

Edyta DUDEK, Michał MOSIĄDZ

GŁÓWNY URZĄD MIAR, ZAKŁAD METROLOGII ELEKTRYCZNEJ, LABORATORIUM WZORCÓW NAPIĘCIA I OPORU,
UL. ELEKTORALNA 2, 00-139 WARSZAWA

Wzorce jednostek miar rezystancji i napięcia elektrycznego a podstawowe stałe fizyczne

mgr Edyta DUDEK

Ukończyła z wyróżnieniem Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. W pracy magisterskiej, w dziedzinie mechaniki kwantowej zajmowała się badaniem modeli barionu. Za szczególne osiągnięcia naukowe otrzymała stypendium MEN. Od 1997 r. pracuje w Zakładzie Metrologii Elektrycznej. Zajmuje się państwowym wzorcem napięcia elektrycznego. Jest autorką wielu publikacji dotyczących dokładnych pomiarów napięcia.



e-mail: electricity@gum.gov.pl

dr inż. Michał MOSIĄDZ

Ukończył Wydział PPT Politechniki Wrocławskiej specjalizując się w zakresie inżynierii materiałów i systemów pomiarowych. Obronił rozprawę doktorską na Wydziale Elektrycznym PWr w dziedzinie pomiarów właściwości magnetycznych materiałów nadprzewodzących. Od 2006 r. w Zakładzie Metrologii Elektrycznej zajmuje się problematyką pomiarów elektrycznych najwyższej dokładności, wzorców kwantowych, budową systemów pomiarowych, doskonaleniem metod wzorcowania.



e-mail: electricity@gum.gov.pl

Streszczenie

Współczesne kierunki rozwoju metrologii postulują odejście od tradycyjnych materialnych wzorców jednostek miar i zastąpienie ich wzorcami opartymi na zjawiskach kwantowych. Referat przedstawia fizyczne podstawy najnowocześniejszych wzorców napięcia elektrycznego (opartego na zjawisku Josephsona) i rezystancji (kwantowy efekt Halla), systemy odtwarzania jednostek miar pracujące w oparciu o nie, a także korzyści płynące z włączenia ich do polskiego systemu miar.

Słowa kluczowe: wzorce, rezystancja, napięcie elektryczne, zjawisko Josephsona, kwantowy efekt Halla, system miar

Voltage and resistance standards and basic physical constants

Abstract

Modern metrology postulates replacing material standards with quantum standards. Article describes physical phenomena and working principles of voltage (Josephson effect) and resistance (quantum Hall effect) standards, measurement systems and advantages of using them in Polish units system.

Keywords: standard, resistance, voltage, Josephson effect, quantum Hall effect, measurement units system

1. Wstęp

Ważną grupą wielkości fizycznych są podstawowe stałe fizyczne, które można wyznaczyć zarówno eksperymentalnie, jak i na drodze rozważań teoretycznych. Należą do nich m. in. stała Plancka – h i ładunek elementarny elektronu – e . Zastosowanie ich wraz z wykorzystaniem zasad mechaniki kwantowej jest podstawą obecnego rozumienia zjawisk fizycznych.

Klasyczna metrologia oparta była na materialnych wzorcach jednostek miar. Pierwszymi w dziejach ludzkości wzorcami były materialne reprezentacje miar długości, objętości, masy, czy pomiar czasu oparty o zjawiska naturalne. Wraz z odkryciem i rozwojem elektryczności pojawiła się potrzeba stworzenia wzorców jednostek miar wykorzystywanych w tej nowej dziedzinie – rezystancji (om Ω) i napięcia elektrycznego (wolt V). Początkowo wzorcami były materialne reprezentacje tych jednostek miar. W przypadku rezystancji wzorce stanowiły odpowiednio dobrane elementy oporowe o ściśle określonej wartości rezystancji – rezystory rtęciowe, lub z odpowiednio wyselekcjonowanych stopów przewodzących.

Rezystory wzorcowe musiały charakteryzować się jak najlepszą stabilnością czasową i termiczną, a także wysoką powtarzalnością wyników, stosowaną do klasy dokładności wzorca. W celu zminimalizowania wpływu błędów pomiarowych oraz niedoskonałości wykonania rezystorów, zaczęto stosować wzorce grupowe. Tego typu wzorce stanowiły grupy kilku rezystorów o podobnych parametrach metrologicznych. Wartość odniesienia w przypadku wzorców grupowych stanowiła wartość średnia rezystancji uzyskana na podstawie porównań wartości rezystorów metodą każdej z każdym. W przypadku napięcia elektrycznego jako wzorce stosowano ogniwa SEM określonego typu – ogniwa Westona, również wyselekcjonowane pod względem parametrów metrologicznych i jakości wykonania. Tutaj również stosowano wzorce grupowe, których wartość określano w analogiczny sposób jak w przypadku wzorców rezystancji. Rozwój elektroniki umożliwił skonstruowanie odpowiednio stabilnych półprzewodnikowych źródeł napięcia, które w drugiej połowie XX wieku przejęły częściowo rolę ogniwa Westona. Wzorce takie oparte były na działaniu diod Zenera w połączeniu z odpowiednimi elektronicznymi układami stabilizacji i przetwarzania napięcia [1].

Rozwój nauki i techniki, szczególnie szybki w drugiej połowie XX wieku, zaowocował potrzebą wprowadzenia bardziej dokładnych wzorców wszystkich jednostek miar, w tym wielkości elektrycznych, takich jak rezystancja i napięcie elektryczne. Dotychczas uzyskiwana powtarzalność uzyskiwanych wyników oraz poziom niepewności pomiarów przestały być wystarczające dla najnowocześniejszych technologii. Szybki rozwój wiedzy umożliwił równocześnie wykorzystanie najnowszych odkryć naukowych dla potrzeb metrologii. Środowiska naukowe podjęły się opracowania nowej generacji wzorców jednostek miar, opartych na zjawiskach kwantowych. Rozwiązanie takie pozwala na odtwarzanie jednostek miar wprost ze zjawisk kwantowych i obliczanie odtwarzanych wartości jedynie na podstawie stałych fizycznych i parametrów technicznych układu pomiarowego, a nie zjawisk fizyki klasycznej. Dzięki temu możliwe stało się osiągnięcie niewyobrażalnej dotychczas powtarzalności wyników oraz polepszenie niepewności pomiarowej o kilka rzędów. Do odtwarzania jednostki napięcia elektrycznego współcześnie wykorzystuje się układy pomiarowe pracujące w oparciu o efekt Josephsona zachodzący w materiałach nadprzewodzących, natomiast do odtwarzania jednostki rezystancji – kwantowy efekt Halla. Oba zjawiska są zjawiskami odkrytymi względnie niedawno, i dopiero w ostatnich latach rozwój techniki umożliwił ich zastosowanie w praktyce, nie tylko do celów metrologii [2].

Program stworzenia nowej generacji wzorców jednostek miar, opartych na zjawiskach kwantowych, objął prawie wszystkie gałęzie metrologii – pomiary długości, czasu itd. – w tym także

wielkości elektryczne. Obecnie w najważniejszych laboratoriach wzorcujących na całym świecie albo już są stosowane, albo niedługo zostaną zainstalowane, kwantowe wzorce napięcia i rezystancji. Tak dynamicznego rozwoju i postępu w dziedzinie odtwarzania jednostek wielkości elektrycznych nie obserwowano w całej jej historii. Dalekosiężne plany mówią o tworzeniu wzorców prądu elektrycznego. Dzięki wzorcom nowej generacji, możliwe jest osiągnięcie wysokiej dokładności pomiarowej, a przede wszystkim – uzyskiwane wartości można wyznaczyć metodą obliczeniową, korzystając jedynie z wartości bezwzględnych, jakimi są stałe fizyczne. Umożliwia to uniezależnienie się od dotychczas stosowanych, materialnych reprezentacji jednostek miar i bezpośrednio ich odtwarzanie wprost ze zjawisk fizyki kwantowej.

Najważniejsze stałe w metrologii kwantowej: stała Josephsona K_J i stała Klitzinga zależą wyłącznie od uniwersalnych stałych o fundamentalnym znaczeniu, nie tylko w fizyce kwantowej: stałej Plancka i ładunku elementarnego elektronu.

Stała Plancka h została wprowadzona przez Plancka w 1900 r., kiedy próbował wyjaśnić obserwowane właściwości promieniowania termicznego ciała doskonale czarnego. Planck zapostulował, że energia nie może być wypromieniowywana w dowolnych ciągłych ilościach, a jedynie w postaci „paczek” (kwantów) o wartości $h\nu$. Uzyskane przez niego eksperymentalne wyniki potwierdziły, że fundamentalne założenie teorii kwantowej. Fakt ten uczynił wielkość h wielkością realnie istniejącą. Stała Plancka pozwoliła powiązać korpuskularne i falowe właściwości materii. Wartość stałej Plancka w układzie SI jest równa:

$$h = 6,62606876(52) \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Po raz pierwszy elementarny ładunek elektryczny e wyznaczył Robert Millikan w 1910. Jego doświadczenie potwierdziło, że ładunek pojedynczego elektronu jest ładunkiem elementarnym, tzn. że wartość bezwzględna każdego ładunku jest całkowitą wielokrotnością pewnego ładunku $q = ne$, gdzie $n=1, 2, 3; q$ – całkowity ładunek, e – wartość bezwzględna ładunku elektronu

$$e = 1,602176462(63) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Za wyznaczenie ładunku elementarnego i prace nad zjawiskiem fotoelektrycznym Robert Millikan został laureatem Nagrody Nobla.

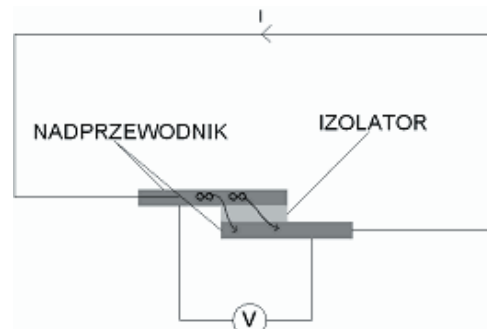
Zjawisko, odkryte i opisane przez Briana Davida Josephsona w 1962 r., zachodzące w strukturze dwóch nadprzewodników oddzielonych cienką warstwą izolacyjną zostało wykorzystane do praktycznej realizacji nowej generacji wzorca jednostki miary napięcia elektrycznego. W 1987 r. XVIII Generalna Konferencja Miar (CGPM - najwyższy organ Konwencji Metrycznej) przyjęła rezolucję, która zaleciła realizację wolta, wykorzystującą wartość stałej Josephsona K_J wyznaczonej eksperymentalnie i stosowanie jej od 1 stycznia 1990 r. Rok później, w 1991 r., Międzynarodowy Komitet Miar (CIPM) ustanowił umowną, dokładną wartość stałej $K_{J,90} = 2e/h = 483\,597,898 \text{ GHz/V}$.

W 1980 r. K. von Klitzing zastosował mechanikę kwantową do opisu efektu Halla. W oparciu o jego eksperymenty ustalono wielkość reprezentującą nowy rodzaj wzorca rezystancji. Podano umowną wartość stałej Klitzinga $R_{K,90} = h/e^2 = 25812,807572 \text{ } \Omega$. W latach 90 tych Komitet Doradczy ds. Elektryczności zalecił odtwarzanie jednostki miary oporu elektrycznego w oparciu o nowy rodzaj wzorców pierwotnych tej jednostki, wykorzystujących kwantowy efekt Halla. Wprowadzenie zaleceń CCE oznaczało dla wszystkich Krajowych Instytucji Metrologicznych konieczność zmiany wartości wzorców jednostki miary oporu elektrycznego, odnoszonych do tej pory do tradycyjnego wzorca stanowiącego grupę oporników wzorcowanych w BIPM.

2. Wzorec napięcia elektrycznego

Niedoskonałość ogniów Westona oraz półprzewodnikowych źródeł napięcia, zmusiła do poszukiwań nowych wzorców. Ze względu na niespotykane wśród innych materiałów właściwości fizyczne, a także znajomość podstaw teoretycznych, wybór padł na elementy nadprzewodzące. Materiały nadprzewodzące odkryto prawie 100 lat temu, jednak powolny rozwój technologii wytwarzania i kriogeniki przez długi okres hamował rozwój urządzeń opartych o tego typu materiały. Pod koniec XX wieku nastąpił rozwój urządzeń nadprzewodnikowych i stało się możliwe produkowanie urządzeń nadprzewodnikowych o odpowiedniej stabilności – w tym złącze Josephsona – umożliwiających odtwarzanie jednostki napięcia elektrycznego na podstawie zjawisk kwantowych na poziomie niepewności 10^{-9} . Początkowo podjęto próby stosowania pojedynczych złącze Josephsona odtwarzających napięcie elektryczne na poziomie pojedynczych mV, jednak stwarzało to znaczne trudności w precyzyjnym przetwarzaniu tej wartości. Dopiero zastosowanie matryc kilku- i kilkunastu tysięcy złącze na jednej płytce, odtwarzających pełen zakres napięcia $0 \div 10\text{V}$, umożliwił ich wykorzystanie do odtwarzania jednostki napięcia elektrycznego [3][4].

Złącze Josephsona jest to typowe złącze tunelowe, w którym warstwy materiału nadprzewodzącego są rozdzielone cienką (ok. 10Å) warstwą dielektryczną. Obwód zawierający złącze Josephsona ilustruje rys. 1. Przy odpowiednim spolaryzowaniu złącza może nastąpić tunelowanie par Coopera przez warstwę nieprzewodzącą. W praktyce nawet przy braku napięcia polaryzacji płynie przez złącze pewien określony, niewielki prąd – prąd Josephsona - związany z różnicą faz parametru porządku



Rys. 1. Obwód elektryczny ilustrujący zasadę działania złącza Josephsona
Fig. 1. Electrical circuit with Josephson junction

funkcji falowych nadprzewodników. Po przekroczeniu wartości napięcia granicznego polaryzacji U_g następuje skok wartości natężenia prądu płynącego przez złącze. Dla polaryzacji złącza napięciem zewnętrznym, prąd tunelowania określa zależność

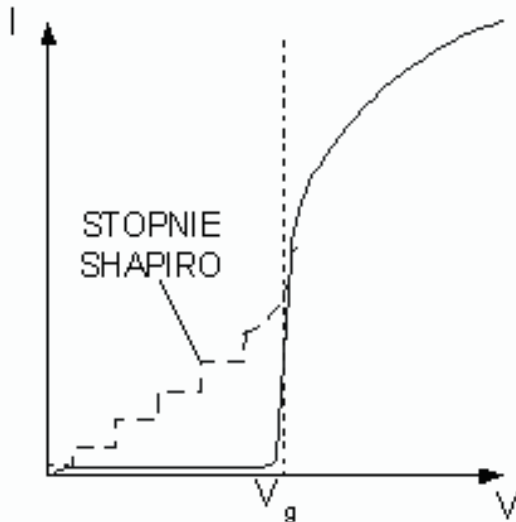
$$I = I_0 \sin\left(\frac{4\pi e}{h} \int V dt\right) \quad (1)$$

w której I – prąd płynący przez złącze, I_0 – prąd krytyczny (stała złącza), V – napięcie złącza, e/h – stosunek ładunku elektronu do stałej Plancka. Dodatkowo przy odpowiednim spolaryzowaniu złącza pojawiają się oscylacje par Coopera między warstwami nadprzewodzącymi, o częstotliwości określonej wzorem

$$f = \frac{2e}{h} V \quad (2)$$

Wartość stałej Josephsona $K_{J,90} = 2e/h$ po prawej stronie równania (2) wynosi $483\,597,9 \text{ GHz/V}$ [5]. Skrajnie wysoka częstotliwość i niska amplituda oscylacji czyni zjawisko trudnym do obserwacji. Poddając złącze Josephsona promieniowaniu mikrofalowemu na jego charakterystyce $I-V$ obserwuje się charakterystyczne stopnie napięciowe, zwane stopniami Shapiro [6] – rys. 2. Wysokość każdego z nich przedstawia zależność

$$V = \frac{f}{K_{J-90}} \quad (3)$$

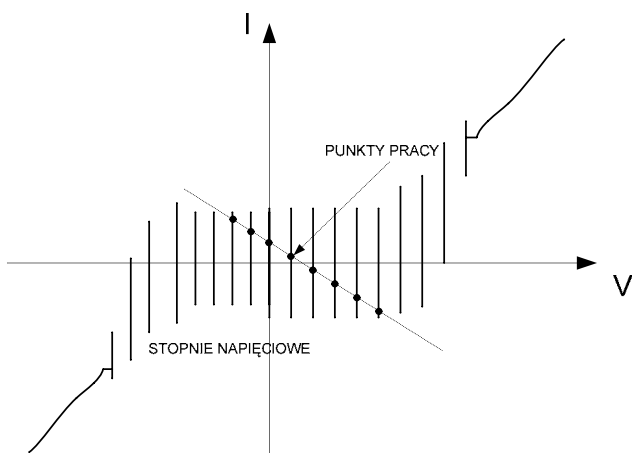


Rys. 2. Charakterystyka I - V złącza Josephsona poddanego promieniowaniu mikrofalowemu
Fig. 2. I - V curve of Josephson junction with influence of microwave radiation

będącą przekształceniem równania (2). Wynika stąd, że przy określonym zasilaniu złącza poddanego promieniowaniu mikrofalowemu możliwe jest uzyskanie napięcia elektrycznego o ściśle określonych, zdyskretyzowanych wartościach, zależnych od wartości stałych fizycznych (h , e) oraz częstotliwości promieniowania. Zegary atomowe służące do odtwarzania częstotliwości pracują w oparciu o zjawiska kwantowe, więc częstotliwość sygnału przez nie generowanego można również obliczyć ze stałych fizycznych [7]. Wykorzystując układy oparte o matryce złączeń Josephsona, otrzymuje się napięcie o wartości

$$V = n \frac{f}{K_{J-90}}, \quad (4)$$

gdzie n – numer stosowanego podczas procedury pomiarowej stopnia napięciowego.



Rys. 3. Charakterystyka I - V matrycy złączeń Josephsona z zaznaczonymi stopniami Shapiro
Fig. 3. I - V curve of Josephson junction array with Shapiro steps

We współczesnej metrologii odtwarzanie jednostki rezystancji nie odbywa się za pośrednictwem wzorców grupowych. Uzyskiwaną wartość można obliczyć wprost na podstawie stałych fizycznych i parametrów technicznych układu wzorcującego,

natomiast międzynarodowe programy komparacji służą dziś kontroli poprawności działania systemów odtwarzania jednostki. Umożliwiają również eliminację wpływu czynników aparaturowych.

3. Wzorzec rezystancji

Rezystory wzorcowe produkowane były ze starannie wyselekcjonowanych materiałów, zapewniających im najwyższą możliwą stabilność wartości. Zastosowanie wzorców grupowych, nie wyeliminowało wpływu czynników zewnętrznych i parametrów materiałowych na stabilność uzyskiwanych wyników [1]. Dodatkowo wymuszało wprowadzanie poprawek uwzględniających wpływ czynników atmosferycznych i parametrów materiałowych na rezystor. Dopiero zaprzęgnięcie zjawisk kwantowych do rozwoju metrologii pozwoliło na wyeliminowanie tych problemów. Wykorzystanie kwantowego efektu Halla do odtwarzania jednostki rezystancji wprowadziło nową jakość w dziedzinie wzorcowania elementów rezystancyjnych i umożliwiło stworzenie nowej generacji wzorców o parametrach nieporównywalnie lepszych w stosunku do wzorców grupowych, złożonych nawet z najlepszych jakościowo rezystorów.

Klasyczny efekt Halla został odkryty pod koniec XIX wieku. Polega na tym, że w przewodzącej próbce umieszczonej w prostopadłym do kierunku przepływu prądu polu magnetycznym indukowane jest pole elektryczne prostopadłe zarówno do pola magnetycznego, jak i kierunku przepływu prądu. Czynnikiem determinującym powstanie pola elektrycznego jest zjawisko odchylenia toru ruchu elektronów pod wpływem siły Lorentza [8].

W przewodnikach metalicznych, elektrony z zewnętrznych powłok atomowych są stosunkowo swobodne, mogą się poruszać, są to elektrony przewodnictwa. Ponieważ wzajemne odpychanie elektronów jest zrównoważone przez przyciąganie ich przez rdzenie atomowe, możemy je uważać za cząstki swobodne i traktować jako gaz elektronów swobodnych, jako gaz doskonały [9]. Rozważając to zjawisko na polu mechaniki kwantowej swobodne elektrony, w polu magnetycznym, nie poruszają się po okręgu pod wpływem siły Lorentza, lecz mogą zajmować jedynie dozwolone tory ruchu. Są to dopuszczalne poziomy energetyczne, tzw. poziomy Landaua. W zależności od wartości indukcji magnetycznej, w danym paśmie energetycznym, poziomy te są oddalone od siebie o tę samą wartość ΔE :

$$\Delta E = \frac{heB}{4\pi m} \quad (5)$$

gdzie: ΔE – odstęp energetyczny między poziomami Landaua; m , e – masa i ładunek elektronu, B – pole magnetyczne.

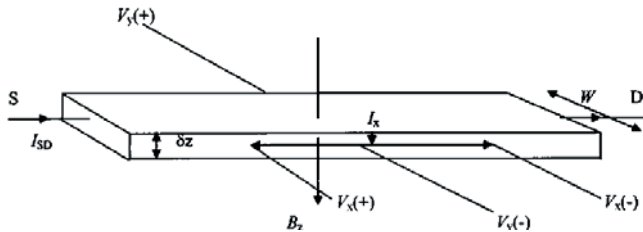
W gazie elektronowym w obszarze przypowierzchniowym złącza półprzewodnik-półprzewodnik (S-S) lub półprzewodnik-izolator (S-I), umieszczonego w polu magnetycznym skierowanym prostopadłe do złącza, występuje kwantowy efekt Halla [10]. Polega on na kwantowej (schodkowej) zmianie rezystancji poprzecznej próbki w funkcji indukcji magnetycznej. Warunki konieczne do wystąpienia kwantowego efektu Halla to obecność pola magnetycznego o indukcji rzędu kilku tesli oraz temperatura poniżej 1K.

Jeżeli grubość płytki $\delta z \rightarrow 0$, prąd I_{SD} powoduje powstanie różnic potencjałów V_x oraz V_y . W warunkach kriogenicznych przy niskiej koncentracji nośników n_s (liczba elektronów na jednostkę pola powierzchni) przewodzenie elektronów odbywa się w podstawowych pasmach częściowych w warstwie przypowierzchniowej złącza półprzewodnikowego. Ruch elektronów prostopadły do złącza jest zabroniony. Jeśli indukcja magnetyczna jest niewielka, elektrony obsadzają stany energetyczne w sposób ciągły, aż do poziomu Fermiego i mają swobodę ruchu w płaszczyźnie $x - y$ pokazanej na rys. 4. Dla dostatecznie dużej indukcji magnetycznej, wszystkie elektrony obsadzają najniższy poziom energetyczny. Wówczas

opór Halla R_H jest niezależny od wymiarów elementu półprzewodnikowego i może być określony wzorem

$$R_H = \frac{B_z}{n_s e}, \quad (6)$$

w którym R_H - dyskretyzowany opór Halla, B_z - indukcja magnetyczna w kierunku osi z , n_s - koncentracja elektronów.



Rys. 4. Kwantowy efekt Halla w geometrii dwuwymiarowej
Fig. 4. Quantum Hall Effect in two dimensional geometry

Wskutek obniżenia wartości indukcji magnetycznej, zmniejszeniu ulegnie liczba wolnych miejsc do obsadzenia na każdym z poziomów energetycznych, a część elektronów przejdzie na wyższe z nich. Jeśli energia Fermiego E_F jest zlokalizowana (przez dobór B_z) w obszarze pomiędzy dwoma sąsiednimi poziomami Landaua tak, że ich całkowita liczba poziomów i jest zajęta, to

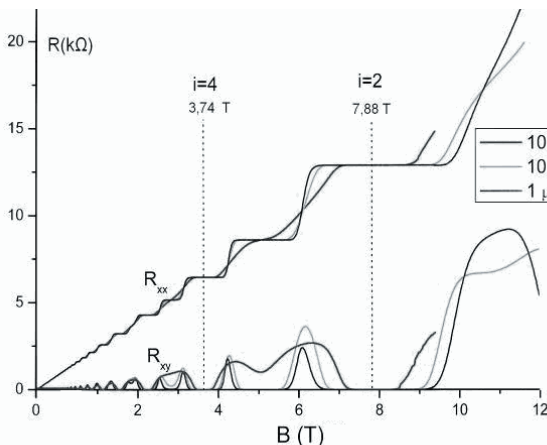
$$n_s = \frac{ieB_z}{h}. \quad (7)$$

Wówczas, korzystając z zależności (7), można zapisać

$$R_H(i) = \frac{h}{ie^2} = \frac{R_K}{i}, \quad (8)$$

gdzie $R_H(i)$ - dyskretna wartość rezystancji Halla dla i -tego plateau, R_K - stała Klitzinga - 25 812,807 Ω [5], i - numer plateau. Widoczne jest więc wprost, że wartość rezystancji odtwarzanej przez próbkę Halla może być wyznaczona wprost ze stałych fizycznych, bez udziału innych czynników (oczywiście, przy zachowaniu odpowiednich warunków pomiarowych). Kolejne stopnie rezystancyjne na charakterystyce próbki mieszczą się w określonych przedziałach indukcji magnetycznej, więc otrzymana wartość rezystancji nie zależy od jednorodności indukcji magnetycznej.

Przykładowa zależność wartości rezystancji Halla $R_H(i)$ od indukcji pola magnetycznego w przykładowej heterostrukturze GaAs/AlGaAs pokazana jest na rys. 5.



Rys. 5. Charakterystyka $R(B)$ próbki Halla
Fig. 5. Characteristic $R(B)$ of Hall bar

Współczesna metrologia również w dziedzinie odtwarzania jednostki rezystancji odeszła od zawodnych wzorców grupowych. Krok taki został podyktowany z jednej strony rosnącym zapotrzebowaniem na dokładniejsze odtwarzanie jednostki i wzorcowanie, a z drugiej strony – najnowsze odkrycia naukowe i postęp technologii umożliwił skonstruowanie nowej generacji wzorców. Podobnie jak w przypadku napięcia elektrycznego, rozwiązanie takie pozwoliło na uniezależnienie się od wzorców materialnych i odtwarzanie jednostki miary na podstawie zjawisk kwantowych. Oznacza to że wartość odtwarzanej przez płytkę Halla rezystancji można wyliczyć korzystając jedynie ze stałych fizycznych i jej parametrów konstrukcyjnych.

4. Podsumowanie

Najnowsze odkrycia naukowe w dziedzinie fizyki nie tylko usprawniły prace metrologów, ale dokonały rewolucji w metodach odtwarzania wielkości jednostek elektrycznych. Umożliwiły odejście od wzorców materialnych, które nie były w stanie dostarczyć współczesnej technice jednostek elektrycznych na wymaganym poziomie dokładności. Obecnie na całym świecie jednostki rezystancji i napięcia elektrycznego odtwarzane są na podstawie zjawisk kwantowych – kwantowego efektu Halla zachodzącego w strukturach półprzewodnikowych, oraz zjawiska Josephsona zachodzącego w materiałach nadprzewodzących. Umożliwia to bezpośrednią realizację absolutnych wartości wspomnianych jednostek miar układu SI. Dzięki temu wartość jednostki nie jest zależna od jakości materiału przewodzącego, a może zostać obliczona wprost ze stałych fizycznych na podstawie praw fizyki. Uniezależnia to wartości wzorców od wpływu czynników zewnętrznych i efektów starzeniowych. Ponadto, marzenie o praktycznej realizacji wzorca jednostki natężenia prądu elektrycznego - Ampere'a - zaczyna być realne [11]. Wśród kierunków rozwoju metrologii jednym z celów staje się realizacja kwantowego trójkąta metrologicznego – na którego wierzchołkach znajdują się kwantowe wzorce jednostek rezystancji, napięcia i natężenia elektrycznego.

5. Literatura

- [1] Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: Metrologia elektryczna. WNT, Warszawa 1998.
- [2] Lee D.: Electrical measurement standards based on quantum phenomena. Science in the public service, Hong-Kong, kwiecień 2006.
- [3] Benz S.P., Hamilton C.A.: Application of the Josephson Effect to Voltage Metrology. Proceedings of the IEEE 92, 2004, 1617-1629.
- [4] Dudek E., Mosiądz M., Sochocka D.: Zastosowanie zjawiska Josephsona do odtwarzania jednostki napięcia elektrycznego. Zastosowania Nadprzewodników 7, Kazimierz Dolny, czerwiec 2006.
- [5] 2002 CODATA Recommended Values. <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/bibliography.html>
- [6] Cyrot M., Paduna D.: Wstęp do nadprzewodnictwa. PWN, Warszawa 1996.
- [7] Czubla A., Konopka J., Nawrocki J.: Realization of atomic SI second definition in the context of UTC(PL) and TA(PL). Metrology and Measurement Systems XIII, 2006, 149-160.
- [8] Nawrocki W.: Zjawiska kwantowe w metrologii elektrycznej. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2003
- [9] Dudek E.: Kwantowy efekt Halla i jego zastosowanie do odtwarzania jednostki miary oporu elektrycznego. Podstawowe Problemy Metrologii, Ustroń, maj 2005.
- [10] Wysokiński K.I.: Quantum Hall Effect: the fundamentals. Metrology and Measurement Systems XIII, 2006, 113-124.
- [11] Geneves G., Piquemal F.: Argument for a direct realization of the quantum metrology triangle. Metrologia 37, 2000, 207-211.