber composite piezoelectric active elements in ABAQUS system. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2011; 4: 72–78.
15. Michałowski S., *Active systems in machines construction*, Cracow Publication by Cracow University of Technology, Monograph 171, 1994 (in Polish).
16. Onwubolu G. C., *Mechatronics Principles and Applications*. Elsevier Butterworth-Heinemann 2005.
17. Preumont A., *Mechatronics Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*. Published by Springer. The Netherlands 2006.
18. Soong T.T., Dargush G.F., *Passive energy dissipation systems in structural engineering*. Chichester, USA, Wiley 1999.