

# APARATURA

## BADAWCZA I DYDAKTYCZNA

### Odrywanie się pęcherzy od dyszy w powietrznym podnośniku cieczy

MARIUSZ FASZCZEWSKI, GRZEGORZ GÓRSKI, ROMUALD MOSDORF  
POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA, WYDZIAŁ MECHANICZNY, KATEDRA MECHANIKI  
I INFORMATYKI STOSOWANEJ

**Słowa kluczowe:** mini-kanal, przepływ dwufazowy, metoda Recurrence Plots, analiza nieliniowa, powietrzny podnośnik cieczy

#### STRESZCZENIE

Celem pracy była analiza porównawcza dynamiki odrywania się pęcherzy gazowych od krawędzi dyszy w dwóch przypadkach: gdy dysza umieszczona jest wewnątrz kanału lub wewnątrz dużego zbiornika wypełnionego wodą. Zastosowanie metody Recurrence Plots pozwoliło na szczegółową analizę szeregów czasowych powstałych w analizie filmów. Wyznaczone na tej podstawie współczynniki  $LAVG$  i  $TT$  pozwoliły na wyodrębnienie trzech zakresów objętościowego strumienia powietrza, w których dynamika odrywania się pęcherzy ma odmienne cechy. Wyniki analiz pokazały, że szeregi rejestrowane w przypadku, gdy dysza nie ma zainstalowanego mini-kanału dla wydatku mniejszego od 0,3 l/min są bardziej periodyczne od rejestrowanych dla pęcherzy w mini-kanałe. Oznacza to, że wzrost prędkości cieczy wokół pęcherzy prowadzi do nasilenia się chaotycznych zachowań odrywających się pęcherzy.

#### Detachment of bubbles from the nozzle of an air lift in liquid

**Keywords:** mini-channel, two-phase flow, method Recurrence Plots, nonlinear analysis, air-lift pump

#### ABSTRACT

The aim of this study was a comparative analysis of the dynamics of gas bubble departures from the nozzle in two cases: when the nozzle is located inside circular mini-channel, or in a large tank filled with water. The bubble departures were recorded using a high speed camera. The Recurrence Plots have been used for analysing the dynamics of bubble departures. Two coefficients:  $LAVG$  and  $TT$  have been considered. Results of analysis allow us to define the three ranges of air volume flow rates in which the dynamics of bubble departures has different characteristics. For the air volume flow rates less than 0.3 l/min the bubble departures in water tank are more periodic in comparison with situation when the nozzle is located in the mini-channel. It has been shown that the increase of velocity of the liquid around the bubbles leads to an intensification of the chaotic behaviour of bubbles.

## 1. WPROWADZENIE

Analiza procesu odrywania się pęcherzy powietrza od krawędzi dyszy zanurzonej w wodzie pokazuje, że oddziaływanie pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami znacząco zmienia dynamikę odrywania się pęcherzy [1]. Gdy odległość pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami zmniejsza się, wówczas dochodzi do chaotycznych zmian czasów pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami oraz czasów wzrostu pęcherzy. Jednym z czynników określających wielkość oddziaływania pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami jest szybkość unoszenia się pęcherzy po ich oderwaniu się od dyszy. Przepływ pęcherzy w takim kanale wymusza pionowy przepływ cieczy, który wpływa na wzrost odległości pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami. Pionowy kanał z umieszczoną w nim dyszą nazywany jest powietrznym podnośnikiem cieczy. Powietrzne podnośniki cieczy znalazły szeroką gamę zastosowań, wykorzystywano je do odwadniania kopalń lub wypompowywania oleju z martwych studni, stosowano je również w przemyśle naftowym [2]. Badania pomp prowadzono już na początku dwudziestego wieku [3, 4]. Przeprowadzono badania dla pomp, gdzie rury transportujące miały średnice rzędu 25-300 mm i długości 10-200 m, a następnie sformułowane zostało twierdzenie, które brzmi, że zwiększenie wydajności może być uzyskane za pomocą rur o małej średnicy przy niskich przepływach [5].

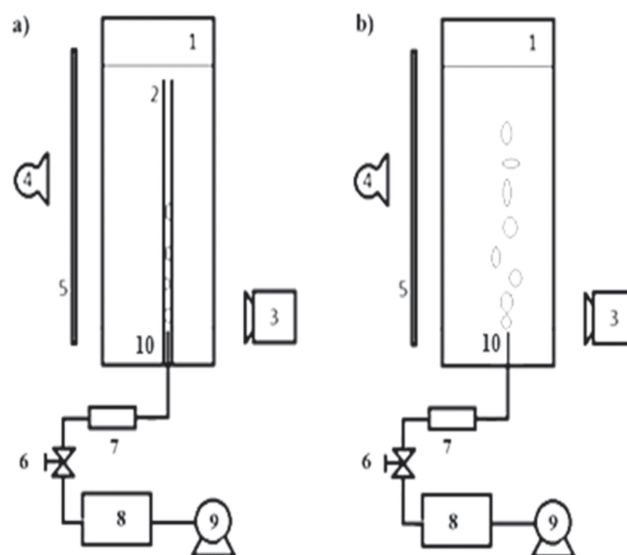
Celem pracy była analiza porównawcza dynamiki odrywania się pęcherzy gazowych od krawędzi dyszy w dwóch przypadkach: gdy dysza umieszczona jest wewnątrz kanału lub wewnątrz dużego zbiornika wypełnionego wodą.

Analizowano dane zebrane w obecnym eksperymencie oraz w eksperymencie przedstawionym w pracy [1].

## 2. METODA POMIARU DYNAMIKI PRZEPŁYWÓW DWUFAZOWYCH

Schematy stanowisk pomiarowych pokazano na Rysunku 1.

Powietrze pod ciśnieniem wytwarzane przez sprężarkę (9) przepływało przez zbiornik wyrównawczy (8), zawór (6), rotametr (7) oraz mosiężną dyszę o średnicy wewnętrznej 1,1 mm. Pęcherze powietrza odrywające się od dyszy w przypadku stanowiska pomiarowego przedstawionego na Rysunku 1a znajdują się w szklanym mini-kanałe (2)



**Rysunek 1** Schematy stanowisk pomiarowych:

a) stanowisko pomiarowe z mini-kanałem

b) stanowisko badawcze bez mini-kanału: 1 – zbiornik z wodą, 2 – mini-kanał o średnicy wewnętrznej  $\varnothing$  4 mm, 3 – kamera Casio EX FX1, 4 – oświetlenie, 5 – przesłona rozpraszająca światło, 6 – zawór, 7 – rotametr (Kytola OY, A-2k), 8 – zbiornik wyrównawczy, 9 – sprężarka powietrza, 10 – dysza o średnicy wewnętrznej  $\varnothing$  1,1 mm

**Figure 1** Experimental setup:

a) measuring position with mini-channel

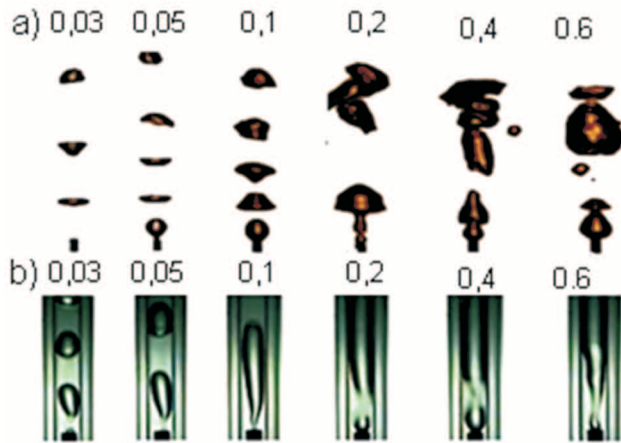
b) measuring position without mini-channel: 1 – the water tank, 2 – mini-channel ( $\varnothing$  4 mm), 3 – Casio EX FX1 (600/1200 fps), 4 – light source, 5 – screen, 6 – air valve, 7 – flow meter (KYTOLA OY, A-2 k), 8 – air tank, 9 – air pump, 10 – nozzle with an internal diameter  $\varnothing$  1,1 mm

o średnicy wewnętrznej 4 mm i długości 450 mm. Mosiężna dysza razem z kanałem umieszczona jest w szklanym zbiorniku (Rys. 1a). Zbiornik (1) o wymiarach 400x400x700 mm wypełniony jest wodą destylowaną. Ruch pęcherza powietrza rejestrowano kamerą (3) z szybkością 600 klatek na sekundę. Kamera (3) w obydwu wariantach pomiarowych była ustawiona na wysokości dyszy.

Dla wydatków  $q \leq 0,1$  l/min pęcherze odrywają się prawie periodycznie formując pęcherzy składającą się z pojedynczych pęcherzy (Rys. 2a). Jednak gdy wydatek powietrza przekroczy wartość 0,1 l/min, wówczas pęcherze zaczynają się grupować i łączyć w pobliżu wylotu dyszy. Liczba łączących się pęcherzy wzrasta wraz z wydatkiem powietrza [1].

Podczas eksperymentu w mini-kanałe obserwowano następujące struktury przepływu: pęcherzykowo-korkową, korkową oraz korkowo-pierścieniową. Dla wydatku  $q < 0,05$  [l/min] w mini-kanałe występowały pojedyncze pęcherze, których średnica była równa średnicy mini-kanału.

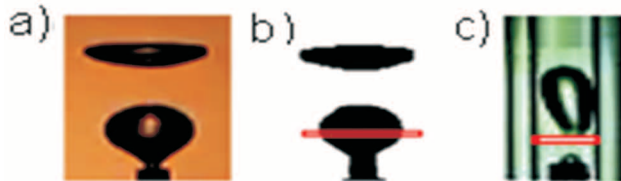
Przepływ z długimi pęcherzami występował w zakresie  $0,05 < q < 0,1$  [l/min]. W tym zakresie zmian objętościowego wydatku pęcherza dla kolejnych pęcherzy ich długość oraz odległości pomiędzy nimi nieznacznie się zmieniały. Pęcherze nie łączyły się. Przy wydatku  $q = 0,2$  [l/min] zachodziło grupowanie się pęcherzy w grupy liczące 2, 3 lub więcej pęcherzy. Na Rysunku 2b widoczna jest początkowa faza formowania się powyższych struktur przepływu.



**Rysunek 2** Formowanie pęcherzy odrywających się od dyszy w funkcji wydatku powietrza

**Figure 2** The formation of bubbles as a function of air volume flow rate

W obu eksperymentach filmy wykonane kamerą do szybkich zdjęć (600 kl./s) dzielono na pojedyncze kolorowe klatki (Rys. 2). Następnie ustalano położenie obszaru kontrolnego, w którym sumowano jasność pikseli na kolejnych klatkach. Na Rysunku 3 obszar ten zaznaczono w postaci prostokąta na Rysunku 3b, c.

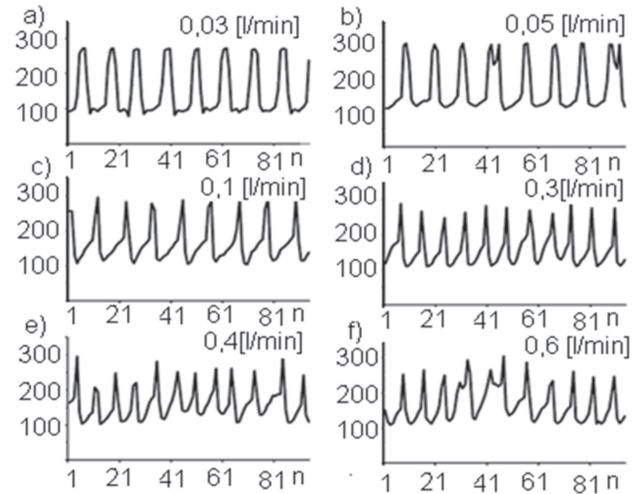


**Rysunek 3** Wyodrębniona klatka filmu: a) nie przetworzona, b) po desaturacji, c) dysza z kanałem

**Figure 3** Video frame with a selected: a) unprocessed, b) after desaturation, c) nozzle with channel

W rezultacie otrzymywano szeregi czasowe charakteryzujące stopień wypełnienia obszaru kontrolnego fazą gazową. Wysokie wartości szeregu odpowiadają sytuacji, w której obszar kontrolny wypełniony jest wodą (Rys. 4). Niskie wartości odpowiadają przypadkowi, w którym obszar kontrolny wypełniony jest powietrzem. Środek pęcherza powietrza jest jasny, co powoduje,

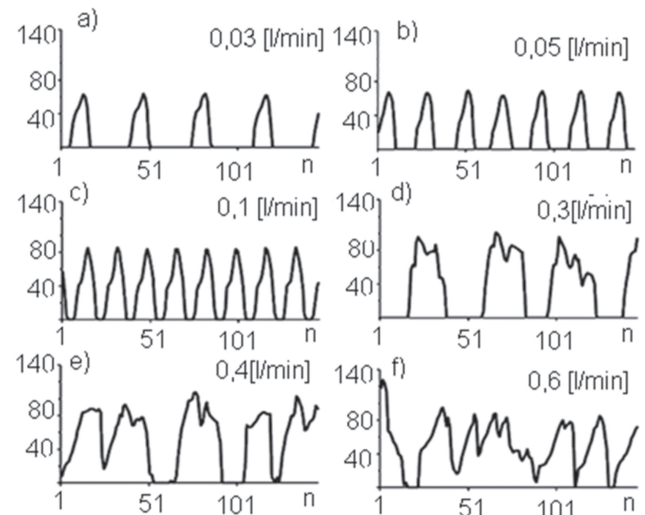
że przejście pęcherza przez obszar kontrolny nie daje płaskiego odcinka szeregu, lecz rejestrowany jest koniec i początek pęcherza w postaci zmniejszenia się wartości  $x_n$ . Oś rzędnych wykresów opisuje średnią wartość jasności, natomiast oś odciętych numery kolejnych klatek filmu.



**Rysunek 4** Szeregi czasowe uzyskane na podstawie zarejestrowanych filmów w funkcji objętościowego wydatku powietrza dla dyszy znajdującej się w mini-kanałach: a)  $q = 0,03$  l/min, b)  $q = 0,05$  l/min, c)  $q = 0,1$  l/min, d)  $q = 0,3$  l/min, e)  $q = 0,4$  l/min, f)  $q = 0,6$  l/min

**Figure 4** Time series obtained from the films as a function of air volume flow rates for the nozzle located at the mini-channel:

a)  $q = 0,03$  l/min, b)  $q = 0,05$  l/min, c)  $q = 0,1$  l/min, d)  $q = 0,3$  l/min, e)  $q = 0,4$  l/min, f)  $q = 0,6$  l/min



**Rysunek 5** Szeregi czasowe uzyskane na podstawie zarejestrowanych filmów w funkcji objętościowego wydatku powietrza dla dyszy znajdującej się w zbiorniku z cieczą: a)  $q = 0,03$  l/min, b)  $q = 0,05$  l/min, c)  $q = 0,1$  l/min, d)  $q = 0,3$  l/min, e)  $q = 0,4$  l/min, f)  $q = 0,6$  l/min.

**Figure 5** Time series obtained from the films as a function of air volume flow rates for the nozzle located at the water tank: a)  $q = 0,03$  l/min, b)  $q = 0,05$  l/min, c)  $q = 0,1$  l/min, d)  $q = 0,3$  l/min, e)  $q = 0,4$  l/min, f)  $q = 0,6$  l/min

Szeregi czasowe uzyskane dla dyszy bez kanału przedstawiono na Rysunku 5. Wysokie wartości szeregu odpowiadają sytuacji, gdy obszar kontrolny wypełniony jest powietrzem (czarnymi pikselami). Szereg przyjmuje wartości zero, gdy obszar kontrolny wypełnia woda.

### 3. ANALIZA DANYCH

Nieliniową analizę danych wykonuje się dla atraktora utworzonego z wykorzystaniem tzw. współrzędnych stroboskopowych [6]. W metodzie tej kolejne współrzędne atraktora wyznacza się na podstawie kolejnych wartości szeregu czasowego, oddzielonych od siebie o wartość tzw. czasu opóźnienia. Opóźnienie czasowe jest wielokrotnością odstępu czasowego  $t$  między punktami szeregu czasowego [7]. Wyznaczenie właściwej wartości opóźnienia czasowego ma istotny wpływ na powodzenie przeprowadzanej rekonstrukcji. Jedną z metod opiera się na analizie funkcji nieznormalizowanego współczynnika autokorelacji. Zgodnie z takim podejściem opóźnienie czasowe należy tak dobrać, by spełniało ono zależność [7]:

$$C(\tau) \approx \frac{1}{2} C(0) \quad (5)$$

gdzie:  $C(\tau) = \frac{1}{N} \sum_i (x_i - x_{i+\tau})^2$

Stosując wyżej opisaną metodę postępowania uzyskano rekonstrukcję atraktorów pokazanych na Rysunku 6.

Przy małych wydatkach  $q$  skupianie się trajektorii spowodowane jest przez niskie i wysokie wartości szeregu (Rys. 6a). Przy wysokich wartościach  $q$  jedynie niskie wartości szeregu odpowiadają za skupianie się trajektorii atraktora (Rys. 6d).

Na Rysunku 6 e, f, g, h pokazano rekonstrukcję 3D atraktorów dla szeregów czasowych uzyskanych z analizy filmów zarejestrowanych dla dyszy znajdującej się w zbiorniku z cieczą. Dla małych wydatków objętościowych powietrza trajektorie przyjmują kształt czworoboku (Rys. 6e). Dla wysokich wydatków objętościowych duże fragmenty szeregu czasowego mają niskie wartości (przerwy pomiędzy grupami pęcherzy), co powoduje skupianie się trajektorii atraktorów w sposób pokazany na Rysunku 6h.

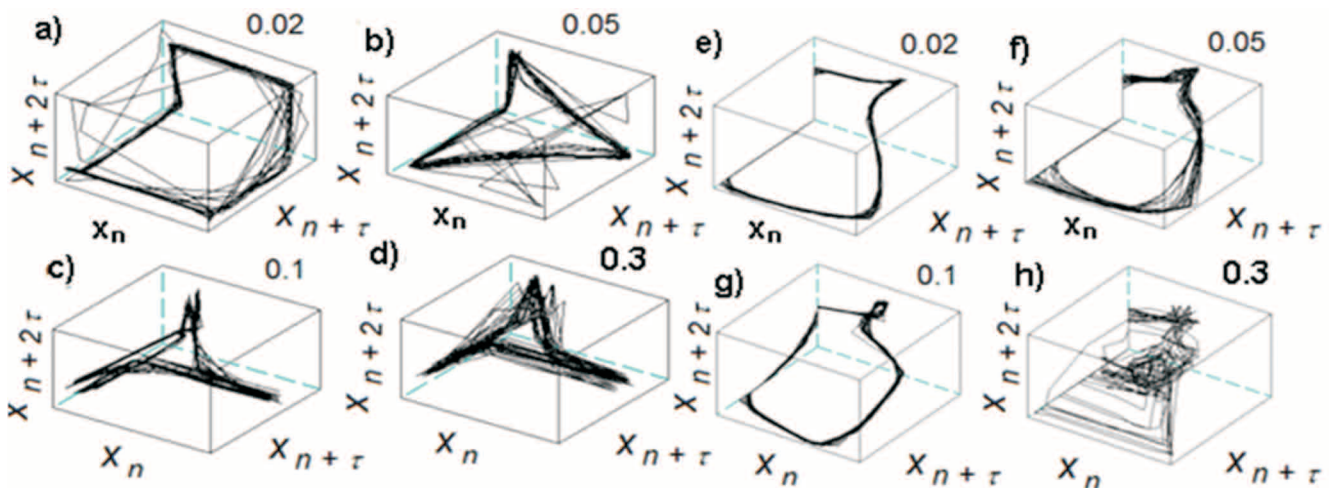
Wymiar przestrzeni zanurzenia, w której powinien być zrekonstruowany atraktor, można wyznaczyć poprzez obliczenie wymiaru korelacyjnego. Wymiar korelacyjny  $D_2$  wyznaczono w oparciu o zaproponowany przez Grassbergera – Procaccię algorytm [8], [2] :

$$D_2 = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{1}{h} \frac{1}{r} \sum_i p_i^2 \quad (6)$$

gdzie:  $\sum_i p_i^2 \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \theta(r - |x_i - x_j|) = C_2(r)$

$\theta$  - skokową funkcją Heavisida.

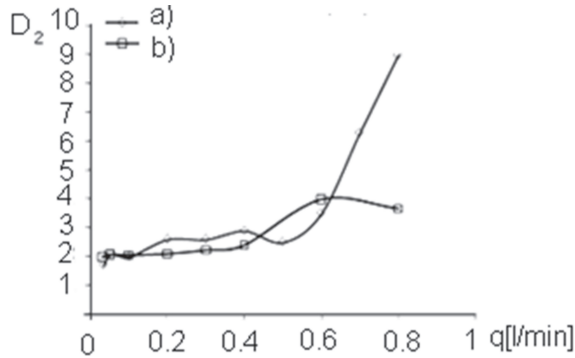
Wielkość  $C_2$ , zwana całką korelacyjną, określa miarę prawdopodobieństwa znalezienia się na atraktorze dwóch punktów o odległości mniejszej



**Rysunek 6** Wykresy 3D rekonstrukcji atraktorów dla szeregów czasowych, dla dyszy znajdującej się w mini-kanałe: a)  $q = 0,03$  l/min,  $\tau = 4$ ; b)  $q = 0,05$  l/min,  $\tau = 3$ ; c)  $q = 0,1$  l/min,  $\tau = 2$ ; d)  $q = 0,3$  l/min,  $\tau = 5$  oraz dla dyszy znajdującej się w zbiorniku z cieczą: e)  $q = 0,03$  l/min,  $\tau = 4$ ; f)  $q = 0,05$  l/min,  $\tau = 3$ ; g)  $q = 0,1$  l/min,  $\tau = 2$ ; h)  $q = 0,3$  l/min,  $\tau = 5$

**Figure 6** 3D reconstruction of the attractors for time series for the nozzle located at the mini-channel: a)  $q = 0,03$  l/min,  $\tau = 4$ ; b)  $q = 0,05$  l/min,  $\tau = 3$ ; c)  $q = 0,1$  l/min,  $\tau = 2$ ; d)  $q = 0,3$  l/min,  $\tau = 5$  the nozzle located at the water tank: e)  $q = 0,03$  l/min,  $\tau = 4$ ; f)  $q = 0,05$  l/min,  $\tau = 3$ ; g)  $q = 0,1$  l/min,  $\tau = 2$ ; h)  $q = 0,3$  l/min,  $\tau = 5$

od  $r$ . W celu wyznaczenia wymiaru korelacyjnego określa się współczynnik nachylenia prostej regresji możliwie najbardziej liniowego fragmentu wykresu  $\log[C(r)]$  od  $\log(r)$ .



**Rysunek 7** Wymiar korelacyjny ( $D_2$ ) szeregów otrzymanych z analizy klatek filmów: a) dysza znajdująca się w mini-kanale, b) dysza znajdująca się w zbiorniku

**Figure 7** Correlation dimension ( $D_2$ ) of recorded time series vs air volume flow rate: a) the nozzle located at the mini-channel, b) the nozzle located at the water tank

Dla wydatków 0,05 - 0,5 l/min wymiar dwóch zarejestrowanych szeregów mieści się w przedziale pomiędzy 2 a 3. Dla wydatku 0,6 l/min jest pomiędzy 3 a 4. Natomiast dla wydatków powietrza większych od 0,6 l/min szeregi uzyskane z analizy filmów zarejestrowanych dla dyszy bez zamontowanego kanału mają wymiar korelacyjny mieszczący się w przedziale pomiędzy 3 a 4, podczas gdy wymiar szeregów dla dyszy umieszczonej w mini-kanale wzrasta wraz z wydatkiem i osiąga wartość bliską 9 dla wydatku 0,8 l/min.

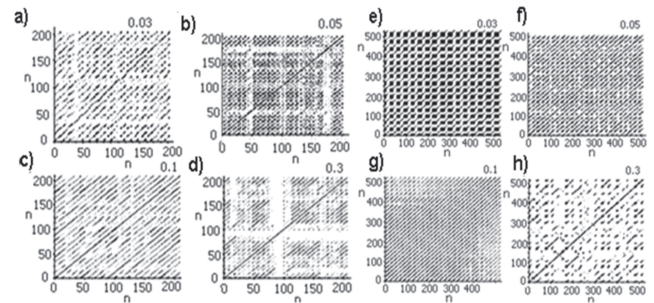
Uzyskany wynik oznacza, że rekonstrukcja 3D atraktorów jest właściwa tylko dla wydatków zawartych w przedziale od 0,02 do 0,5 [l/min]. Zastosowano metodę Recurrence Plots [9], która umożliwia bardziej szczegółową analizę szeregów czasowych w porównaniu z analizą wymiaru korelacyjnego. Wykresy rekurencyjne wykorzystywane są do oceny stopnia aperiodyczności układów nieliniowych. Taki wykres jest zawsze dwuwymiarowy, mimo że może reprezentować zachowanie układu wielowymiarowego. Wykres rekurencyjny opisany jest zależnością [9]:

$$R_{i,j} = \theta(\varepsilon_i - \|x_i - x_j\|) \quad (7)$$

gdzie:  $i, j = 1 \dots N$ ,  $N$  ilość rozpatrywanych punktów  $x_i$ ,  $\varepsilon_i$  promień poszukiwań,  $\| \cdot \|$  norma,  $\theta$  skokowa funkcja Heaviside'a.

Wykresy rekurencyjne wyznacza się dla atraktorów zanurzonych w przestrzeni o wymiarze będącym najmniejszą liczbą całkowitą większą od

wymiaru zanurzenia. Dla wydatków powietrza  $q \leq 0,5$  [l/min] właściwą przestrzenią zanurzenia jest przestrzeń trójwymiarowa. Dla większych wydatków powietrza w przypadku dyszy umieszczonej w mini-kanale wartości wymiaru przestrzeni zanurzenia mieszczą się w zakresie od 3 do 9 (Rys. 7). Na Rysunku 8 pokazano wykresy rekurencyjne dla wybranych wydatków objętościowych powietrza. Wykresy wykonano, przyjmując, że  $\varepsilon_i$  jest równy 10% maksymalnej średnicy atraktora.



**Rysunek 8** Wykresy rekurencyjne uzyskane dla szeregów czasowych dla dyszy znajdującej się w mini-kanale: a)  $q = 0,03$  l/min,  $\tau = 4$ . b)  $q = 0,05$  l/min,  $\tau = 3$ ; c)  $q = 0,1$  l/min,  $\tau = 2$ ; d)  $q = 0,3$  l/min,  $\tau = 5$  oraz dla dyszy znajdującej się w zbiorniku z cieczą: e)  $q = 0,03$  l/min,  $\tau = 4$ ; f)  $q = 0,05$  l/min,  $\tau = 3$ ; g)  $q = 0,1$  l/min,  $\tau = 2$ ; h)  $q = 0,3$  l/min,  $\tau = 5$

**Rysunek 8** Recurrence plots (RP) obtained for time series for the nozzle located at the mini-channel: a)  $q = 0,03$  l/min,  $\tau = 4$ ; b)  $q = 0,05$  l/min,  $\tau = 3$ ; c)  $q = 0,1$  l/min,  $\tau = 2$ ; d)  $q = 0,3$  l/min,  $\tau = 5$  the nozzle located at the water tank: e)  $q = 0,03$  l/min,  $\tau = 4$ ; f)  $q = 0,05$  l/min,  $\tau = 3$ ; g)  $q = 0,1$  l/min,  $\tau = 2$ ; h)  $q = 0,3$  l/min,  $\tau = 5$

Analiza kształtu atraktora utworzonego na podstawie danych pomiarowych pokazuje, że ich charakterystyczną cechą są obszary, w których następuje skupianie się trajektorii atraktora. Analizę długości linii diagonalnych prowadzi się między innymi z zastosowaniem współczynnika  $LAVG$ , natomiast długość linii pionowych opisuje współczynnik  $TT$ .

Średnia długość linii diagonalnych,  $LAVG$ , określona jest zależnością [9]:

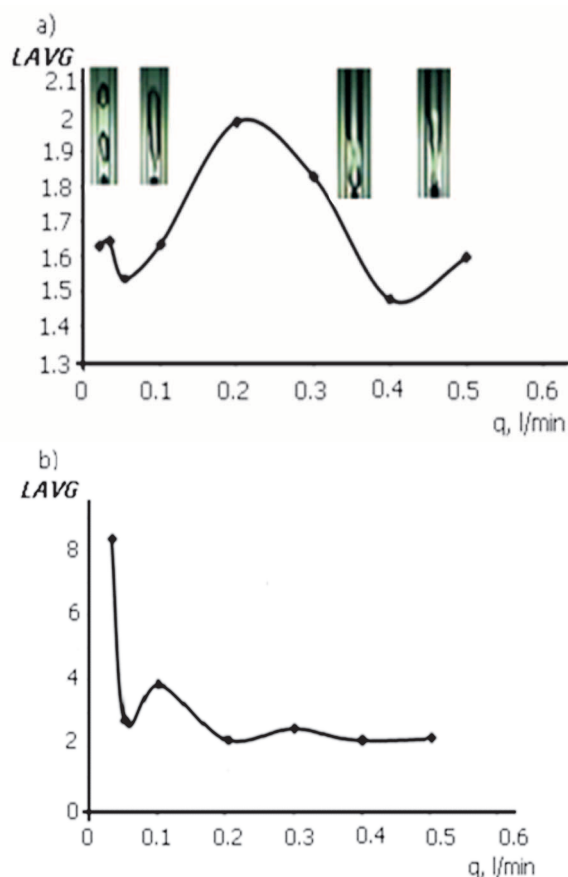
$$LAVG = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N P(l)}{\sum_{l=l_{min}}^N P(l)} \quad (8)$$

gdzie:  $P(l)$  jest liczbą linii diagonalnych o długości  $l$ . Wielkość  $LAVG$  jest miarą średniego czasu, w którym dwa segmenty trajektorii znajdują się blisko siebie [9].

Współczynnikiem określającym średnią długość linii pionowej jest współczynnik  $TT$  (Trapping Time) opisany zależnością [9]:

$$TT = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP(v)}{\sum_{v=v_{\min}}^N P(v)} \quad (9)$$

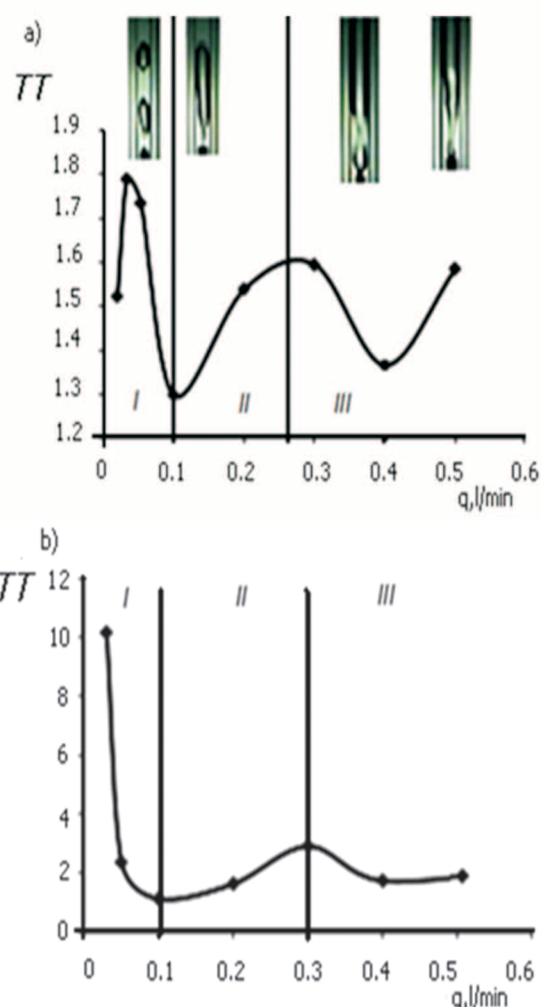
gdzie:  $P(v)$  jest liczbą linii pionowych o długości  $v$ . Współczynnik identyfikuje średnią długość obszarów, w których stan układu nie zmienia się.



**Rysunek 9** Zmiany wartości współczynnika  $LAVG$  w funkcji objętościowego wydatku powietrza: a) dyszy znajdującej się w mini-kanale, b) dyszy znajdującej się w zbiorniku

**Figure 9** Changes of  $LAVG$  coefficient vs air volume flow rate: a) the nozzle located at the mini-channel, b) the nozzle located at the water tank

Większa wartość  $LAVG$  (Rys. 9b) oznacza, że powtarzalność w analizowanym układzie jest większa w porównaniu z sytuacją, w której  $LAVG$  osiąga mniejsze wartości (Rys. 9a). Wartości współczynnika  $LAVG$  pokazane na Rysunku 9 oznaczają, że dla wydatków powietrza mniejszych od 0,2 l/min bardziej powtarzalnym układem jest układ z dyszą zanurzoną w zbiorniku. Dla  $q = 0,2$  l/min oba układy są tak samo periodyczne. Dla większych  $q$



**Rysunek 10** Zmiany wartości współczynnika  $TT$  w funkcji objętościowego wydatku powietrza: a) dyszy znajdującej się w mini-kanale, b) dyszy znajdującej się w zbiorniku

**Figure 10** Changes of  $TT$  coefficient vs air volume flow rate: a) the nozzle located at the mini-channel, b) the nozzle located at the water tank

układ z dyszą w zbiorniku jest bardziej periodyczny – grupy połączonych pęcherzy odrywają się periodycznie. Pęcherze w mini-kanale są mniejsze i odrywają się w sposób mniej periodyczny.

W przypadku pęcherzy odrywających się od dyszy umieszczonej w mini-kanale w zakresie  $q$  od 0,03 do 0,05 l/min wartość współczynnika  $LAVG$  maleje osiągając minimum przy  $q \sim 0,05$  [l/min] (Rys. 9a). Zmniejszanie się wartości współczynnika  $LAVG$  następuje z uwagi na zmniejszanie się odległości pomiędzy kolejnymi pęcherzami. Średni czas utrzymywania się minimalnych wartości szeregu zmniejsza się. Wynikiem tego jest oddalanie się od siebie kolejnych fragmentów trajektorii na atraktorze (Rys. 6c). Jeżeli wydatek przekroczy wartość 0,05 [l/min], współczynnik  $LAVG$  zaczyna rosnąć i osiąga maksimum dla  $q = 0,2$  [l/min]. Dla wartości  $q$  z podanego zakresu w początkowej fazie następuje łączenie się pęcherzy.

Prowadzi to do formowania się długich pęcherzy i tym samym do wzrostu wartości współczynnika  $LAVG$ . Dla wydatków większych niż 0,2 [l/min] współczynnik  $LAVG$  maleje, co jest spowodowane fluktuacjami kształtu pęcherzy. Koniec i początek pęcherza ma nieregularny kształt, co zauważamy na Rysunku 2b. Najmniejszą wartość współczynnik  $LAVG$  przyjmuje dla wydatku 0,4 [l/min].

Na Rysunku 9b przy wydatku równym 0,03 współczynnik  $LAVG$  osiąga maksimum. Wartość współczynnika  $LAVG$  do 0,05 znacząco maleje. Następnie współczynnik nieznacznie wzrasta dla wartości wydatku 0,1 [l/min]. Dalszy wzrost  $q$  powoduje spadek wartości współczynnika dla wydatków powyżej 0,2 [l/min], utrzymuje się na stałym poziomie.

Duża amplituda zmian współczynnika  $LAVG$  w przypadku danych zarejestrowanych dla dyszy bez zamontowanego mini-kanalu związana jest z periodycznym charakterem szeregu czasowego uzyskanego przy niskich wydatkach powietrza.

Wykres zmian współczynnika  $TT$  uzyskany w przypadku dyszy umieszczonej w mini-kanale (Rys. 10a) posiada dwa maksima, podobnie jak współczynnik  $LAVG$ . Wzrost współczynnika  $TT$  występuje dla wydatków w zakresie od 0,03 do 0,05 l/min. Jest on spowodowany zmianami długości odrywających się pęcherzy. W tym zakresie zmian wydatku powietrza pęcherze przyjmują niepowtarzalne kształty (nie wypełniając całego kanału). Wzrost wydatku powietrza powoduje że pęcherze przyjmują stałą wielkość, lecz odległości pomiędzy nimi są różne tylko dla wydatku równego 0,1 l/min, przy którym współczynnik  $TT$  przyjmuje najmniejszą wartość. W zakresie wydatków od 0,1 do 0,3 wartość współczynnika  $TT$  rośnie. Powodem wzrostu wartości współczynnika  $TT$  jest wzrost długości pęcherzy. W tym zakresie wydatków również wartości współczynnika  $LAVG$  zwiększają się (Rys. 10a).

Początkowa wysoka wartość współczynnika  $TT$  (Rys. 10b) (średni czas, w którym stan układu się nie zmienia) związana jest z długimi przerwami pomiędzy pęcherzami. Wzrost wartości  $TT$  dla

$q = 0,3$  l/min (Rys. 10b) związany jest ze wzrostem czasu przejścia przez układ kontrolny grupy pęcherzy. Następnie w układzie obserwowane są znaczne wahania długości odrywających się pęcherzy, co prowadzi do spadku wartości współczynnika  $TT$ , który następnie wzrasta, gdy wzrasta średnia długość pęcherzy.

#### 4. PODSUMOWANIE

Analiza zmian wartości współczynnika  $TT$  wykonana dla dyszy bez zamontowanego mini-kanalu pokazana na Rysunku 10b pozwala na wyróżnienie trzech charakterystycznych zakresów zmian wydatku powietrza, w których dynamika odrywania się pęcherzy ma odmienny charakter. W zakresie „I” (Rys. 10b) wraz ze wzrostem wydatku powietrza czas oczekiwania na pojawienie się pęcherza maleje. W zakresie „II” oddziaływanie pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami wydłuża pęcherze i prowadzi do łączenia się rosnących pęcherzy z pęcherzami wcześniej oderwanymi od dyszy. W zakresie „III” od dyszy odrywają się grupy pęcherzy. Dynamika odrywania się pęcherzy ma charakter chaotyczny.

W przypadku odrywania się pęcherzy w mini-kanale przedział zmian wydatku powietrza podzielono również na trzy zakresy, w których dynamika odrywania się pęcherzy ma odmienny charakter. W zakresie „I” (Rys. 10a) odrywające się pęcherze zwiększają swoją średnicę aż do osiągnięcia średnicy mini-kanalu. W zakresie „II” następuje wydłużanie się pęcherzy wraz ze wzrostem szybkości przepływu cieczy w mini-kanale. W zakresie „III” wzrasta chaotyczność odrywania się pęcherzy, kolejne akty odrywania się pęcherzy stają się niepowtarzalne – prowadzi to do spadku wartości współczynnika  $TT$ . Następnie wzrasta średnia długość pęcherzy, co prowadzi do wzrostu współczynnika  $TT$ .

Przeprowadzona analiza może pozwolić na określenie wydatków powietrza, dla których praca będzie ustabilizowana.

## LITERATURA

- [1] Mosdorf R., Wyszowski T., Experimental investigations of deterministic chaos appearance in bubbling flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, 5060-5069, 2011.
- [2] Grassberger P., Procaccia I., Characterization of Strange Attractors, *Physical Review Letters*, 505, 1983.
- [3] Pickert F., The theory of the air-lift pump. *Engineering*, Vol. 34, 19-20, 1932.
- [4] Stepanoff A. J., Thermodynamic theory of the air lift pump, *ASME Transactions*, Vol. 51, 49-55, 1929.
- [5] Nicklin D. J., The air-lift pump: theory and optimization. *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, Vol. 41, 29-39, 1963.
- [6] Schuster H. G., *Chaos deterministyczny. Wprowadzenie*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1993.
- [7] Baker G. L. , Gollub J. P., *Wstęp do dynamiki układów chaotycznych*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1998.
- [8] Parker T. S., Chua L. O., A Tutorial for Engineers, *Proceedings of The IEEE*, vol. 75, 8, 1987.
- [9] Marwan N., Romano M. C., Thiel M., Kurths J., Recurrence Plots for the Analysis of Complex Systems, *Physics Reports*, 438(5-6), 237-329, 2007.
- [10] Kouremenos D. A. and Staicos J., Performance of a small air-lift pump. *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 6, 217-222, 1985.
- [11] Stenning A., Martin C., An analytical and experimental study of air-lift pump performance, *ASME Journal of Engineering for Power*, 106-110, 1968.