

Tadeusz Szpunar, Paweł Budak
Instytut Nafty i Gazu, Kraków

Interpretacja danych ciśnieniowych początkowego okresu przyływu płynu do otworu, przechodzącego przez warstwę produktywną ze szczeliną poziomą

W artykule podano proste zależności umożliwiające interpretację danych ciśnieniowych początkowego okresu przyływu płynu złożowego do otworu z warstwy ze szczeliną poziomą, umożliwiające określenie przepuszczalności lub pola powierzchni szczeliny.

Well test interpretation method in wells with horizontal fracture

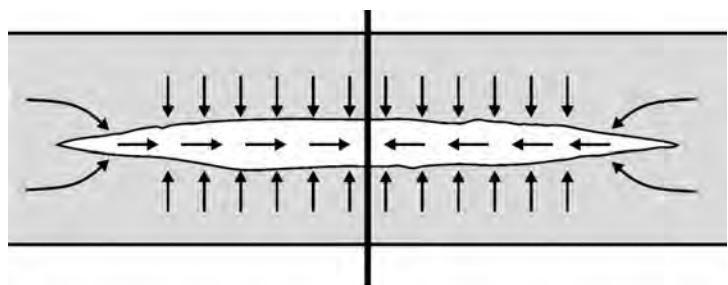
Provided are relations which describe the early time flow pressure behavior in wells with horizontal fracture. Derived relations allows us to compute permeability or surface area of a horizontal fracture.

Stan naprężeń w otoczeniu otworu na małych głębokościach sprzyja powstawaniu szczelin poziomych. Szczeliny takie mogą powstawać w sposób niezamierzony, w wyniku wzrostu ciśnienia w otworze na głębokościach mniejszych od ok. 1000 metrów, lub mogą być wytworzone sztucznie (na przykład w celu poprawy chłonności warstwy przeznaczonej do zrzutu solanek lub innych płynów odpadowych). Istnienie szczeliny poziomej zmienia geometrię przepływu płynu w bezpośrednim otoczeniu otworu oraz charakter zależności ciśnienia dennego ruchowego od czasu, dla początkowego okresu przyływu. Jeżeli dane ciśnieniowe początkowego okresu przyływu zinterpretowane zostaną metodami konwencjonalnymi, w których zakłada się radialny charakter przyływu do otworu, to otrzymane wyniki interpretacji mogą być błędne. W początkowym okresie przyływu, gdy udostępniona zostanie wysoko przepuszczalna wkładka w kształcie soczewki, otoczona przez warstwy słabo przepuszczalne, lub warstwa o niewielkiej przepuszczalności zawierająca cienie, wysoko przepuszczalne przewarstwienia, zachowanie ciśnienia jest podobne do obserwowanego w przypadku szczeliny poziomej. Jeżeli kontrast pomiędzy przepuszczalnością wkładki lub przewarstwienia a resztą złoża jest wystarczająco duży oraz pomiędzy wkładką/przewarstwieniem a resztą złoża istnieje kontakt hydrodynamiczny, to medium złożowe dopływać będzie do otworu głównie przez wysoko przepuszczalne przewarstwienie lub wkładkę, do których spływać on będzie z dalej położonych, słabo przepuszczalnych partii złoża (rysunek 1). Wysoko przepuszczalna wkładka lub przewarstwienie oddziaływać będą w sposób podobny do szczeliny poziomej.

Rozpatrujemy następujący przypadek: w otworze pionowym, przewiercającym poziomą, jednorodną warstwę porowatą o grubości $2H$, przepuszczalności k oraz porowatości Φ , w połowie grubości warstwy wykonano szczelinę poziomą o kształcie zbliżonym do koła o promieniu R , którego środek leży w osi otworu. Sytuujemy oś z prostokątnego układu współrzędnych wzdłuż osi otworu, a osie x i y – w płaszczyźnie szczeliny (rysunek 2).

Zakładamy, że:

- w chwili początkowej w złożu panuje niezaburzone ciśnienie złożowe p_0 ,
- w chwili $t = 0$ otwór zaczyna produkować płyn złożowy ze stałą wydajnością Q ,
- w dużej odległości od otworu, w złożu panuje pierwotne ciśnienie złożowe p_0 dla każdego czasu t ,
- rozpatrujemy nieustalony przyływ ciecchy słabo ściśliwej ze złoża do odwiertu ze szczeliną poziomą.



Rys. 1. Poglądowy schemat przepływu w złożu ze szczeliną poziomą

Każdy z punktów szczeliny poziomej traktujemy jako źródło punktowe działające dla $t > 0$.

W przypadku sferycznego dopływu do źródła zlokalizowanego w punkcie $P(\xi, \eta, \mu)$ ośrodka porowatego nieorganicznego, ciśnienie w ośrodku spełnia równanie [4]:

$$\frac{\phi \cdot \mu \cdot c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla^2 p - \frac{\mu}{k} q(t') \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \delta(z - \mu) \quad (1)$$

gdzie źródło punktowe modelowane jest przy pomocy dystrybucji Diraca. W zapisie równania (1) uwzględniono warunek wynikający z prawa Darcy, który spełniać musi źródło punktowe o wydajności $q(t')$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^2 \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{q\mu}{4\pi k} \quad (2)$$

gdzie:

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \mu)^2} \quad (3)$$

W pracy [4] wykazano, że rozwiązaniem równania (1), przy warunkach

$$p(x, y, z, 0) = p_0 \quad (4)$$

$$\lim_{x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty} p(x, y, z, t) = p_0 \quad (5)$$

oraz

$$\lim_{x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty} \frac{\partial p}{\partial x} = \lim_{x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty} \frac{\partial p}{\partial y} = \lim_{x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

jest wyrażenie:

$$p(x, y, z, t) = p_0 - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\phi c}{\pi^3}} \left(\frac{\mu}{k} \right)^{3/2} \int_0^t \frac{q(t')}{\sqrt{(t-t')^3}} e^{-\frac{\phi \mu c}{4k(t-t')} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\mu)^2]} dt' \quad (7)$$

Wyrażenie (7) opisuje rozkład ciśnienia w nieograniczonym ośrodku porowatym w funkcji x, y, z, t , przy sferycznym dopływie do pojedynczego źródła, zlokalizowanego w punkcie $P(\xi, \eta, \mu)$. Ponieważ dopływ do leżącej w płaszczyźnie $z = 0$ szczeliny poziomej w kształcie koła o promieniu R modelujemy zakładając, że każdy z jej punktów jest źródłem o gęstości wydajności $q(\xi, \eta, t')$ działającym dla $t > 0$, zatem ciśnienie w ośrodku porowatym – przy równoczesnym dopływie do całego obszaru S powierzchni szczeliny dla $\mu = 0$ – ma postać:

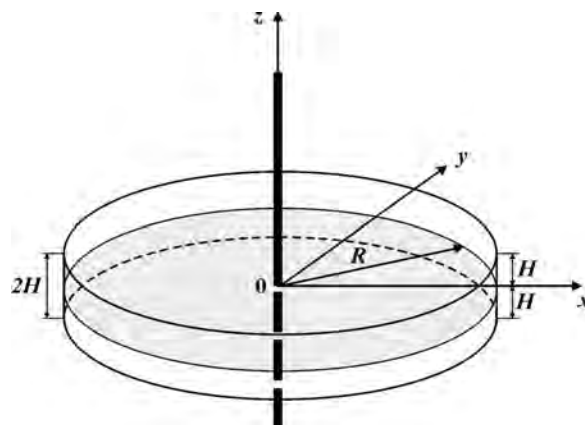
$$P(x, y, z, t) = p_0 - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\phi c}{\pi^3}} \left(\frac{\mu}{k} \right)^{3/2} \iint_S \left\{ \int_0^t \frac{q(\xi, \eta, 0, t')}{\sqrt{(t-t')^3}} \cdot e^{-\frac{\phi \mu c}{4k(t-t')} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]} dt' \right\} d\xi d\eta \quad (8)$$

Zapis równania (8) umożliwia również uzyskanie rozwiązania np. dla szczeliny poziomej o kształcie prostokąta, o znanych wymiarach. Zakładając dodatkowo, że:

$$q(\xi, \eta, t') = \text{const} = \frac{Q}{\pi R^2} \quad (9)$$

ciśnienie mierzone jest w otworze dla

$$x = y = z = 0 \quad (10)$$



Rys. 2. Poglądowy schemat szczeliny poziomej

oraz wprowadzając współrzędne biegunowe:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \rho \cos \varphi \\ \eta &= \rho \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

otrzymamy z (8) wzór określający ciśnienie denne ruchowe w funkcji czasu, w otworze ze szczelina poziomą w kształcie koła, przy dopływie cieczy słabo ściśliwej w nieograniczonym ośrodku porowatym:

$$P_{dr}(t) = p_0 - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\phi c}{\pi^3}} \left(\frac{\mu}{k}\right)^{3/2} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \left\{ \int_0^t \frac{1}{\sqrt{(t-t')^3}} e^{-\frac{\phi \mu c \rho}{4k(t-t')}} dt' \right\} \rho d\rho \Bigg\} d\varphi \quad (12)$$

Z (12) po wykonaniu zaznaczonych działań otrzymamy:

$$P_{dr}(t) = p_0 - \frac{Q}{\pi R^2} \sqrt{\frac{\mu}{\pi \phi k c}} \sqrt{t} \left(1 - e^{-\frac{R^2 \phi \mu c}{4kt}} \right) - \frac{Q \mu}{\pi^{3/2} R \cdot k} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \int_0^{R \sqrt{\frac{\phi \mu c}{4kt}}} e^{-u^2} du \right) \quad (13)$$

po czasie nieskończenie długim mamy z (13)

$$\begin{aligned} p_{dr}(t) &= p_0 - \frac{Q \mu}{2 \pi R k} \\ \lim t &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad (14)$$

Z tablic funkcji $\int_0^a e^{-u^2} du$ wynika, że już dla $a \geq 2$ jej wartość równa jest praktycznie $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$, a zatem, jeżeli zachodzi:

$$R \sqrt{\frac{\phi \mu c}{4kt}} \geq 2 \quad (15)$$

czyli

$$t = t_1 \leq \frac{R^2 \phi \mu c}{16k} \quad (16)$$

to otrzymamy z (13), dla t spełniającego warunek (16), przybliżoną zależność:

$$p_{dr}(t) \cong p_0 - \frac{Q}{\pi R^2} \sqrt{\frac{\mu}{\pi \phi k c}} \cdot \sqrt{t} \quad (17)$$

Z (17) wynika, że pomierzone ciśnienia denne ruchowe, w funkcji pierwiastka kwadratowego czasu, w początkowym okresie przyływu leżeć będą na linii prostej w prostokątnym układzie współrzędnych (p_{dr} vs. \sqrt{t}), z nachylenia której określić można przepuszczalność (w sposób praktykowany rutynowo przy interpretacji wyników testów otworowych) lub pole powierzchni szczeliny, jeżeli znane są pozostałe wielkości występujące we wzorze (17).

Wzór (17) opisuje zmiany ciśnienia dennego ruchowego przy przyływie do otworu ze szczeliną poziomą w kształcie koła, w nieograniczonym ośrodku porowatym i podlega ograniczeniu (16), przyjętem w celu uzyskania prostego rozwiązania analitycznego. W rzeczywistości przepływ odbywa się w warstwie o grubości $2H$, a szczelina wykonana jest w połowie grubości warstwy w płaszczyźnie $z = 0$. W miarę kontynuacji dopływu, obecność nieprzepuszczalnego stropu i spągu zacznie wpływać na wielkość ciśnienia dennego ruchowego i wzór (17) przestanie obowiązywać.

Czas, po którym zauważalny stanie się wpływ oddziaływania stropu i spągu warstwy na zachowanie ciśnienia dennego określimy w sposób następujący:

Przyjmując wszystkie dotychczasowe założenia (7-11), równanie opisujące zmiany ciśnienia wzdłuż osi z dla $x = y = 0$, gdzie powinny być one największe, ma postać:

$$P(0,0,z,t) = p_0 - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\phi c}{\pi^3}} \left(\frac{\mu}{k}\right)^{3/2} \frac{Q}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \left\{ \int_0^t \frac{1}{\sqrt{(t-t')^3}} e^{-\frac{\phi \mu c}{4k(t-t')}(\rho^2+z^2)} dt' \right\} \rho d\rho \Bigg\} d\varphi \quad (18)$$

Z (18) wynika, że wielkość spadku ciśnienia (w funkcji czasu) w stropie/spągu pokładu w punkcie $P(x = y = 0, z = H)$ można wyrazić wzorem:

$$\Delta p = p_0 - p(0,0,H,t) = \frac{Q}{4\pi R^2} \sqrt{\frac{\phi c}{\pi}} \left(\frac{\mu}{k}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^R \left\{ \int_0^t \frac{1}{\sqrt{(t-t')^3}} \cdot e^{-\frac{\phi \mu c}{4k(t-t')}(\rho^2 + H^2)} dt' \right\} \rho d\rho \quad (19)$$

który przez podstawienie $\frac{\phi \mu c}{4k(t-t')}(\rho^2 + H^2) = u^2$ można przedstawić w postaci:

$$\Delta p = \frac{Q\mu}{\pi^{\frac{3}{4}} k R^2} \int_0^R \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + H^2}} \left\{ \int_{\frac{\phi \mu c (\rho^2 + H^2)}{4kt}}^{\infty} e^{-u^2} du \right\} \rho d\rho \quad (20)$$

Całka wewnętrzna wyrażenia (20) jest praktycznie równa zero dla dolnej granicy całkowania ≥ 2 , a ponieważ ρ zmienia się w zakresie od 0 do R , zatem dla

$$H \sqrt{\frac{\phi \mu c}{4kt}} \geq 2 \quad (21)$$

czyli

$$t = t_2 \leq \frac{\phi \mu c H^2}{16k} \quad (22)$$

spadek ciśnienia w stropie i spągu warstwy wyrażony wzorem (20) jest praktycznie równy zero, i krótszy z czasów podanych wzorem (16) lub (22) określa czas stosowalności wzoru (17). Czasy t_1 i t_2 mogą nie być długie, jednak – w przypadku grubych pokładów i szczelin o znacznych rozmiarach lub pokładów o małej przepuszczalności – czasy t_1 i t_2 mogą być aż nadto wystarczające do interpretacji danych okresu przyływu do otworu ze szczeliną poziomą, i mogą służyć do oceny przepuszczalności lub określenia wymiarów szczeliny, jeżeli przepuszczalność jest znana. Należy zauważyć, że na głębokościach do 1000 metrów kształt szczeliny wytworzonej w wyniku zabiegu szczelinowania nie jest do końca znany, ponieważ zależy od rozkładu naprężeń w górotworze, a płaszczyzna szczeliny jest prostopadła do kierunku najmniejszych naprężeń. Jeżeli przepuszczalność warstwy, w której wykonano zabieg szczelinowania jest znana przed zabiegiem, to przebieg zmian ciśnienia podczas początkowego okresu przyływu do otworu pozwoli – pod pewnymi warunkami – orzekać, czy doszło do utworzenia szczeliny poziomej, czy pionowej oraz określić pole jej powierzchni. Zaobserwowany dla krótkich czasów przyływu, charakterystyczny dla szczeliny poziomej przebieg zmian ciśnienia w czasie może również świadczyć o udostępnieniu wysoko przepuszczalnej wkładki, w kształcie soczewki lub cienkiego, wysoko przepuszczalnego przewarstwienia.

Przykład obliczeniowy:

W otworze ze szczeliną przeprowadzono test otworowy, eksploatując ropę z wydajnością $Q = 10$ ton/dobę. Pozostałe dane są następujące:

- promień szczeliny $R \cong 15$ m,
- lepkość płynu złożowego $\mu = 1,2$ cP,
- współczynnik ściśliwości $c = 2,7 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{MPa}}$,
- współczynnik objętościowy ropy $c = 1,2$,
- ciężar właściwy ropy $\gamma = 0,85 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$,
- początkowe ciśnienie złożowe $p_0 = 5,7$ MPa,
- porowatość $\phi = 0,15$,
- miąższość pokładu $2H = 30$.

Przebieg zmian ciśnienia dopływu podano w tablicy 1:

Tablica 1.

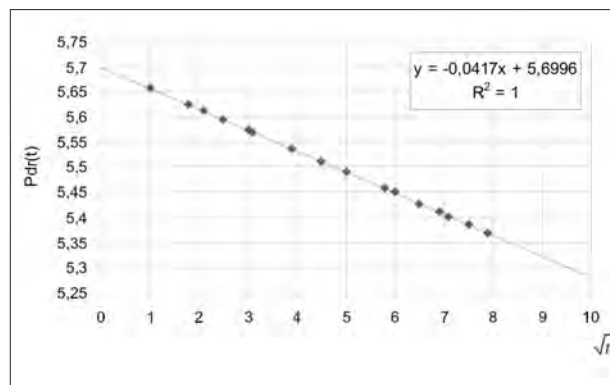
t [min]	$P_{dr}(t)$ [MPa]	t [min]	$P_{dr}(t)$ [MPa]
1	5,660	25	5,496
3	5,627	30	5,471
5	5,608	35	5,460
7	5,589	40	5,430
10	5,560	45	5,420
12	5,555	50	5,404
15	5,530	55	5,387
20	5,513	60	5,374

Równanie (17) w przemysłowym układzie jednostek ma postać:

$$q(\xi, \eta, t') = const = \frac{Q}{\pi R^2}$$

Wykreślając zależność pomierzonego ciśnienia dennego ruchowego p_{dr} w funkcji \sqrt{t} i aproksymując przebieg punktów pomiarowych linią prostą, należy odczytać jej nachylenie, które dla rozpatrywanego przypadku (rysunek 3) wynosi: $|m| \cong (4,18) \cdot (10^{-2}) \frac{\text{MPa}}{\sqrt{t}}$, a zatem przepuszczalność równa jest:

$$k(mD) = \frac{\left[(1,59) \cdot (10^{-2}) Q \left(\frac{T}{d} \right) \cdot B_0 \right]^2}{\left[|m| \cdot \gamma \left(\frac{T}{m^3} \right) \cdot R^2 (m^2) \right]} \cdot \frac{\mu(cP)}{\phi \cdot c \left(\frac{1}{\text{MPa}} \right)} \cong 1,7 \text{ mD}$$



Rys. 3. Zależność ciśnienia dennego ruchowego w funkcji \sqrt{t}

Znając przepuszczalność można sprawdzić czy punkty pomiarowe leżą w interwale czasowym obowiązywania zależności (17). Ponieważ w rozpatrywanym przypadku $H = R = 15$, czyli zależność (17) jest słuszna dla:

$$t_1 = t_2(\text{min}) \leq (1,021)(10^3) \frac{\phi \mu(cP) c \left(\frac{1}{\text{MPa}} \right) H^2 (m^2)}{k(mD)}$$

skąd po podstawieniu odpowiednich danych otrzymamy $t_1 = t_2 \leq 65,7$ min, a zatem w czasie trwania pomiarów obowiązywało równanie (17).

Wyrażenie (17) można bez trudu zmodyfikować w taki sposób, aby można je było wykorzystać do interpretacji przyływu gazu do odwiertu ze szczeliną poziomą. W przypadku przyływu gazu ma ono postać:

$$m(p_{dr})(t) = m(p_0) - (1,323)(10^3) \frac{Q_N T}{R^2} \sqrt{\frac{t}{\mu \phi k c}}$$

gdzie:

$m(p) \left[\frac{\text{MPa}^2}{cP} \right]$ – pseudociśnienie,

T [K] – temperatura gazu,

$Q_N \left[\frac{\text{Nm}^3}{\text{min}} \right]$ – natężenie dopływu gazu.

Reszta oznaczeń i jednostek są takie same jak przy przyływie ropy.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Józef Raczkowski

Literatura:

- [1] Kącki E.: *Termokinetyka*. WNT, Warszawa, 1967.
- [2] Sneddon I.: *Równania różniczkowe i cząstkowe*. PWN, Warszawa, 1981.
- [3] Szpunar T.: *Metody interpretacji i analiza badań hydrodynamicznych odwiertów ropnych i gazowych dla pewnych przypadków nieradialnego przepływu w złożu*. Prace IGNiG, Kraków, 1989.
- [4] Szpunar T.: *Interpretacja krzywych przyływu i odbudowy w odwiertach ze szczeliną poziomą*. Nafta-Gaz, nr 1, 1993.



Dr inż. Tadeusz SZPUNAR – adiunkt w Zakładzie Inżynierii Naftowej INiG w Krakowie. Autor szeregu opracowań z zakresu inżynierii złożowej, eksploatacji, wiertnictwa, magazynowania gazu w kawernach solnych, zagadnień związanych z mechaniką górotworu oraz innych. Autor i współautor kilkudziesięciu publikacji naukowych oraz patentów.



Mgr inż. Paweł BUDAK – starszy specjalista naukowo-badawczy w Zakładzie Inżynierii Naftowej INiG w Krakowie. Zajmuje się realizacją prac naukowych i naukowo-badawczych, głównie z zakresu inżynierii złożowej, wiertnictwa i eksploatacji podziemnych magazynów gazu w kawernach solnych oraz tworzeniem oprogramowania na potrzeby przemysłu naftowego i gazowniczego.