

GEOGEBRA – OD APLIKACJI DYDAKTYCZNEJ DO PLATFORMY EDUKACYJNEJ

Elżbieta KOTLICKA-DWURZNIK¹, Joanna RZEPECKA²

1. Politechnika Łódzka, Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki
tel.: 42 631 3612, e-mail: elzbieta.kotlicka@p.lodz.pl
2. Politechnika Łódzka, Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki
tel.: 42 631 3625, e-mail: joanna.rzepecka@p.lodz.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono historię rozwoju oraz formy i sposoby stosowania Aplikacji Matematycznych GeoGebra w dydaktyce akademickiej zarówno podczas zajęć oraz egzaminów jak i podczas samodzielnej pracy studentów. Omówiono także możliwości platformy GeoGebra w zakresie tworzenia otwartych kursów online, udostępniania ich za pomocą bezpłatnej chmury GeoGebra Materials oraz współpracy z innymi użytkownikami w ramach GeoGebra Groups – uproszczonego LMS, który pozwala prowadzić nauczanie w klasach wirtualnych.

Słowa kluczowe: GeoGebra, otwarte zasoby edukacyjne, kursy online.

1. WPROWADZENIE

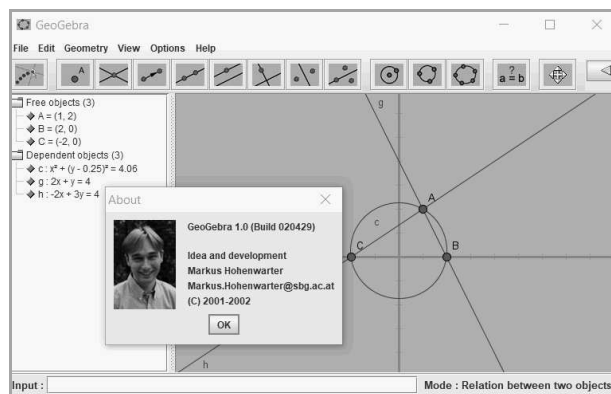
W pracy ze studentami, uczniami szkół patronackich, czy też dziećmi uczęszczającymi na zajęcia Łódzkiego Uniwersytetu Dziecięcego często stajemy przed wyzwaniem przygotowania atrakcyjnych, interaktywnych materiałów wspomagających zajęcia prowadzone w laboratorium matematycznym. Potrzebujemy wtedy narzędzi do ich tworzenia oraz miejsca do udostępnienia bez konieczności logowania. Ponadto przygotowując materiały uzupełniające do wykładanych przez nas przedmiotów chcemy oczywiście móc weryfikować zaangażowanie poszczególnych studentów, by ich lepiej motywować do pracy własnej. Natomiast w trakcie zajęć audytoryjnych przydaje się podręczny kalkulator, dzięki któremu możemy sprawnie wykonać skomplikowane obliczenia, podać przybliżoną wartość liczby albo obejrzeć wykres funkcji lub krzywej. Jako nauczyciele akademicy często przygotowujemy testy, egzaminy, arkusze zadań oraz prezentacje, do których dołączamy obrazy w różnych formatach w zależności od tego, czy np. będzie to zasób internetowy czy dokument składany w LaTeX-u.

W artykule przedstawimy możliwości jakie w zakresie realizacji powyższych celów i potrzeb oferuje platforma GeoGebra. Przeglądu dokonamy poprzez pryzmat rozwoju tego projektu i dostosowywania go do nurtu nauczania STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics).

2. GEOGEBRA – HISTORIA I ROZWÓJ

Twórca programu GeoGebra – Markus Hohenwarter pracę nad projektem rozpoczął w ramach pracy magisterskiej na Uniwersytecie w Salzburgu w 2001 roku. Rok później

udostępnił pierwszą wersję programu, za którą otrzymał European Academic Software Award (EASA 2002). Dzięki stypendium Austriackiej Akademii Nauk mógł dalej rozwijać GeoGebra w ramach projektu doktoranckiego, który zakończył doktoratem [1]. Od roku 2006 wsparcie finansowe Austriackiego Ministerstwa Edukacji pomaga utrzymać bezpłatną dostępność oprogramowania do nauczania matematyki w szkołach i na uniwersytetach. W latach 2006-2009 w Stanach Zjednoczonych na Florida Atlantic University i Florida State University Markus Hohenwarter pracuje nad projektem szkolenia nauczycieli finansowanym z inicjatywy National Science Foundation's Math and Science Partnership. Współpraca z nauczycielami matematyki owocuje dalszym rozwojem programu: poprawą funkcjonalności oraz wzbogaceniem go o liczne nowe funkcje [2], [3]. Projekt ten jest dalej rozwijany z pomocą programistów i badaczy na Uniwersytecie w Linz. Warto tu wspomnieć, że program GeoGebra otrzymał kilkanaście prestiżowych nagród w Europie i w Stanach Zjednoczonych.



Rys. 1. Widok pierwszej wersji programu

GeoGebra w wersji 1.0 (2002) była narzędziem do geometrii analitycznej. Obiekty miały dwie reprezentacje: geometryczną i algebraiczną. Do obiektów zaliczane były m.in. punkty, proste, wektory, kąty, stożkowe. Użytkownik dysponował narzędziami do przemieszczania obiektów, tworzenia obiektów symetrycznych, badania relacji typu równoległość, prostokątność. Mógł też zmieniać pewne własności obiektów poprzez menu kontekstowe. Dostępny był protokół konstrukcji i dwie wersje językowe (niemiecka i angielska). Wersję 1.0 można pobrać ze strony [4].

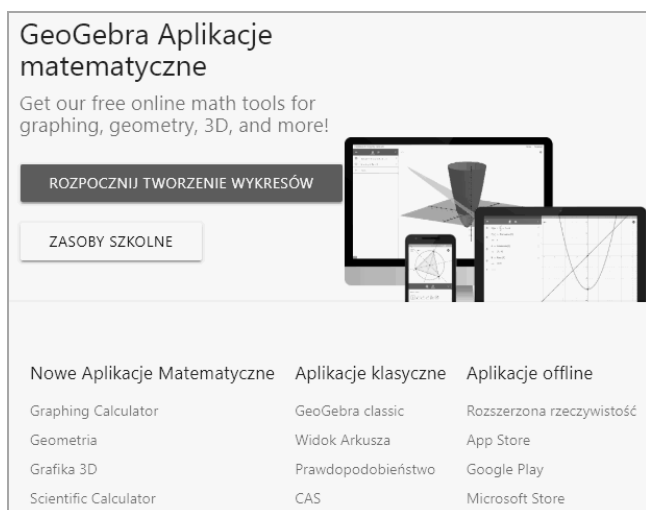
Poniżej przytoczymy przykładowe (subiektywnie uznane przez autorki jako interesujące) obiekty, funkcje oraz funkcjonalności, jakie pojawiły się w kolejnych wersjach GeoGebry.

- 2.0 (2004): wykresy funkcji zmiennej x , pochodna, całka, styczna do wykresu funkcji w punkcie,
- 3.0 (2008): krzywe parametryczne, listy, pola wyboru, narzędzia użytkownika, 39 wersji językowych,
- 3.2 (2009): arkusz kalkulacyjny, macierze, liczby zespolone, statystyka, ciągi, suwaki, animacje, eksport obrazów,
- 4.0 (2011): kalkulator prawdopodobieństwa, równania różniczkowe, nierówności, funkcje uwikłane, przyciski, eksport grafiki do kodu PGF/TikZ,
- 4.2 (2012): nowy Widok CAS: ułamki zwykłe, zmienne symboliczne, poprawienie kodu w celu przyspieszenia obliczeń, automatyczny eksport Java/HTML5 do schowka, wielokąt o stałym kształcie,
- 4.4 (2013): Giac zintegrowany z Widokiem CAS, logowanie i udostępnianie materiałów na GeoGebra Tube,
- 5.0 (2014): Widok Grafiki 3D, nowe polecenia w Widoku CAS, wersja dla tabletek z systemem Android i iPadów,
- (2016-2017): Aplikacja GeoGebra Exam uruchamiana z przeglądarki, nowy Widok Algebry, GeoGebra Math Apps, odstony różnych wersji aplikacji mobilnych,
- 6.0 (2017): duże zmiany w GUI,
- (2018): eksport do druku 3D, Scientific Calculator Apps z trybem egzaminacyjnym, Math Topics Maps.

W rozwoju GeoGebry ważną rolę odgrywa społeczność użytkowników, która w znacznym stopniu wytycza kierunki rozwoju aplikacji. W 2005 roku powstało GeoGebra User Forum oraz GeoGebra Wiki, a w 2007 – Międzynarodowy Instytut GeoGebry (IGI – organizacja non-profit). W roku 2011 została uruchomiona platforma GeoGebra Tube, jako miejsce udostępniania arkuszy i powiązanych zasobów, a od 2016 repozytorium to zostało nazwane GeoGebra Materials. Coroczne Międzynarodowe Konferencje Geogebry (IGC) odbywały się w latach 2009-2014 w różnych miastach Europy a od 2015 roku konferencje GeoGebra Global Gathering odbywają się co dwa lata w Linz.

3. GEOGEBRA – APLIKACJE MATEMATYCZNE

Nowy użytkownik, który po raz pierwszy odwiedzi stronę www.geogebra.org będzie z pewnością zaskoczony ilością i różnorodnością dostępnych aplikacji.



Rys. 2. Strona główna serwisu GeoGebra

Wszystkie aktualne aplikacje pakietu Geogebra dostępne są w postaci aplikacji web w przeglądarce internetowej. Równolegle pakiet dystrybuowany jest na Apple Store, Play Store i Microsoft Store bezpośrednio do pobrania na komputery jak i urządzenia mobilne.

Z jednej strony mamy więc wywodzące się bezpośrednio z wersji desktopowej aplikacje klasyczne: GeoGebra Classic 6 oraz GeoGebra Classic 5 (już nie rozwijana, ale nadal przydatna m.in. do migracji plików ze starszych wersji programu oraz eksportu obrazów). Klasyczne aplikacje składają się z: Widoku Algebry, Widoku Arkusza, CAS, Widoku Grafiki, Widoku Grafiki 2, Widoku Grafiki 3D oraz Kalkulatora Prawdopodobieństwa. Obie mają też swoje wersje przenośne.

Z kolei pakiet Geogebra na platformach mobilnych jest dostępny w postaci kilku ściśle ze sobą zintegrowanych aplikacji:

- GeoGebra Graphing Calculator (Wykresy),
- GeoGebra Geometry (Geometria),
- GeoGebra 3D Calculator (Grafika 3D) + GeoGebra Augmented Reality (AR),
- GeoGebra CAS Calculator,
- GeoGebra Scientific Calculator (Sci Calc).

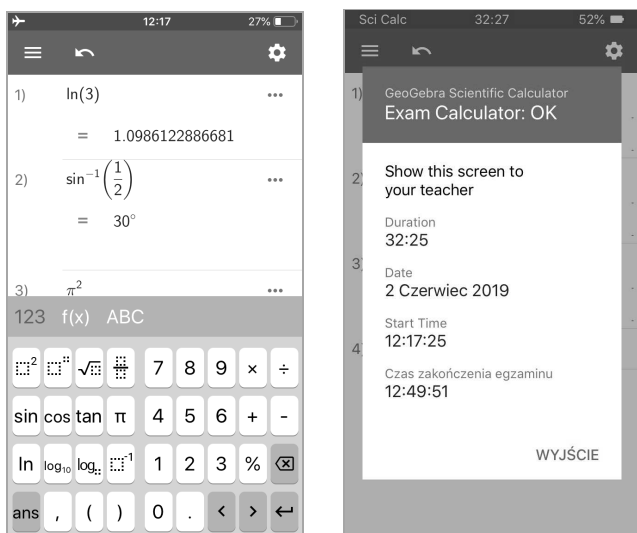
Na szczególną uwagę zasługuje kalkulator mobilny Grafika 3D z dodatkiem GeoGebra AR. Dodanie rozszerzonej rzeczywistości otwiera bowiem nowe możliwości w nauczaniu geometrii przestrzennej oraz modelowania matematycznego [5].

Materiały tworzone za pomocą wszystkich aplikacji można zapisywać na swoim koncie w chmurze GeoGebry lub przechowywać je lokalnie w formacie ggb. Można je też eksportować do formatów grafiki rastrowej (png) oraz wektorowej m.in. svg, pdf, LaTeX (PGF/TikZ). Obrazy obiektów trójwymiarowych mogą być zapisane w formacie STL, co pozwala na ich późniejszy wydruk na drukarkach 3D.

Szybki rozwój technologii spowodował zwiększenie dostępności urządzeń przenośnych, a to z kolei zainicjowało pojawienie się trendu BYOD (ang. bring your own device). Trend ten początkowo związany był z pracą w firmach, ale bardzo szybko przeniósł się i przyjął w edukacji, gdzie stał się wręcz pewnym modelem nauczania, szeroko opisywanym w literaturze [6]. Zgodnie z tym trendem przygotowując materiały online dla studentów zwracamy szczególną uwagę, aby dostosowywały się one do wyświetlania na urządzeniach o różnych rozmiarach ekranu (responsywność), by można było z nich korzystać na urządzeniach mobilnych. Coraz częściej stosujemy też aplikacje mobilne podczas ćwiczeń ze studentami. Spośród aplikacji GeoGebry najbardziej podobają się CAS i Grafika 3D. Zwłaszcza studenci, którzy znają klasyczne kalkulatory graficzne z wbudowanym CAS takich firm jak Casio, Texas, HP (Texas TI-nspire cx CAS, Casio ClassPad II fx-CP400, HP Prime NW280AA) są zdumieni przejrzystością interfejsu użytkownika oraz możliwością stosowania intuicyjnych w odbiorze ikon poleceń. Pomimo tego, że wymienione wyżej kalkulatory graficzne charakteryzują się dużymi możliwościami obliczeniowymi i stabilnością, to zmiany technologiczne powodują, że już w niedługim czasie zostaną całkowicie zastąpione przez aplikacje mobilne, takie jak Aplikacje Matematyczne GeoGebra lub Desmos.

Czy można pozwolić na używanie tych aplikacji na zaliczeniach i egzaminach? Co prawda mamy tryb egzaminacyjny, który po uruchomieniu blokuje dostęp do internetu i innych aplikacji (dostępny dla wersji

desktopowych oraz mobilnych [7]), ale wykorzystywanie urządzeń mobilnych niesie za sobą ryzyko dostępu do nieautoryzowanej pomocy podczas sprawdzianu. Tego typu eksperymenty przeprowadzałyśmy jedynie podczas zaliczenia laboratorium z matematyki, które odbywało się w pracowni komputerowej. Przeszkodę stanowiły wówczas głównie przypadkowe wyjścia z aplikacji lub problemy techniczne z komputerem. Natomiast w przypadku telefonów wydaje się, że tych problemów mogłoby być znacznie więcej.

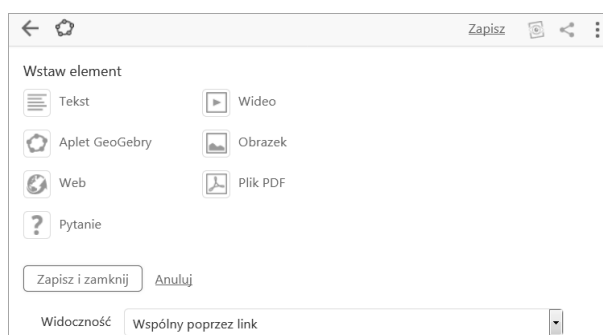


Rys. 3. Interfejs aplikacji Scientific Calculator oraz wyjście z trybu egzaminacyjnego

4. TWORZENIE I UDOSTĘPNIANIE OTWARTYCH ZASOBÓW EDUKACYJNYCH

4.1. Interaktywne aktywności

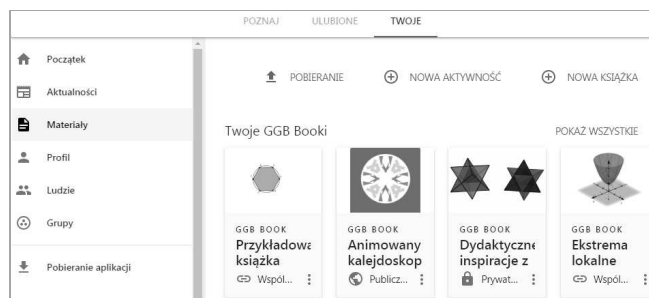
Obecnie GeoGebra umożliwia tworzenie nie tylko pojedynczych apletów, ale również tzw. dynamicznych aktywności, które można budować z różnych składowych takich jak: aplety GeoGebry (pobierane z zasobów lub tworzone na bieżąco), teksty, linki do stron www, pytania testowe (jednokrotnego lub wielokrotnego wyboru), obrazy oraz pliki video.



Rys. 4. Okno edycji Aktywności

Aby utworzyć aktywność należy zalogować się na stronie www.geogebra.org, a następnie w zakładce Materiały wybrać Twoje i Nowa Aktywność. W ustawieniach aktywności możemy m.in. podać opis, ustawić rodzaj widoczności (publiczny, wspólny przez link, prywatny), zmienić rysunek przedstawiony w karcie aktywności oraz dodać znaczniki. Wybraną aktywność można udostępnić poprzez link (m.in. w mediach społecznościowych), pobrać

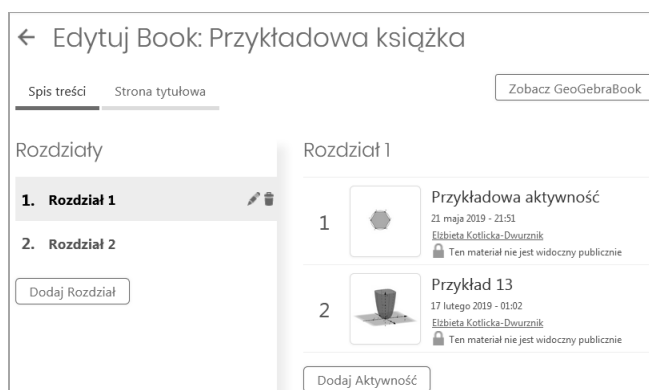
(w formacie zip, ggb, scorm), osadzić (np. w zasobach platformy Moodle, na MediaWiki i Google Sites), dołączyć do książki lub udostępnić grupie (GeoGebra Groups). Więcej szczegółów dotyczących tworzenia aktywności znajdziemy w tutorialu GeoGebra Activity Editor [8].



Rys. 5. Strona materiałów użytkownika GeoGebry

4.2. GeoGebra Book – interaktywne mini-kursy

Książki GeoGebry (GeoGebra Books), to mini-kursy składające się z opisanych powyżej aktywności. Książce można nadać uporządkowaną strukturę tworząc rozdziały zawierające wybrane, wcześniej utworzone aktywności lub też aktywności tworzone bezpośrednio (patrz rys. 6). Istnieje też możliwość dodawania rozdziałów z innych książek oraz aktywności udostępnionych publicznie. Łatwość budowania książek z gotowych zasobów sprawia, że tego typu materiały może skomponować każdy nauczyciel, nawet jeśli nie zna dobrze środowiska GeoGebry.



Rys. 6. Okno edycji książki GeoGebry

Narzędzia jakie oferuje Geogebra pozwalają na przygotowanie elektronicznego podręcznika, na stronach którego obok elementów statycznych znajdziemy elementy z interakcją. W takich książkach aplety (z odpowiednio skonfigurowanymi widokami) mogą pełnić rolę ilustracji do podanych elementów teorii, przedstawiać rozwiązania postawionych problemów, zachęcać do eksperymentowania oraz stawiania hipotez, pomóc w rozwiązaniu testu, czy też służyć do samodzielnego rozwiązywania zadań rachunkowych lub konstrukcyjnych. Autorki tego artykułu aktualnie pracują nad kursem dla studentów uczelni technicznych pt. „Laboratorium matematyczne z GeoGebra” [9] – jest to projekt oparty w całości o GeoGebra Booki. Również autorzy klasycznych podręczników dostrzegają zalety tego typu zasobów edukacyjnych dołączając do nich uzupełnienia w formie książki GeoGebry (np. [10], [11]). Warto też w tym miejscu wspomnieć „Kalejdoskop matematyczny – interaktywne ilustracje” Jerzego Mila [12], zainspirowany znaną książką Hugona Steinhausa.

Elipsoidy

Autor: Joanna Rzepecka

Postać kanoniczna równania elipsoidy o środku w początku układu współrzędnych i dodatnich półosiach a, b, c :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Ćwiczenie 1.

Powierzchnia opisana równaniem $4x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$ to elipsoida o półosiach

Zaznacz odpowiedzi tutaj

$a = 4, b = 1, c = 2$

$a = 1, b = 4, c = 2$

$a = 1, b = 2, c = \sqrt{2}$

SPRAWDŹ ODPOWIEDŹ

Przykład 1.

Narysujmy elipsoidę o środku w początku układu współrzędnych i półosiach długości a, b, c ustawianych za pomocą suwaków.

Rys. 7. Przykładowa Aktywność z [6]

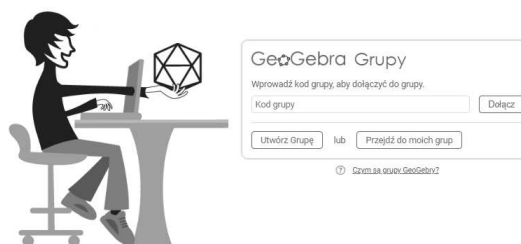
4.3. GeoGebra Materials

Materiały tworzone zarówno na komputerach stacjonarnych, jak i te budowane z poziomu przeglądarki czy też aplikacji mobilnych, możemy zapisać na platformie GeoGebra Materials (chmurze GeoGebry). Platforma ta stanowi repozytorium wszystkich zasobów udostępnionych publicznie. Eksploracji tych materiałów dokonujemy za pomocą prostej wyszukiwarki, bądź wykorzystując mapę spokrewnionych pojęć (Math Topic Maps) – przechodząc od hasła do hasła. Jest to możliwe dzięki temu, iż publikując zasób możemy przypisać mu odpowiednie tematy (np. Pochodna, Funkcja, Styczna) oraz kategorie (np. Lekcja czy Poradnik). Warto podkreślić, że udostępniając aktywności i książki zgadzamy się na opublikowanie ich na licencji Creative Commons: Attribution Share Alike. Oznacza to, że upubliczniony zasób może być kopiowany i modyfikowany oraz dołączany do własnych książek z zachowaniem informacji o pierwszym autorze. W ten sposób GeoGebra staje się nowoczesnym narzędziem do tworzenia otwartych zasobów edukacyjnych.

Rys. 8. Menu kontekstowe Aktywności

5. GEOGEBRA GROUPS – UPROSZCZONA PLATFORMA LMS

Wychodząc naprzeciw oczekiwaniom nauczycieli GeoGebra, oprócz aplikacji matematycznych oraz chmury do udostępniania materiałów, oferuje też prosty system zarządzania nauczaniem w postaci platformy GeoGebra Groups. Co prawda edytowalne zadania GeoGebry można zamieszczać także na innych platformach np. na platformie Moodle (jako zasoby typu GeoGebra), ale wymaga to zainstalowania, a później aktualizacji odpowiedniego pluginu, do czego nie zawsze mamy uprawnienia.



Rys. 9. Grupy GeoGebry

Jak działają grupy GeoGebry? Tworzymy grupę korzystając z zakładki Grupy, a następnie podajemy jej kod wybranym użytkownikom. Za pomocą forum możemy udostępniać studentom: obrazy, pliki pdf, linki do filmów oraz pojedyncze aktywności, rozdziały lub całą książkę GeoGebry. Mamy też możliwość wysyłania zadań do wykonania, przekazywania informacji zwrotnej na temat ich rozwiązań oraz komentowania postów, organizując w ten sposób pewien rodzaj Wirtualnej Klasy. Z naszych doświadczeń wynika jednak, że nadal więcej ciekawych rozwiązań w zakresie prowadzenia zajęć i warsztatów oferuje Desmos z narzędziami Activity Builder [13].

W praktyce akademickiej, dzięki grupom GeoGebry, możemy zastosować cieszącą się ostatnio sporym zainteresowaniem metodę odwróconej klasy. Metoda ta polega na tym, że studenci zapoznają się jeszcze przed zajęciami z materiałami przygotowanymi i udostępnionymi im przez nauczyciela, a następnie na zajęciach mają szansę zweryfikowania własnej wiedzy oraz oceny poziomu zrozumienia materiału. O ile udostępnienie pracy domowej w formie interaktywnej karty dużej liczbie studentów poprzez GeoGebra Groups wydaje się dość łatwe, o tyle przeprowadzenie zajęć metodą odwróconej klasy może się odbywać w mało licznej grupie studenckiej.

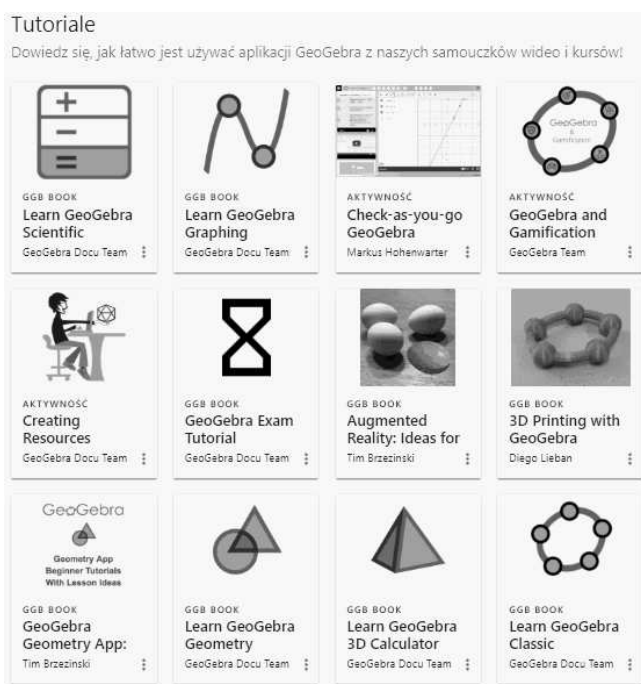
Pasjonaci GeoGebry używają GeoGebra Groups również do dzielenia się ciekawymi pomysłami dotyczącymi rozwiązania konkretnych problemów, zamieszczania postów o danej tematyce albo podczas przygotowywania wspólnych projektów.

6. SPOŁECZNOŚĆ UŻYTKOWNIKÓW GEOGEBRY

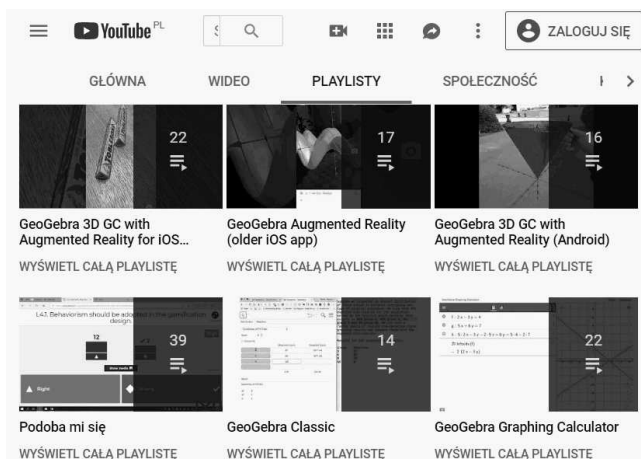
Licząca już ponad 100 milionów społeczność użytkowników GeoGebry reprezentuje ponad 190 krajów na wszystkich kontynentach. Aktywność tej rozproszonej po całym świecie społeczności koordynuje Międzynarodowy Instytut GeoGebry (IGI) oraz współpracujące z nim lokalne instytuty (IG). Skupiają one badaczy, programistów, ekspertów, trenerów, tłumaczy oraz nauczycieli, którzy chcą rozwijać GeoGebę i którzy pomagają we wdrażaniu technologii w szkołach i na uczelniach. Do podstawowych

celów jakie stawia przed sobą IGI, oprócz rozwoju oprogramowania, należą: opracowanie i udostępnianie materiałów edukacyjnych i informacyjnych oraz organizowanie konferencji, warsztatów i konkursów. [14] Dokumentację dotyczącą badań wdrażanych projektów można znaleźć w licznych publikacjach (np. [15], [16]).

W Polsce działają obecnie dwa instytuty GeoGebry: Warszawskie Centrum GeoGebry przy Uniwersytecie SWPS oraz Akademia GeoGebry przy Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki Politechniki Łódzkiej. Warszawskie Centrum GeoGebry od ponad 10 lat koncentruje się na wprowadzaniu GeoGebry do polskich szkół, organizuje konferencje krajowe (coroczna Ogólnopolska Konferencja GeoGebry) i międzynarodowe (East-West Conference on Mathematics Education), prowadzi kursy e-learningowe oraz wydaje publikacje dydaktyczne związane z wykorzystaniem GeoGebry w nauczaniu matematyki (np. [10]). Realizowało również dwa projekty edukacyjne: „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących” oraz „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”. Natomiast Akademia GeoGebry zajmuje się przede wszystkim tworzeniem materiałów na potrzeby E-podręczników do kształcenia ogólnego.

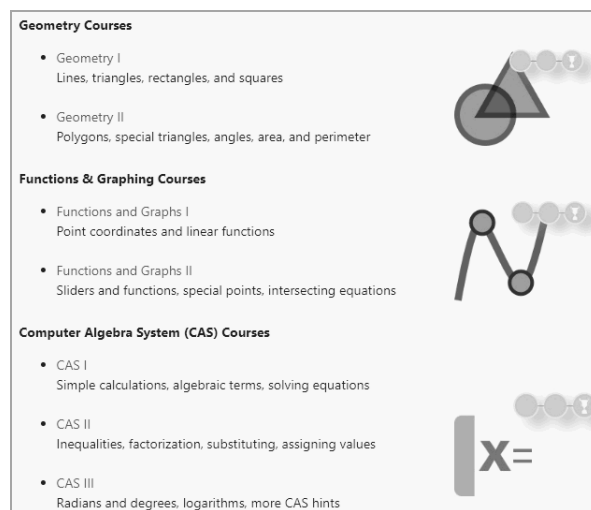


Rys. 10. Przykładowe tutoriale

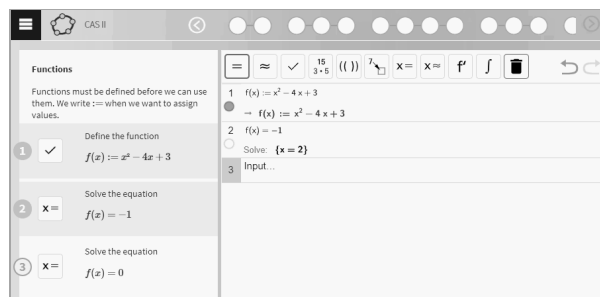


Rys. 11. Oficjalny kanał GeoGebra na YouTube

Wraz z udostępnianiem nowych aplikacji matematycznych powstaje wiele ciekawych materiałów instruktażowych. Są one zamieszczone na platformie GeoGebra w zakładce Tutoriale oraz na oficjalnym kanale GeoGebra na YouTube. Początkującym użytkownikom warto polecić serię samouczków Check-as-you-go GeoGebra Tutorials wykonaną we współpracy z norweską platformą edukacyjną Kikora. Każdy z nich składa się z krótkich, automatycznie sprawdzanych ćwiczeń. Autorzy zapewniają, że 15 minut wystarczy na poznanie podstaw użytkowania wybranej aplikacji GeoGebry.



Rys. 12. Check-as-you-go GeoGebra Tutorials



Rys. 13. Check-as-you-go – interfejs użytkownika

GeoGebra Team publikuje aktualne informacje dotyczące nowych zasobów i wydarzeń w formie postów poprzez Forum Aktualności (News Feed). Inni użytkownicy mogą również dodawać własne posty i komentować opublikowane zasoby „obserwowanych” osób.

Bezpośrednie wsparcie dla osób wykorzystujących GeoGebę zapewnia moderowane forum na stronie www.help.geogebra.org. Zawiera ono głównie pytania oraz komentarze, jak również zgłoszone problemy i pomysły. Dzięki niemu każdy użytkownik GeoGebry może nie tylko uzyskać pomoc od ekspertów lub innych użytkowników, ale również aktywnie włączyć się w modyfikowanie i rozwijanie oprogramowania.



Rys. 14. Przykładowe posty zgłoszone na Forum GeoGebry

7. WNIOSKI KOŃCOWE

Uważamy, że GeoGebra stanowi jedno z najlepszych środowisk do nauczania oraz uczenia się matematyki, a wśród niekomercyjnych zdecydowanie najlepsze. Oferuje gotowy pakiet narzędzi do tworzenia ciekawych, interaktywnych kursów oraz zestaw bezpłatnych mobilnych kalkulatorów do korzystania podczas zajęć i w domu. Dzięki takim narzędziom można „pokazać” lub samemu „zobaczyć” pewne abstrakcyjne zagadnienia matematyczne, rozważać różne przypadki, nakładać pewne ograniczenia, czy przedstawiać dany problem lub zagadnienie w formie dynamicznej, ucząc w ten sposób kreatywnego myślenia, umiejętności stawiania hipotez i weryfikowania ich.

Dlaczego GeoGebra tak szybko się rozwinęła od niewielkiego programu komputerowego do systemu zarządzania nauczaniem?

Naszym zdaniem do ogromnego sukcesu GeoGebry przyczyniły się początkowo: innowacyjne połączenie w jednym pakiecie funkcjonalności oprogramowania do dynamicznej geometrii oraz systemu algebry komputerowej, przejrzysty i intuicyjny interfejs oraz otwartość licencji. W dalszym upowszechnianiu się tego oprogramowania pomogły niewątpliwie tłumaczenia (obecnie jest ponad 60 wersji językowych) oraz aktywność stale powiększającej się społeczności użytkowników. Nowoczesne technologie oraz innowacyjne metody nauczania wyznaczają kierunki rozwoju GeoGebry i są często poprzedzane dyskusjami, badaniami naukowymi i testami. Z GeoGebra można realizować ciekawe interdyscyplinarne projekty związane z nurtem STEM lub projekty łączące naukę i sztukę (STEAM) np. [17].

Z zainteresowaniem czekamy na relacje z trzeciej już konferencji GeoGebra Global Gathering 2019. Być może dowiemy się więcej na temat zapowiadanych narzędzi pozwalających na wprowadzenie do nauczania elementów gamifikacji.

8. BIBLIOGRAFIA

1. Hohenwarter M.: GeoGebra - didaktische Materialien und Anwendungen für den Mathematikunterricht, PhD thesis, University of Salzburg, Salzburg 2006.
2. Hohenwarter M., Preiner J.: Dynamic mathematics with GeoGebra, The Journal of Online Mathematics and Its Applications, Nr 7, 2007.
3. Preiner J.: Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra,

- Dissertation in Mathematics Education Faculty of Natural Sciences University of Salzburg, 2008.
4. Christensen T.: Historical review of GeoGebra, <https://ggbkursus.dk/geogebra/nyheder/historisk-tilbageblik-pa-geogebra>
5. Brzeziński T.: GeoGebra 3D with AR (Google): Explorations & Lesson Ideas, www.geogebra.org/m/qbxbcmqw [dostęp: 1.06.2019]
6. Semenikhina E., Drshlyak M., Bondarenko Y., Kondratiuk S., Dehtiarowa N.: Cloud-based Service GeoGebra and Its Use in the Educational Process: the BYOD-approach, TEM Journal, Vol. 8, Issue 1, 2019, s. 65-72.
7. GeoGebra Exam Tutorial, www.geogebra.org/m/y3aufmy8
8. Creating Resources Tutorials, www.geogebra.org/m/deff7B2d
9. Kotlicka-Dwurznic E., Rzepecka J.: Laboratorium matematyczne z GeoGebra, [dostęp: 1.09.2019], <https://port.edu.p.lodz.pl/course/view.php?id=41>
10. Red. Pobiega E., Pobiega K., Winkowska-Nowak K.: Projekty edukacyjne z GeoGebra, cz. 2, Wydawnictwo Fundacja Akces, Warszawa 2018.
11. Rzepecka J., Kotlicka-Dwurznic E.: Animowany kalejdoskop matematyczny, [dostęp: 1.09.2018], www.geogebra.org/m/czewzpw
12. Mil J.: Kalejdoskop matematyczny - interaktywne ilustracje, www.geogebra.org/m/jhn8DYjZ
13. Kotlicka-Dwurznic E., Rzepecka J.: Zastosowanie kalkulatora Desmos do tworzenia gier, testów i zadań matematycznych, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, Nr 52, 2017, s. 55-58.
14. Hohenwarter M., Lavicza Z.: The Strength of the Community: How GeoGebra can Inspire Technology Integration in Mathematics Teaching, w książce: Model-Centered Learning, 2011.
15. Ancsin G., Hohenwarter M., Kovács Z.: GeoGebra goes Mobile, The Electronic Journal of Mathematics and Technology, Vol. 5, Nr 2, 2011.
16. Ancsin G., Hohenwarter M., Kovács Z.: GeoGebra goes Web, The Electronic Journal of Mathematics and Technology, Vol. 7, Nr 6, 2013.
17. Mathematics learning through arts, technology and robotics: Multi-and transdisciplinary steam approaches, 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Taipei, Taiwan, May 2018.

GEOGEBRA – FROM THE DIDACTICS APPLICATION TO THE EDUCATIONAL PLATFORM

The article presents the history of development, as well as forms and methods of using GeoGebra Mathematics Applications in academic didactics, not only during classes and exams, but also during individual student work. The possibilities of the GeoGebra platform in creating open online courses, making them available using the free GeoGebra Materials cloud and cooperation with other users within GeoGebra Groups – a simplified LMS that allows teaching in virtual classes are also discussed.

Keywords: GeoGebra, open educational resources, online courses.