

Anna KUMANIECKA, Michał PRĄCIK
Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków
Politechnika Krakowska, al. Jana Pawła II, 31-864 Kraków
E-mail: pukumani@cyf-kr.edu.pl, mp@sparc2.mech.pk.edu.pl

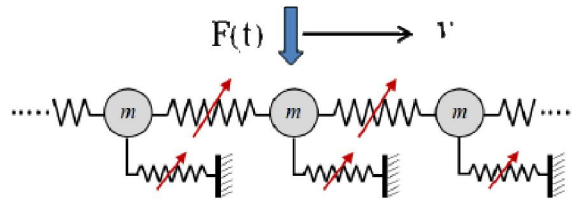
Drgania aktywnie sterowanych periodycznych struktur dyskretno-ciągłych

1 Wstęp

Problematyka dynamiki układów o strukturze periodycznej zajmuje się wiele liczących się w świecie środków naukowych, zarówno ze względów aplikacyjnych jak i poznawczych. Na Uniwersytecie w Southampton prowadzone są badania teoretyczne i doświadczalne nad dynamiką płyt i powłok periodycznych w zastosowaniach do kadłubów lotniczych. Na Uniwersytecie w Illinois prowadzone są badania nad cyklicznymi układami periodycznymi modelującymi turbiny i radioteleskopy. Na Uniwersytecie w Hanowerze badane są zagadnienia dotyczące układów modelujących tor kolei konwencjonalnej. W Instytucie Mechaniki Rosyjskiej Akademii Nauk w Niżnym Nowgorodzie prowadzone są badania teoretyczne nad zagadnieniami propagacji fal i samowzbudności w układach periodycznych. Na Uniwersytecie w Waterloo badane są zagadnienia dynamiki i stateczności układów periodycznych o losowym niedostrojeniu. W CERN prowadzone są badania oddziaływań węzłów z magnesami z elementami nadprzewodzącymi LHC. Skala struktur periodycznych jest zróżnicowana.

Bibliografia dynamiki struktur periodycznych znajdujących zastosowania w mechanice jest bardzo obszerna – zamieszczona na przykład w [8]. Często cytowaną pozycją w literaturze dotyczącej dynamiki układów periodycznych dyskretno - ciągłych jest monografia Brillouina [1]. W pracy tej podano podstawowe pojęcia i definicje dotyczące propagacji fal biegnących w ośrodkach o periodycznych własnościach struktury.

Ważne ze względu na zastosowania, jak również ze względów poznawczych są badania drgań periodycznych układów ciągłych wymuszonych ruchomymi obciążeniami – ilustracja na rysunku 1. Rozpatrywane w wielu pracach periodyczne układy modelują między innymi tor kolei konwencjonalnej i unoszonej magnetycznie.



Rys. 1. Model układu z ruchomym obciążeniem
Fig. 1. Model of system with moving load

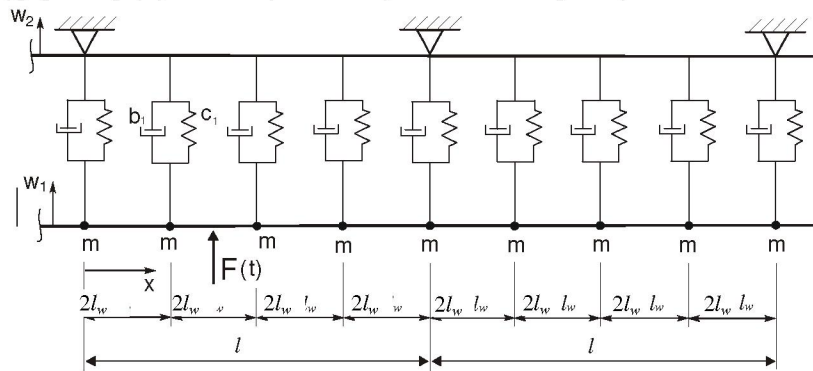
Zagadnieniu struktur okresowych poddanych działaniu poruszających się źródeł zaburzeń poświęcone są prace R. Bogacza [3] i T. Krzyżyńskiego [6]. Metoda rozwiązania problemu układu poddanego działaniu poruszającej się siły skupionej o stałej wartości i obciążeni o harmonicznie zmiennej wartości polega na zastąpieniu okresowo rozłożonych wielkości skupionych szeregiem funkcji delta Diraca oraz poszukiwania rozwiązań za pomocą transformacji całkowej Fouriera [2].

Szczególnie ważnym zagadnieniem z punktu widzenia rozwoju i eksploatacji współczesnych szybkich kolei elektrycznych są drgania napowietrznych sieci zasilania trakcji kolejowej wymuszone ruchem odbieraka prądu. Dynamika układu sieci trakcyjna – odbierak prądu jest problemem związanym z ruchem dwóch podukładów: ciągłego (przewód jezdny) i dyskretnego (odbierak prądu).

2 Modele układu sieć trakcyjna-odbierak prądu jako dwuwymiarowe struktury okresowe

W prezentowanej pracy rozpatrzmy dwa modele ciągłego układu okresowego rozmieszczonego wzdłuż prostej. Pierwszym z nich jest układ dwóch strun, drugim układ dwóch belek Bernoulliego-Eulera.

Przyjęte do analizy dynamicznej dwuwymiarowe modele mogą stanowić modele sieci trakcyjnej z uwzględnieniem okresowego rozkładu konstrukcji wsporczych i wieszaków. Najczęściej przyjmowanym w literaturze modelem fizycznym sieci jest model struny [3, 4] opisujący sieć jako jednorodną, nieskończoną, napiętą cięgno oddziałującą z otoczeniem poprzez gęsto, równomiernie rozłożone tłumiki. Na rysunku 2 przedstawiono model sieci, przyjmując układ dwóch nieskończenie długich strun, górnej modelującej linię nośną, dolnej modelującej przewód jezdny, oddziałujących ze sobą poprzez sprężysto-tłumiące elementy rozmieszczone okresowo.

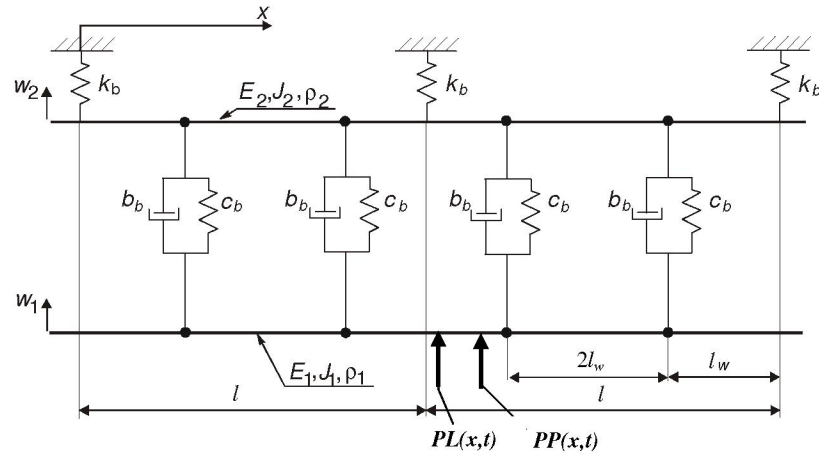


Rys. 2. Układ dwóch strun, jako model sieci trakcyjnej

Fig.2. A set of two strings as a physical model of the catenary

Drgania poprzeczne strun są wywołane zmienną w czasie siłą poprzeczną modelującą poruszający się wzdłuż dolnej struny odbierak prądu, z liniowo narastającą do wartości stałej prędkości v .

Oprócz modelu struny przyjmuje się też model belki uwzględniający sztywność giętną sieci [4, 7].



Rys. 3. Układ dwóch belek jako model sieci trakcyjnej
 Fig. 3. A set of two beams as a physical model of the catenary

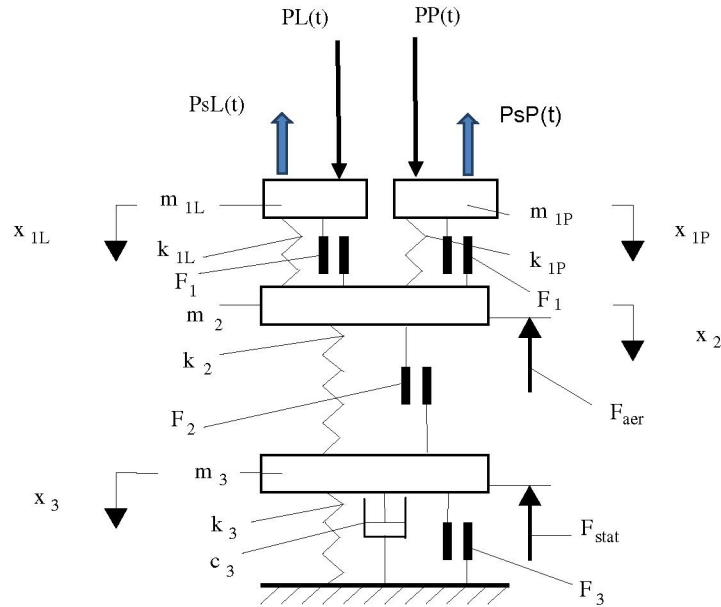
Model sieci przedstawiony na rysunku 3, złożony jest z dwóch równoległych umieszczonych belek Bernoulliego-Eulera, górnej modelującej linię nośną sieci trakcyjnej i dolnej będącej modelem przewodu jezdnego. Oddziaływanie odbieraka prądu modelowano dwoma ruchomymi siłami zmiennymi w czasie, poruszającymi się wzdłuż belki dolnej z liniowo narastającą do wartości stałej prędkością v .

Wyniki prac badawczych dotyczących zagadnienia drgań sieci trakcyjnej wzbudzanych ruchem odbieraka prądu są prezentowane w publikacjach [2, 3, 4, 5].

Odbierak prądu jest modelowany jako układ dyskretny o czterech stopniach swobody [4], a równania ruchu są równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Redukcja dużych zmian amplitudy siły kontaktowej powodujących utratę kontaktu wymaga zastosowania aktywnie sterowanych odbieraków prądu. Wyniki badań symulacyjnych dla takich odbieraków doprowadziły do wniosku, że wartość siły kontaktowej powinna być prawie stała. Sterowanie może być zrealizowane poprzez elementy sterujące umieszczone na obu ślizgaczach odbieraka.

Proponowany w pracy model fizyczny odbieraka prądu aktywnie sterowanego przedstawiono na rysunku 4. W przyjętych w pracy modelach sieci trakcyjnej uwzględniono aktywne sterowanie wartością siły kontaktowej i zbadano – na drodze symulacji komputerowej - zjawisko utraty kontaktu. Celem sterowania jest regulacja zmian wartości sił kontaktowych $PL(t)$ i $PP(t)$. Składowe siły kontaktowych $PsL(t)$ i $PsP(t)$ zaznaczone na rys.4, realizowane poprzez aktywatory, działają na masy ślizgaczy m_{1L} i m_{1P} , wpływając na wypadkowe wartości sił kontaktowych $PL(t)$ i $PP(t)$. Na rysunku 4 użyto oznaczeń: m_{1L} , m_{1P} , m_2 , m_3 - masy poszczególnych elementów odbieraka, k_{1L} , k_{1P} , k_2 , k_3 – sztywności elementów sprężystych, F_1 , F_2 , F_3 – wartości sił

tarcia suchego, c_2 – współczynnik tarcia wiskotycznego oraz F_{aer} – siła oporu aerodynamicznego i F_{stat} – siła niezbędna do podniesienia odbieraka.



Rys. 4. Model aktywnie sterowanego odbieraka prądu; składowe siły $PsL(t)$ i $PsP(t)$ są realizowane poprzez aktywatory i wpływają na wypadkowe siły docisku $PL(t)$ i $PP(t)$ ślizgaczy do przewodu jezdnego

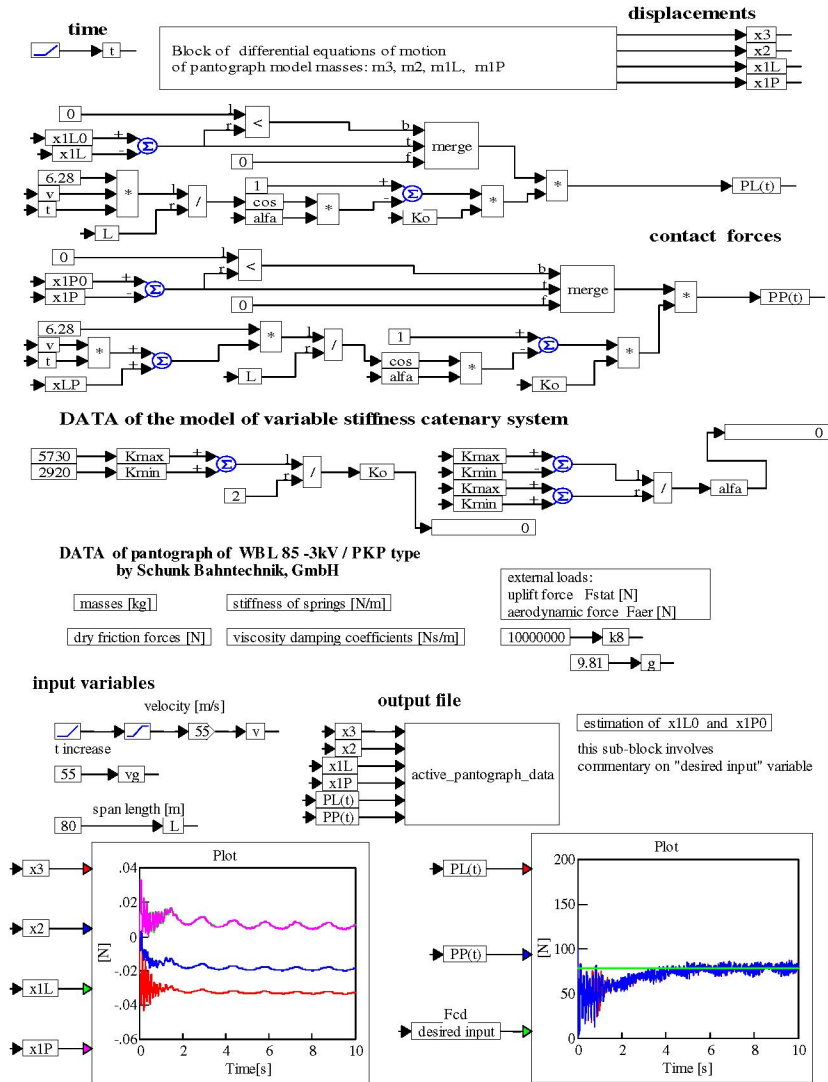
Fig. 4. Model of active controlled pantograph; component forces $PsL(t)$ and $PsP(t)$ are provided by activators and influence on resultants $PL(t)$ and $PP(t)$ of contact forces between sliders and the catenary wire

W dalej przedstawionych modelach i programach symulacyjnych (VisSim ver. 3) założono realizację sterowania poprzez zastosowanie sprzężenia zwrotnego i regulatora PID w klasycznej postaci. Nie poddano analizie możliwości technicznej realizacji symulowanych rozwiązań.

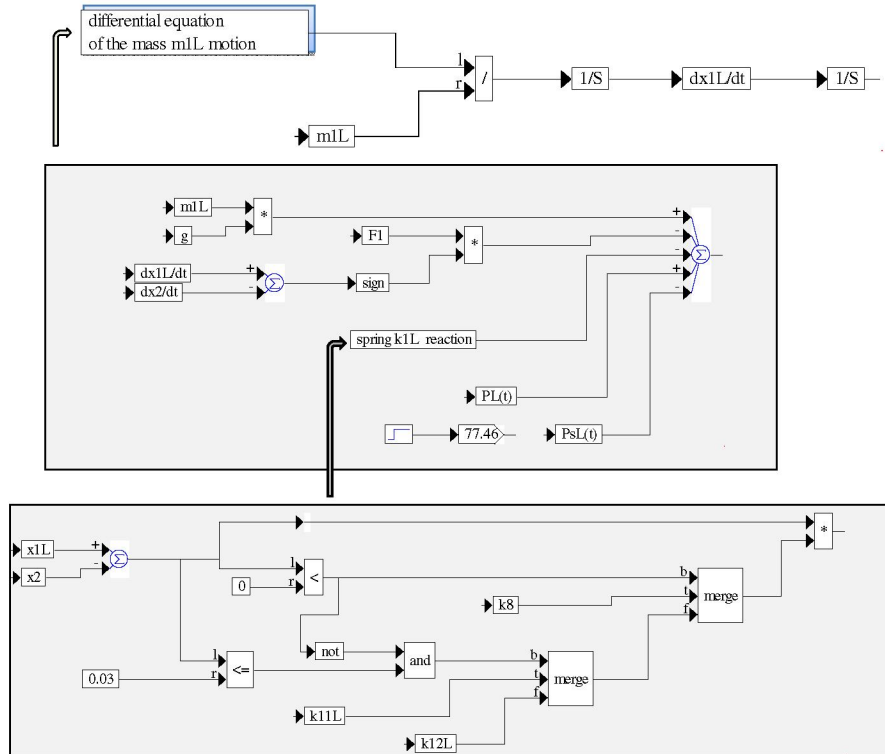
3 Obliczenia numeryczne

Do obliczeń numerycznych przyjęto następujące dane modelu: $m_{1L} = m_{1P} = 7.93$ kg, $m_2 = 8.73$ kg, $m_3 = 10.15$ kg, $F_1 = 2.0$ N, $F_2 = F_3 = 2.5$ N, $F_{aer} = 30.0$ N, $c_3 = 60$ Ns/m, $x_{LP} = 1.0$ m, $F_{stat} = 600$ N, $F_{aer} = 30$ N (dane dla odbieraka prądu WBL 85 – 3 kV/PKP). Schemat blokowy programu symulacji przemieszczeń punktów o masach skupionych i sił kontaktowych modelu przedstawiono na rysunku 5. Na rysunku 6 ukazano hierarchiczną strukturę, przykładowo jednego subbloku ze schematu przedstawionego na rysunku 5, pozwalającą obliczać przemieszczenia i prędkości punktu o masie m_{1L} . Obliczenia te dokonywane są poprzez numeryczne całkowanie równań różniczkowych zwyczajnych ruchu modelu pantografu, przy uwzględnieniu warunków początkowych, parametrów zmiennej sztywności sieci i oddziaływania z zadaną strukturą modelu sieci

trakcyjnej. Na rysunku 6 przedstawiono jedno z równań różniczkowych ruchu, dotyczące punktu o masie m_{1L} , zapisane w konwencji pakietu symulacyjnego VisSim, wykorzystywanego w obliczeniach numerycznych. Z uwagi na stopień złożoności pełnego układu równań różniczkowych ruchu nie został on podany w prezentowanej pracy w postaci jawnej - zapisu analitycznego. Szczegółowy opis ruchu układu zawarto w monografii [4].

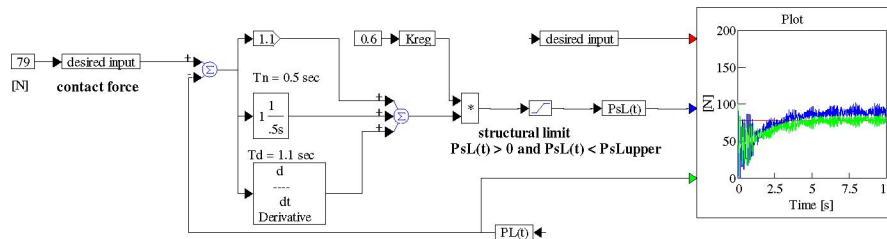


Rys.5. Schemat blokowy programu symulacyjnego przemieszczeń i sił kontaktowych
 Fig.5. Block scheme of simulation of displacements and contact forces



Rys. 6. Przykład struktury hierarchicznej subbloku w programie VisSim służącego do obliczenia przemieszczeń i prędkości – punktu o masie m_{1L}

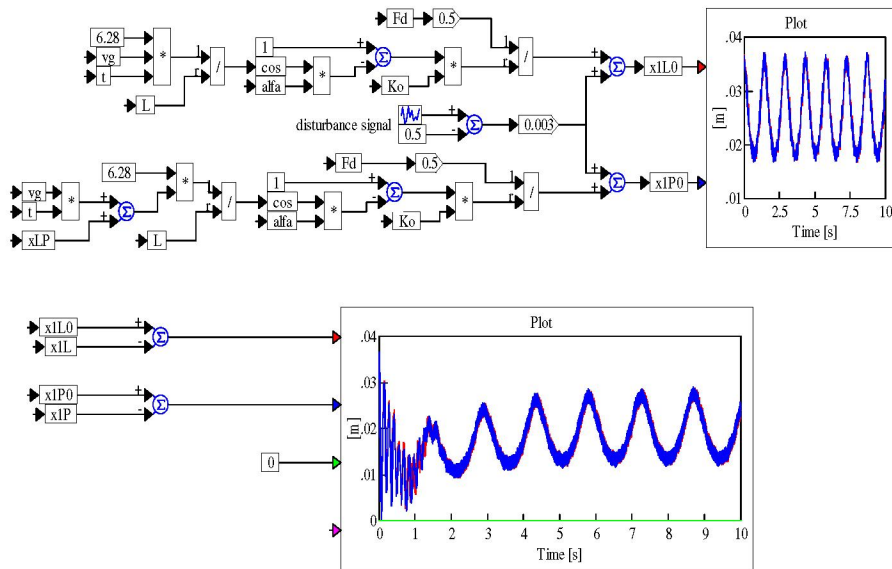
Fig.6. An example of hierarchical structure of sub-blocks in VisSim program for computing of displacements and velocity of m_{1L} lumped mass



Rys.7. Schemat blokowy zamkniętego układu regulacji typu PID dla siły kontaktowej $PL(t)$ z ograniczoną co do zakresu składową aktywną siły, oznaczoną $PsL(t)$

Fig.7. Block diagram of a unity feedback control system with PID regulator & limiter for contact force $PL(t)$ control and where $PsL(t)$ is the active force component

Na rysunku 7 ukazano schemat sub-bloku symulacji jednego z dwóch układów regulacji PID sił kontaktowych (PL(t) i PP(t)) występujących pomiędzy ślizgaczem pantografu a przewodem jezdny. Obliczenia wykonano przy założeniu losowych zakłóceń oddziałujących na sieć trakcyjną. Przyjęty w tym przypadku schemat do obliczeń symulacyjnych przedstawiono na rysunku 8. Obliczenia numeryczne wykonano dla modelu aktywnego pantografu przy danych: $F_{stat} = 550$ N, $F_{aer} = 30$ N, $F_{cd} = 79$ N (nastawa siły kontaktowej), $x_{LP} = 1$ m, $L = 80$ m (długość przęsła).



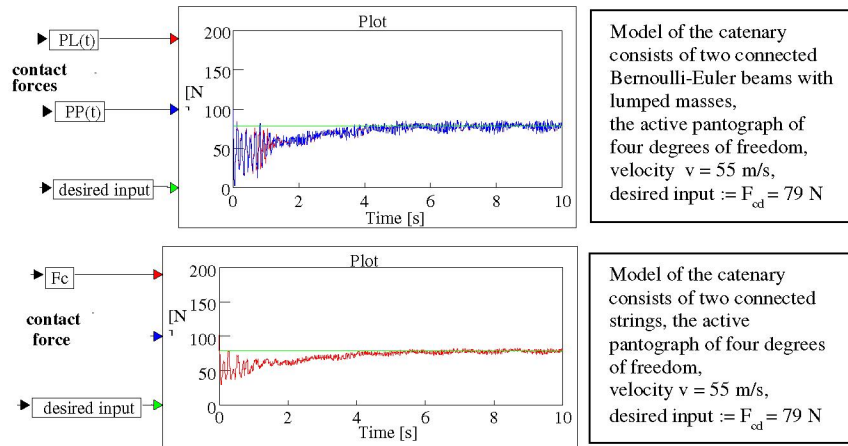
Rys.8. Schemat blokowy części głównej programu symulacji, która służy do symulacji ugięć drutu jezdny, zarówno statycznych x_{IL0} , x_{IP0} , jak i przemieszczeń zmiennych w czasie $x_{IL}(t)$, $x_{IP}(t)$ w punktach kontaktu ślizgaczy z drutem jezdny; uwzględniono losowy charakter zakłóceń w postaci szumu białego

Fig.8. Block diagram of the main part of VisSim program of simulation of wire displacements: x_{IL0} , x_{IP0} (static) and also $x_{IL}(t)$, $x_{IP}(t)$ of the active pantograph model, it was taken into consideration random disturbances in form of white noise

Przykładowe wyniki obliczeń symulacyjnych zmienności sił kontaktowych uzyskane dla dwóch różnych modeli sieci trakcyjnej, dla modelu dwóch belek (rys. 3) oraz modelu strunowego (rys. 2), przedstawiono na rysunku 9.

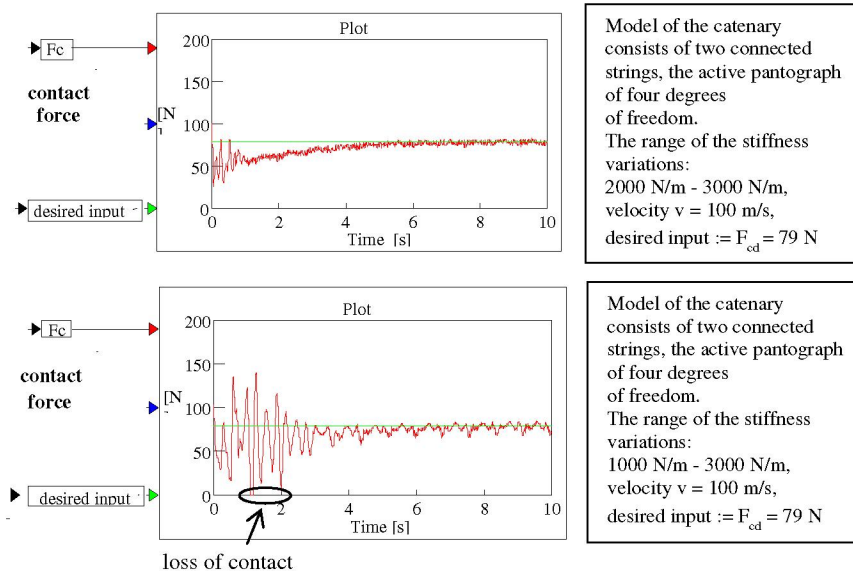
Na rysunku 10 przedstawiono porównanie wyników obliczeń symulacyjnych zmienności sił kontaktowych między ślizgaczem a drutem jezdny trakcji, przy wykorzystaniu modelu strunowego trakcji, dokumentując wpływ uwzględnianego w

obliczeniach zakresu zmienności sztywności sieci na zakres zmienności sił kontaktowych.



Rys.9. Porównanie zmienności siły kontaktowej, przy dwóch różnych modelach sieci trakcyjnej

Fig.9. A comparison of contact forces variation, considering two different models of catenary



Rys. 10. Ilustracja wpływu zakresu zmienności sztywności w modelu strunowym sieci na zmienność siły kontaktowej

Fig.10. Presentation of influence of stiffness variation range on contact force variation at string model of catenary

4 Wnioski końcowe

Przedstawione w pracy modele uwzględniają wiele cech i parametrów konstrukcyjnych istotnych w eksploatacji układów linii trakcyjnej z pantografem. Dokonano porównań rezultatów symulacji dla różnych modeli struktury sieci. W rozwiązaniach uwzględniono periodyczność struktury, w tym sztywności sieci. Zbadano wpływ wartości prędkości jazdy na wielkość przemieszczeń przewodu jezdnego i wartość siły kontaktowej. Zbudowane programy symulacyjne umożliwiają wyznaczenie minimalnej wartości siły statycznej F_{stat} , która nie powoduje utraty kontaktu linii ze ślizgaczem. Porównano wyniki symulacji, bez i przy aktywnym sterowaniu siłą kontaktową, wykazując zalety sterowania aktywnego. Obliczenia symulacyjne wskazują, że model strunowy sieci (przy sterowaniu aktywnym), w porównaniu do modelu belkowego, zapewnia zmniejszenie amplitudy zmienności sił kontaktowych. Przy zwiększonym zakresie zmienności sztywności sieci i większej prędkości ruchu ślizgacza amplituda ta jednak narasta aż do osiągnięcia wartości niebezpiecznych (utrata kontaktu), maleje przy tym częstotliwość zmian sił kontaktowych.

Literatura

1. Brillouin L., *Wave propagation in periodic structures*, McGraw Hill Book Company, New York, London 1946
2. Bajer C.I., Dyniewicz B.: *Numerical analysis of vibrations of structures under moving inertial load*, Springer -Verlag, Berlin 2012
3. Bogacz R., Szolc T.: Analysis of dynamic interaction between the continuous string and moving oscillator. *Engineering Transactions*, Vol. 41, 3-4, pp. 361-380, 1993
4. Kumaniecka A.: *Metody analizy drgań układów dyskretno - ciągłych i ich zastosowanie do problemów transportu szynowego*, Monografia 352, seria Mechanika, Politechnika Krakowska, 2007
5. Kumaniecka A., Prącik M.: Modeling of the catenary-pantograph system, *Machine Dynamics Research*, Vol. 35, 4, pp. 74-91, 2011
6. Krzyżyński T.: Dynamika układów ciągłych o okresowych własnościach struktury i wzbudzenia, *Prace IPPT PAN*, 38, 1995
7. Morse P.M.: *Vibration and sound*, McGraw Hill Book Company, 2nd Ed., New York, Toronto, London 1948
8. Narisetti Raj K.: *Wave propagation in nonlinear periodic structures*, PhD dissertation, Georgia Institute of Technology, 2010

Streszczenie

W pracy dokonano próby symulacyjnego badania zjawisk dynamicznych wywołanych oddziaływaniem odbieraka prądu na sieć trakcyjną, przyjmując dwa różne modele sieci, złożone z dwóch równolegle umieszczonych strun lub belek Bernoulliego-Eulera z uwzględnieniem okresowego rozkładu konstrukcji wsporczych i wieszaków. Model odbieraka prądu przyjęto dyskretny, zredukowany, czteromasowy. Oddziaływanie odbieraka prądu modelowano dwoma ruchomymi siłami zmiennymi w czasie, poruszającymi się z liniowo narastającą do wartości stałej prędkością v . W przyjętych modelach możliwe było uwzględnienie sztywności giętej przewodu jezdnego.

Słowa kluczowe: dynamika, sieć trakcyjna, odbierak prądu

Vibration of the active controlled periodical discrete-continuous structures

Summary

In the paper the results of investigation of the dynamical phenomena cause by interaction between pantograph and catenary are presented. The catenary system is considered to be a set of two strings or beams model with periodical distribution of hangers and supports. The pantograph of linear spring-mass-damper system is regarded as a four degree of freedom model. Time varying, moving at linearly increasing up to constant value velocity loads are used as a model of interaction forces. In the introduced model the bending stiffness of the catenary wire can be taken into account.

Keywords: dynamics, catenary, pantograph